|  |  |
| --- | --- |
| ***mainlogo_16_7_2019*** *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*  ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΕΠΑ.Λ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ** | **ΦYΛΛA ΕΡΓΑΣΙΑΣ**  **ΣΤΑ**  **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  **ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ** |

|  |  |
| --- | --- |
| ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ | Νο 3 |
| Τάξη : B΄ Λυκείου  Μάθημα : Γεωμετρία Β΄Λυκείου  Κεφάλαιο : 7ο  Διδακτική ενότητα : 1η  Ημερομηνία : 02-12-2020  Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος | |

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

**ΜΑΘΗΜΑ §§ 7.8-7.9**

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Μάθημα: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος( ενότητας): ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ- ΡΟΜΒΟΣ- ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

Ημερομηνία: 02-12-2020

Τάξη: Β΄ Λυκείου Σχολείο: 1ο ΕΠΑ.Λ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

Ώρα: 1η

Τμήμα: A ( 23 μαθητές)

***ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ***

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

* Γνωρίζουν τις ιδιότητες των ορθογωνίων
* Γνωρίζουν τις ιδιότητες των ρόμβων
* Γνωρίζουν τις ιδιότητες των τετραγώνων

Να είναι ικανοί να αποδεικνύουν ότι ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο χρησιμοποιώντας ένα από τα κριτήρια.

***ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ***

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

1. Υπολογίζουν το άθροισμα των γωνιών τριγώνου
2. Γνωρίζουν τον τύπο του αθροίσματος των γωνιών ν-γώνου
3. Υπολογίζουν γωνίες γενικά

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 83- 88.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν την ύλη του προηγούμενου φύλλου εργασίας.

Ζητείται από τους μαθητές η θεωρία με ερωτήσεις από τον διδάσκοντα, ελέγχεται αν έγινε η εργασία για το σπίτι στα τετράδια τους ( ανάπτυξη των θεμάτων του προηγούμενου φύλλου εργασίας ) και ελέγχεται αξιολογούνται ανάλογα.

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ ( Παράδοση)

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΙΧΟΤΟΜΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

Ζητείται από τους μαθητές

* Γνωρίζετε τον ορισμό της διχοτόμου γωνίας τριγώνου;
* Σχεδιάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
* Φέρτε την διχοτόμο ΑΔ.
* Από το Β φέρτε ΒΕ//ΑΔ, με Ε σημείο της ΑΓ.

**. Ε**

**. Α**

**Β . . Γ**

**Δ**

* Ποιες γωνίες είναι ίσες;
* Τι τρίγωνο είναι το ΑΒΕ;
* Ποια αναλογία προκύπτει με το Θεώρημα του Θαλή;

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Η διχοτόμος μιας γωνίας τριγώνου διαιρεί την απέναντι πλευρά εσωτερικά σε λόγο ίσο με τον λόγο των προσκείμενων πλευρών, δηλαδή**



Πως υπολογίζονται τα ευθ. Τμήματα στα οποία διαιρεί η διχοτόμος την απέναντι πλευρά της ως συνάρτηση των πλευρών α, β, γ; Χρησιμοποιείστε τις ιδιότητες των αναλογιών.

Β Ζητείται από τους μαθητές

* Γνωρίζετε τον ορισμό της διχοτόμου εξωτερικής γωνίας τριγώνου;
* Σχεδιάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
* Φέρτε την διχοτόμο ΑΕ τηςεξ., με Ε σημείο της ΒΓ
* Από το Β φέρτε ΒΖ//ΑΕ, με Ζ σημείο της ΑΓ.

**. Α**

**Ζ**

**Ε . . . Γ**

**Β**

* Ποιες γωνίες είναι ίσες;
* Τι τρίγωνο είναι το ΑΒΖ;
* Ποια αναλογία προκύπτει με το Θεώρημα του Θαλή;

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Η διχοτόμος μιας εξωτερικής γωνίας τριγώνου διαιρεί την προέκταση της απέναντι πλευράς εξωτερικά σε λόγο ίσο με τον λόγο των προσκείμενων πλευρών, δηλαδή**



Πως υπολογίζονται τα ευθ. Τμήματα στα οποία διαιρεί η διχοτόμος την απέναντι πλευρά της ως συνάρτηση των πλευρών α, β, γ; Χρησιμοποιείστε τις ιδιότητες των αναλογιών.

