|  |  |
| --- | --- |
| ***mainlogo_16_7_2019*** *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ* ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΕΠΑ.ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ**  | MAΘΗΜΑ 17ΟΕπανάληψη1ο ΜΕΡΟΣ |

Το

 ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

|  |  |
| --- | --- |
| ***ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ*** | ***Νο 7*** |
| Τάξη : Β΄ ΛυκείουΜάθημα : ΄ΑλγεβραΚεφάλαιο : 1οΔιδακτική ενότητα : 2ηΗμερομηνία : 21-10-1999Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος |

***ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ***

**Ερώτηση αντιστοίχησης**

**1.** Η στήλη Α περιέχει ορισμένες βασικές εξισώσεις των οποίων οι λύσεις βρίσκονται στη στήλη Β. Συνδέστε κάθε εξίσωση με τις λύσεις της.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημx = ημ15 | x = 2κπ ±  |
| ημx =  | x = κπ +  |
| συνx = 0 | x = 360 κ ± 120 |
| συνx = -  | x = κπ -  |
| εφx = εφx = - 1 | x = 2κπ +  ή x = 2κπ +  |
|  | x = κπ +  |
|  | x = 2κπ + ή x = 2κπ + π -  |
|  | x = κπ +  |
|  | x = κπ -  |
|  | x = 2κπ - ή x = 2κπ + π +  |

**Ερώτηση συμπλήρωσης κενού**

**1.** Η στήλη Α περιέχει τις βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις. Γράψτε στη στήλη Β τις λύσεις των εξισώσεων αυτών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημx = ημα  | x =  |
| εφx = εφβ | γ =  |
| συνx = συνγ | x =  |
| σφx = σφδ | x =  |

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

**1.** Η εξίσωση ημ3x + ημx = ημ2x έχει τις ίδιες λύσεις με:

**Α.** ημ2x (2ημx - 1) = 0 **Β.** ημ2x (2συνx - 1) = 0

**Γ.** ημx (συν2x + 1) = 0 **Δ.** 2ημx (2συνx - 1) = 0

**Ε.** καμία από τις προηγούμενες

**2.** Η εξίσωση ημ2x = 2εφx έχει τις ίδιες λύσεις με την εξίσωση:

**Α.**  .  = εφx **Β.** ημ2x = 

**Γ.**  - εφx = 0 **Δ.** 2  . =

**Ε.** καμία από τις προηγούμενες

**3.** Η εξίσωση ημx = -  έχει λύσεις τις:

**Α.** x = 2κπ +  **Β.** x = 2κπ - 

**Γ.** x = 2κπ +  ή x = 2κπ +  **Δ.** x = 2κπ -  ή x = 2κπ + 

**Ε.** καμία από τις προηγούμενες

**4.** Η εξίσωση συνx = -  έχει λύσεις τις:

**Α.** x = 2κπ ±  **Β.** x = κπ ±  **Γ.** x = 2κπ ± 

**Δ.** x = 2κπ -  **Ε.** x = (κ + 1) π ± 

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

|  |  |
| --- | --- |
| **Α.**  | *Βασικές Τριγωνομετρικές Εξισώσεις* |

**1.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) ημx = - ημ25

β) ημx = ημ (2x + 20)

γ) 3ημx + 5 = 0

δ) συν (x + 50) = ημ (x + 20)

ε) συνx συν  - ημx ημ  = 

στ) συνx = - συν30

ζ) σφ2x - 1 = 0

***ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΓΩΝΙΩΝ******ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ 2α***

**Ερωτήσεις αντιστοίχησης**

**1.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| συν (y - x) ημ (x + y)συν (x + y)ημ (x - y) | συνxσυνy - ημxημyημyσυνx - ημxσυνy-ημyσυνx + ημxσυνyημyημx - συνxσυνyημxσυνy + ημyσυνxσυνxσυνy + ημyημx |

