|  |  |
| --- | --- |
| ***mainlogo_16_7_2019*** *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*  ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΕΠΑ.ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ** | **3.16**  **Σχετικές θέσεις**  **δύο κύκλων** |

Το

11Ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

**Σχετικές Θέσεις δύο κύκλων**

**(R > ρ)**

**δ = διάκεντρος ΚΛ**

**Κ**

●

●

●

●

●

●

●

●

**Λ**

**Λ**

**Λ**

**Λ**

**Λ**

●

●

**# Ορισμός Σχέση Κοινά Σημεία**

**1.** Εξωτερικοί **δ > R + ρ 0**

**2.** Εφαπτόμενοι εξωτερικά **δ = R + ρ 1**

**3.** Τεμνόμενοι **R – ρ < δ < R + ρ 2**

**4.** Εφαπτόμενοι εσωτερικά **δ = R – ρ 1**

**5.** Εσωτερικός **δ < R – ρ 0**

**6.** Ομόκεντροι **δ = 0 0**

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

**Ερωτήσεις Κατανόησης**

**1. Αν (Κ, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν δια­φορετικά κέντρα και R > ρ, ΚΛ = δ, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέ­ση στη δεύτερη στήλη.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Στήλη Α** | **Στήλη Β** |
| **α. Ο κύκλος (Λ,ρ) είναι εσωτερικός του (K,R). β. Ο κύκλος (Λ,ρ) εφάπτεται εσω­τερικά του (KR). γ. Οι κύκλοι (KR) και (Λ,ρ) τέμνο­νται.**  **δ. Οι κύκλοι εφά-πτονται εξωτε­ρικά.**  **ε. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.** | **1. δ > + ρ**  **2. δ = R + ρ**  **3. δ = R - ρ**  **4. δ < R-ρ**  **5. δ= R - ρ**  **6. ρ < δ < R**  **7. 2δ = Rρ**  **8. R - ρ <**  **< δ < R + ρ** |

**2. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις και αιτιολογήστε την απάντησή σας.**

**i) Η διάκεντρος δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής.**

**Σ Λ**

**ii) Η κοινή χορδή δύο ίσων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.**

**Σ Λ**

**iii) Το σημείο επαφής δύο εφαπτό-μενων κύκλων είναι σημείο της διακέντρου.**

**Σ Λ**

**Ασκήσεις Εμπέδωσης**

**1. Να προσδιορισθούν οι σχετικές θέσεις των κύκλων (K, ρ) και (Λ, 2ρ) αν**

****

**ii) ΚΛ = ρ,**

**iii) ΚΛ = 2ρ, iv) ΚΛ = 3ρ,**

**ν) ΚΛ = 4ρ.**

**2. Δίνεται κύκλος (Ο, ρ) και μια ακτίνα του ΟΑ. Γράφουμε κύκλο με διάμετρο ΟΑ. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;**

**3. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και το μέσο του Ο. Γράφουμε τον κύκλο (Α, ΑΟ) και τον κύκλο με διάμε­τρο ΟΒ. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο κύκλων;**

**Αποδεικτικές Ασκήσεις**

**1. Δίνεται κύκλος (Ο, R) και εξωτερικό σημείο του Ρ, ώστε ΟΡ < 2R. Γράφουμε τον κύκλο (Ο, 2R). Να απο­δείξετε ότι:**

**i) ο κύκλος (O,2R) τέμνει τον κύκλο (Ρ, ΡΟ) σε δύο σημεία Γ και Δ,**

**ii) τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΓ και ΟΔ τέμνουν τον κύ­κλο (Ο,R) στα σημεία Α και Β,**

**iii) τα ΡΑ και ΡΒ εφάπτονται στον (Ο, R).**

**2. Δίνονται δύο κύκλοι (Ο1, R1) και (Ο2, R2) με Ο2 > R1 + R2 > 2R2.**

**i) Nα αποδείξετε ότι ο ένας βρίσκεται στο εξωτερικό του άλλου.**

**ii) Εστω ότι η διάκεντρος τέμνει τον (Ο1) στα σημεία Μ, Μ και τον (Ο2) στα σημεία Ν, Ν αντίστοιχα με τα Μ, Ν μεταξύ των Μ', Ν'. Να αποδείξετε ότι MN ≤ AB ≤ M'N', όπου Α, Β τυχαία σημεία των κύ­κλων (Ο1) και (Ο2) αντίστοιχα.**

**3. Ένας κύκλος κέντρου Κ είναι εξωτεικός ενός άλ­λου κύκλου κέντρου Λ. Μια κοινή εξωτερική εφαπτο­μένη και μια κοινή εσωτερική εφαπτομένη των δύο κύ­κλων τέμνονται στο Ρ. Να αποδείξετε ότι ΚΡΛ = 90°.**

**4. Μπορείτε να ζωγραφίσετε 12 κύκλους, ώστε ο καθέ­νας από**

**αυτούς να εφάπτεται**

**σε 5 ακριβώς από**

**τους δοσμένους κύκλους;**

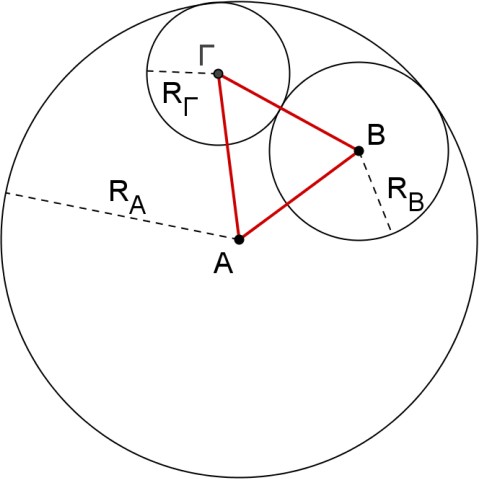
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

**Κ1.** Αν (Κ, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και R > ρ, ΚΛ = δ, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

|  |  |
| --- | --- |
| **Στήλη Α** | **Στήλη Β** |
| **α.** Ο κύκλος (Λ,ρ) είναι εσωτερικός του (Κ,R).  **β.** Ο κύκλος (Λ,ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (Κ,R).  **γ.** Οι κύκλοι (Κ,R) και (Λ,ρ) τέμνονται.  **δ.** Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.  **ε.** Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου. | 1. δ > R+ρ 2. δ = R+ρ 3. δ = R-ρ 4. δ < R-ρ 5. 2δ= R-ρ 6. ρ < δ < R 7. 2δ=Rρ 8. R-ρ < δ < R+ρ |

**Ενδεικτική Δραστηριότητα 15**

# Δυο σταθεροί κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά ενώ ένας τρίτος

κύκλος μεταβάλλεται έτσι ώστε να εφάπτεται στον μεγαλύτερο εσωτερικά και στον μικρότερο εξωτερικά.

Να δείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου που έχει κορυφές τα κέντρα των τριών κύκλων είναι σταθερή και ίση με τη διάμετρο του μεγαλύτερου κύκλου.

## Λύση:

**Περίμετρος ΑΒΓ** =

* 1. Να προσδιορισθούν οι σχετικές θέσεις των κύκλων (K, ρ) και (Λ, 2ρ) αν

**i)** ΚΛ = ρ / 2, **ii)** ΚΛ = ρ, **iii)** ΚΛ = 2ρ, **iv)** ΚΛ = 3ρ, **ν)** ΚΛ = 4ρ.

## Λύση:

Η σχετικές θέσεις των κύκλων προσδιορίζονται συγκρίνοντας την ΚΛ των δύο κύκλων με

την ........................ ή (και) το των ακτίνων τους.

..........................