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ**

|  |  |
| --- | --- |
| **1.** Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διχοτόμος του. Ισχύει  = . | **Σ Λ** |

**2.** Το τρίγωνο για το οποίο εφαρμόζεται το θεώρημα των   
διχοτόμων για όλες τις εξωτερικές διχοτόμους δεν είναι   
ισοσκελές. **Σ Λ**

1. Η ΑΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ. Ισχύει  
   ΒΔ = . **Σ Λ**
2. Τα μήκη των τμημάτων που χωρίζει η εσωτερική διχο-  
   τόμος την απέναντι πλευρά μπορούν να υπολογιστούν  
   ως συνάρτηση των πλευρών του τριγώνου. **Σ Λ**

|  |  |
| --- | --- |
| **5.** Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διχοτόμος και η ΑΕ είναι διάμεσος. Τα σημεία Δ και Ε είναι συζυγή αρμονικά των Β και Γ. | **Σ Λ** |

|  |  |
| --- | --- |
| **6.** Αν η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας Α ενός τριγώνου ΑΒΓ τέμνει την προέκταση της απέναντι πλευράς ΒΓ στο Ε, τότε τα ΕΒ και ΕΓ μπορούμε να τα υπολογίσουμε ως συνάρτηση των πλευρών του τριγώνου. | **Σ Λ** |

|  |  |
| --- | --- |
| **7.** Το G είναι το βαρύκεντρο τριγώνου ΑΒΓ.  Ισχύει  = . | **Σ Λ** |

|  |  |
| --- | --- |
| **8.** Το Ι είναι το έκκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ και η ΑΔ διχοτόμος του. Ισχύει   = . | **Σ Λ** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **9.** Το ευθύγραμμο τμήμα α διαιρείται σε μέσο και άκρο λόγο από το σημείο Μ όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο λόγος  φ =  =  εκφράζει το λόγο της χρυσής τομής. | **Σ Λ** | |
| **10.** Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας Α του τριγώνου ΑΒΓ.  Σωστή είναι η σχέση:  **Α.** ΔΒ.ΑΓ = ΔΓ.ΑΒ **Β.** ΔΒ.ΔΓ = ΑΒ.ΑΓ  **Γ.** ΔΒ.ΑΒ = ΔΓ.ΑΓ **Δ.**  =  **Ε.**  = | |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **11.** Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει την ΑΔ διχοτόμο. Το ΒΔ ισούται με:  **Α.**  **Β.**  **Γ.**  **Δ.**  **Ε.** |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **12.** Στο διπλανό σχήμα είναι η ΑΔ διχοτόμος του ΑΒΓ, ΕΒ // ΑΔ και  η ΑΖ διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΕ. Σωστή είναι η σχέση:  **Α.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Β.**  =  **Γ.**  = |  |

**Γ.**  =  **Δ.** ΑΒ2 = ΒΓ.ΒΔ

**Ε.** τα σημεία Ζ και Δ είναι συζυγή αρμονικά των Β και Γ

|  |  |
| --- | --- |
| **13.** Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ΄ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας Α του τριγώνου ΑΒΓ και ισχύει:  =  =  όπου Δ σημείο της πλευράς ΒΓ. Το σημείο Δ: |  |

**Α.** ορίζεται από την τομή της κάθετης στην ΑΔ΄ στο Α και την ΒΓ

**Β.** είναι το μέσο της ΒΓ

**Γ.** είναι το ίχνος του ύψους από το Α

**Δ.** είναι συμμετρικό ως προς το Β του Δ΄

**Ε.** ΒΔ = ΑΒ

|  |  |
| --- | --- |
| **14.** Με βάση το διπλανό σχήμα, χρησιμοποιώντας τα στοιχεία της στήλης (Α), να αντιστοιχήσετε τα τμήματα με τα μήκη τους της στήλης (Β). |  |