**2.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| συν3xημ5xσυν7xημ11x | ημ14xημ3x - συν14xημ3xσυν3xσυν4x - ημ3xημ4xημ2xημx - συν2xσυνxσυν3xσυν4x + ημ3xημ4xσυν2xσυνx - ημ2xημxημ3xσυν2x + ημ2xσυν3xσυν3xημ14x - ημ3xσυν14x |

**3.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| εφ (α + β)σφ (α + β)σφ (α - β)εφ (α - β) |  |

**4.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| εφ3αεφ5ασφ3ασφ7α |  |

**5.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών. \*

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημ2ασυν2αεφ2α |  |

**Ερώτηση συμπλήρωσης**

1. Να εκφράσετε συναρτήσει του συνημιτόνου της διπλάσιας γωνίας τις παρακάτω τριγωνομετρικές εκφράσεις: \*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ημ2y = .....................  | συν2x = ..................... | εφ2ω = ..................... |

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

**1.** Το ημ2α είναι ίσο με:

**Α.** ημασυνα **Β.** 2ημ2α + 1 **Γ.** 2ημασυνα

**Δ.** 1 - 2συν2α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**2.** Το συν2α είναι ίσο με:

**Α.** 1 - 2συν2α **Β.** ημ2α - συν2α **Γ.** 1 - ημ2α

**Δ.** 1 - 2ημ2α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**3.** Το ημ6α είναι ίσο με:

**Α.** 2ημ4ασυν2α **Β.** 2ημ3ασυν3α **Γ.** 1 - 2συν23α

**Δ.** 2ημ23α - 1 **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**4.** Το συν8α είναι ίσο με:

**Α.** 1 - 2συν24α **Β.** 2ημ4ασυν4α **Γ.** 1 - 2ημ24α

**Δ.** ημ24α - συν24α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**5.** Αν εφβ = x και εφα = y, τότε εφ (α + β) είναι ίση με:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** 

**6.** Η τιμή της παράστασης συν27συν63 - ημ63ημ27 είναι:

**Α.** 1 **Β.**  **Γ.** 0

**Δ.** - 1 **Ε.** 

**7.** Η παράσταση συν24α - ημ24α είναι ίση με:

**Α.** ημ2α **Β.** (1 + συν2α) - (1 - συν2α) **Γ.**συν8α

**Δ.** 1 - 2ημ22α **Ε.** 2συν22α - 1

**8.** Αν ημx - συνx = α, τότε το ημ2x ισούται με:

**Α.** α2 **Β.** 1 + α2 **Γ.** 2α

**Δ.** 1 - α2 **Ε.** - 2α

**9.** Το ημ2α είναι ίσο με:

**Α.** συν2α - 1 **Β.**  **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**10.** Το συν2α είναι ίσο με:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.** - (1 + συν2α) **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**11.** Η εφ2α είναι ίση με:

**Α.**  **Β.** 

 **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**12.** Η τιμή του κλάσματος - είναι η:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** - 

**Δ.** -  **Ε.** καμία από τις προηγούμενες

**13.** Το ημ22 30΄ είναι ίσο με:

**Α.**  **Β.**  συν22 30΄ **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**14.** Το συν15 είναι ίσο με:

**Α.**  ημ15ημ30 **Β.**  **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**15.** Η παράσταση: y = ημ ( - x) συν ( + x) + ημ ( + x) συν (x - )

είναι ίση με:

**Α.** συν  **Β.** συν  **Γ.** ημ 

**Δ.** ημ  **Ε.** ημ 

**16.** Η παράσταση: y = συν ( + x) συν ( - x) + ημ ( + x) ημ (x - )

είναι ίση με:

**Α.** συν  **Β.** ημ  **Γ.** - συν 

**Δ.** - συν  **Ε.** συν 

**17.** Η τιμή της παράστασης  είναι η:

**Α.** - 1 **Β.** 0 **Γ.** 1

**Δ.**  **Ε.** - 

**18.** Το συν15 είναι ίσο με:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**19.** Η εφ105 είναι ίση με:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** - ()

**Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**20.** Αν εφα = 2 τότε εφ (45 - α) είναι ίση με:

**Α.** - 1 **Β.** - 3 **Γ.** - 

**Δ.** 1 **Ε.** - 

**21.** Αν ημα =  και  < α < π η τιμή του συν ( + α) είναι:

**Α.**  +  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.**  +  **Ε.** - 

**22.** Αν ημα = 0,4 και συνβ = 0,7 η τιμή της παράστασης ημ (α +β) + ημ (α - β) είναι:

**Α.** 0,8 **Β.** 1,4 **Γ.** 0,56

**Δ.** - 1,4 **Ε.** - 0,56

**23.** Αν ημα =  και 90 < α < 180 το συν2α είναι ίσο με:

**Α.** -  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.** -  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**24.** Η παράσταση  είναι ίση με:

**Α.** σφα **Β.**  **Γ.** εφα

**Δ.** 2εφα **Ε.** - σφα

**25.** Η παράσταση συν860 συν110 + ημ860 ημ110 είναι ίση με:

**Α.** συν970 **Β.** συν30 **Γ.** ημ30

**Δ.** ημ970 **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**26.** Η τιμή της παράστασης

ημ (50 - α) συν (40 + α) + ημ (40 + α) συν (50 - α) είναι:

**Α.** - 1 **Β.** 0 **Γ.** - 

**Δ.**  **Ε.** 1

**27.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΑσυνΒ + ημΒσυνΑ = 1 τότε το τρίγωνο είναι:

**Α.** οξυγώνιο **Β.** αμβλυγώνιο **Γ.** ορθογώνιο

**Δ.** οξυγώνιο ισοσκελές **Ε.** ισόπλευρο

**28.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΑημΒ - συνΑσυνΒ = 0 τότε για τις γωνίες του τριγώνου είναι:

**Α.** Α = 90 **Β.** Β = 90 **Γ.** Γ = 90

**Δ.** Β = Γ **Ε.** Γ > 90

**29.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΒσυνΓ - ημΓσυνΒ = 0 τότε για τις γωνίες του τριγώνου είναι:

**Α.** Β > Γ **Β.** Β < Γ **Γ.** Β = Γ

**Δ.** Β > 90 **Ε.** Γ > 90

**30.** Αν Α = συνφσυνθ - ημφημθ και 45 < φ < 90, 45 < θ < 90 τότε είναι:

**Α.** Α > 0 **Β.** Α < 0 **Γ.** Α = 0

**Δ.** Α = 1 **Ε.** Α = 

**31.** Αν x = ημθσυν1 + συνθημ1 και y = συνθσυν1 - ημθημ1 τότε για κάθε γωνία θ με 90 ≤ θ < 179:

**Α.** x < y **Β.** x > y **Γ.** x = y **Δ.** x = y = 0

**Ε.** δεν υπάρχει σταθερή σχέση ισότητας ή ανισότητας μεταξύ των x, y

**32.** Δίνεται η παράσταση x =  τότε:

**Α.** x > 0 **Β.** x < 0 **Γ.** x = 0

**Δ.** η x δεν ορίζεται **Ε.** x = 1

**33.** Αν x = , y =  τότε ισχύει:

**Α.** x = y **Β.** xy = 1 **Γ.** xy = - 1

**Δ.** x + y = 1 **Ε.** x + y = - 1

**34.** Αν  < α < π και x = 2ημασυνα είναι:

**Α.** x =  **Β.** x = 1 **Γ.** x = 0

**Δ.** x > 0 **Ε.** x < 0

**35.** Αν x = 2ημασυνα και y = συν2α - ημ2α τότε η παράσταση x2 + y2 είναι:

**Α.**  **Β.**  **Γ.** 

**Δ.** 1 **Ε.** - 1

**36.