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ΔΒ  ΕΒ  ΕΓ  ΔΓ |  |

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ**

**1.** Στο τρίγωνο ΑΒΓ οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο Ι και είναι   
ΒΕ = ΓΔ. Να αποδείξετε ότι:

α)  = 

β) Οι αποστάσεις των Ε και Δ από τη ΒΓ είναι ίσες

γ) ΑΒ = ΑΓ

1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90) και η διάμεσός του ΑΜ. Αν η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΑΜ και η ΑΕ διχοτόμος της γωνίας ΜΑΓ, να αποδείξετε ότι:  +  = 4.
2. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ. Αν ΑΔ, ΒΕ, ΓΕ είναι οι εσωτερικές διχοτόμοι του και ΑΔ΄, ΒΕ΄, ΓΕ΄ είναι οι εξωτερικές διχοτόμοι του, να αποδείξετε ότι:

α) ΔΒ.ΕΓ.ΖΑ = ΔΓ.ΕΑ.ΖΒ

β) Δ΄Β.Ε΄Γ.Ζ΄Α = Δ΄Γ.Ε΄Α.Ζ΄Β

1. Στο τρίγωνο ΑΒΓ γράφουμε την εσωτερική διχοτόμο ΑΔ της γωνίας Α και την εξωτερική διχοτόμο ΑΕ της γωνίας Α. Να βρεθεί το μήκος ΔΖ συναρτήσει των α, β και γ.
2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τις διχοτόμους ΑΔ και ΒΕ που τέμνονται στο Ι.

Να υπολογισθεί ο λόγος  συναρτήσει των πλευρών α, β, γ.

|  |  |
| --- | --- |
| **6.** Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει την ΑΔ διχοτόμο και το Ι έκκεντρο. Να υπολογιστεί ο λόγος  συναρτήσει των α, β, γ. |  |

**7.** Θεωρούμε τις διχοτόμους ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ τριγώνου ΑΒΓ που τέμνονται στο Ι.

α) Να αποδείξετε ότι:  +  +  =  +  + .

β) Χρησιμοποιώντας την πρόταση: «το άθροισμα δύο αντιστρόφων θετικών αριθμών είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 2» και το ερώτημα (α), να αποδείξετε ότι:  +  +  ≥ 6.

γ) Να αποδείξετε ότι: ΙΑ + ΙΒ + ΙΓ ≥ 6ρ, όπου ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου στο τρίγωνο κύκλου.

1. Οι διχοτόμοι των γωνιών Α και Β παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ τέμνουν τη διαγώνιο στα Ε και Ζ. Να δείξετε ότι ΕΖ // ΑΒ.
2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ οι διχοτόμοι ΑΔ, ΒΕ, ΓΖ τέμνουν τις ΖΕ, ΔΖ και ΕΔ αντίστοιχα στα Κ, Λ, Μ.

α) Να βρείτε το λόγο συναρτήσει των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Να δείξετε ότι ΖΑ.ΔΜ.ΕΚ = ΛΔ.ΜΕ.ΚΖ.

1. Σε ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ φέρνουμε τις εφαπτόμενες στα άκρα Α και Β. Από σημείο Μ του ημικυκλίου φέρνουμε άλλη εφαπτόμενη που τέμνει αυτές στα Γ και Δ και την προέκταση της ΑΒ στο Ε. Να αποδειχθεί ότι τα Μ και Ε είναι αρμονικά συζυγή ως προς τα Γ και Δ.
2. Σε τραπέζιο ΑΒΓΔ παίρνουμε τα μέσα Μ και Ν των βάσεων ΑΒ και ΓΔ. Αν οι διαγώνιοι τέμνονται στο Ε και οι μη παράλληλες πλευρές στο Ζ, να δείξετε ότι τα Μ και Ν είναι αρμονικά συζυγή ως προς τα Ε και Ζ.
3. Από το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε παράλληλη προς τη διχοτόμο ΑΔ που τέμνει την ευθεία ΑΒ στο σημείο Ρ και την ΑΓ στο Ν.

Να δειχθεί ότι: ΓΝ = ΒΡ =  (ΑΒ + ΑΓ).

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ**

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

**ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ**

Όσες ασκήσεις από το φυλλάδιο δεν έγιναν στην τάξη.