** Αν για τη γωνία Α τριγώνου ΑΒΓ ισχύει: 1 - 2ημ2  = 0 τότε είναι:

**Α.** Α = 30 **Β.** Α = 45 **Γ.** Α = 60

**Δ.** Α = 90 **Ε.** Α > 90

**37.** Αν x = , y =  τότε:

**Α.** x = y **Β.** x = y = 0 **Γ.** x < y

**Δ.** x = - y **Ε.** δεν ορίζονται τα x, y

**38.** Αν για τις γωνίες Α, Β τριγώνου ΑΒΓ ισχύει: 2συν2 - 1 = 1 - 2ημ2  τότε είναι:

**Α.** Α > Β **Β.** Α < Β **Γ.** Α = 2Β

**Δ.** Α = Β **Ε.** 2Α = Β

**Ερωτήσεις σύντομης απάντησης**

**1.** Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης: συν33 συν12 - συν57 ημ12

**2.** Να δειχθεί ότι:

α) εφ (45 - ω) = 

β) εφ (α + β) εφ (α - β) = 

**3.** Να δειχθεί ότι: συν44α - ημ44α = συν8α

**4.** Να υπολογισθεί το ημ11 15΄

**5.** Να αποδειχθούν οι ταυτότητες:

α)  = σφx

β)  = σφ2x

γ)  -  = 2

**6.** Δείξτε ότι:  = εφ3α . εφα

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

**1.** Να αποδείξετε ότι:

α) συνx + συν (120 + x) + συν (240 + x) = 0

β) συν (α + β) ημ (α - β) = ημασυνα - ημβσυνβ

γ) (συνx - ημx) εφ ( + x) = συνx + ημx

δ)  = σφ3α σφα

**2.** Αν α + β + γ = 90 να αποδειχθεί ότι:

α) εφα εφβ + εφβ εφγ + εφγ εφα = 1

β) σφα + σφβ + σφγ = σφα σφβ σφγ

**3.** Αν α + β = γ να δείξετε ότι:

εφγ - εφα - εφβ = εφα εφβ εφγ

**4.** Αφού δείξετε ότι: ημ (218) = συν (318) να υπολογίσετε:

α) το ημ 18, β) το συν 18, γ) το ημ 36

**5.** Αν συνθ = -  και  < θ < π να υπολογιστούν το ημ2θ και η εφ2θ.

**6.** Αν 3συν2x + 5συνx - 2 = 0 και ημx > 0 να υπολογιστούν το ημ2x και το συν2x.

**7.** Να αποδειχθεί ότι ημ4θ + συν4θ = 

**8.** Να δείξετε ότι:

α) εφ ( + α) - εφ ( - α) = 2εφ2α

β)   = εφ 

γ)  = εφθ

δ)  = σφ2α

ε)  = ημ4α

**9.** Να δείξετε ότι: ημ (x - y) + συν (x + y) = (ημx + συνx) (συνy - ημy)

**10.** Αν α + β =  και εφα =  να βρεθεί η εφβ.

**11.** Αν x - y = 60 και εφy =  να βρεθεί η εφx.

**12.** Αν x, y ∈ (0, ), εφx =  και εφy = , να δείξετε ότι: x - y = 

**13.** Αν 0 < ω, x <  και -  < y < 0, εφω = , εφx =  και εφy = - , τότε x + y + ω = 

**14.** Να δείξετε ότι η παράσταση συν2x - 2συνα συνx συν (α + x) + συν2 (α + x) είναι ανεξάρτητη του x.

**15.** Να δείξετε ότι

συν (45 - x) συν (45 - y) - ημ (45 - x) ημ (45 - y) = ημ (x + y)

**16.** Να δείξετε ότι συν (α + β) συν (α - β) = συν2α + συν2β - 1

**17.** Να δείξετε ότι η παράσταση συν2x + συν2 ( + x) + συν2 ( - x)

είναι ανεξάρτητη του x.

**18.** Αν Α, Β, Γ γωνίες τριγώνου, εφΑ =  και εφΒ = , να δείξετε ότι

Γ = 135.

**19.** Αν ημx + ημy = κ και συνx + συνy = λ, τότε:

α) να δείξετε ότι συν (x + y) = 

β) για κ = -  και λ = 1 να βρείτε το άθροισμα x + y.

**20.** Αν συν (α + β) = συνασυνβ, τότε ημ2 (α + β) = (ημα + ημβ)2

**21.** Αν π < y <  και 25ημ2y + 5ημy - 12 = 0, να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημ2y και συν2y.

**22.** Να δείξετε ότι  = εφ2α

**23.** Να δείξετε ότι   = εφ 

**24.** Να δείξετε ότι  = 

**25.** Να δείξετε ότι ημ4 + ημ4 + ημ4 + ημ4 = 

**26.** Αν ημx - συνx = α, να βρεθεί το ημ2x και να δειχθεί ότι - ≤ α ≤ 

**27.** Να δείξετε ότι: (ημα - ημβ)2 + (συνα + συνβ)2 = 4συν2 

***ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ • ΓΙΝΟΜΕΝΟΥ ΣΕ ΑΘΡΟΙΣΜΑ• ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ***

**Ερωτήσεις αντιστοίχησης**

**1.** Κάθε παράσταση της στήλης Α είναι ίση με μία και μόνη της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τις παραστάσεις των δυο στηλών.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **α)**  | **στήλη Α** | **στήλη Β** |
|  | 2ημασυνβ2συνασυνβ 2ημαημβ | συν (α + β) - συν (α - β)ημ (α + β) + ημ (α - β)ημ (α + β) - ημ (α - β) ημ (α - β) - ημ (α + β) συν (α - β) + συν (α + β)συν (α - β) - συν (α + β) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **β)** | **στήλη Α** | **στήλη Β** |
|  | συνx + συνyημx - ημyημx + ημyσυνx - συνy | - 2ημ ημ2ημ συν2συν συν- 2ημ ημ2ημ συν2ημ συν |

**2.** Κάθε παράσταση της στήλης Α είναι ίση με μία και μόνη της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τις παραστάσεις των δυο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημ4ασυνασυν6ασυν3αημ2αημ5α2συν9αημ6α |  (συν  + συν ) (ημ5α - ημ3α)  (ημ  + ημ ) (ημ15α - ημ3α) |

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

**1.** Η διαφορά συν80 - συν50 είναι ίση με το γινόμενο:

**Α.** - 2ημ15συν130 **Β.** - 2ημ15ημ65 **Γ.** 2συν30ημ50

**Δ.** - 2συν30συν130 **Ε.** 2ημ30συν65

**2.** Το ημ (α - β) + ημ (α + β) είναι ίσο με:

**Α.** ημαημβ **Β.** 2ημασυνβ **Γ.** 2συνασυνβ

**Δ.** - 2ημασυνβ **Ε.** 0

**3.** Το ημ5α + ημα είναι ίσο με:

**Α.** 2ημ2ασυν3α **Β.** 2συν2αημ3α **Γ.**  ημ6ασυν4α

**Δ.** 2συν3ασυν3α **Ε.**  ημ2αημ3α

**4.** Το άθροισμα ημθ + συνθ είναι ίσο με:

**Α.**  ημ (θ - 45) **Β.** συν (θ - 45) **Γ.** 2ημ (θ + 45) συν (θ - 45)

**Δ.**  ημ (θ - 45) συν (θ + 45) **Ε.**  συν (θ - 45)

**5.** Η διαφορά ημ9ω - ημω είναι ίση με:

**Α.**  συν4ωημ5ω **Β.** 2ημ4ωσυν5ω **Γ.** - 2ημ 4ωσυν5ω

**Δ.**  ημ4ωημ5ω **Ε.** 2συν4ωσυν5ω

**6.** Το άθροισμα συν11ω + συν3ω είναι ίσο με:

**Α.** - 2ημ4ωημ7ω **Β.**  ημ7ωσυν4ω **Γ.** 2συν7ωσυν4ω

**Δ.** 2ημ4ωσυν7ω **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

**7.** Το κλάσμα  ισούται με:

**Α.** σφ  **Β.** εφ  **Γ.** εφ 

**Δ.** σφ  **Ε.** εφ3α

**8.** Το άθροισμα  + ημ40 ισούται με:

**Α.** 2ημ35ημ5 **Β.** 2ημ35συν5 **Γ.** 2συν35ημ5

**Δ.** 2συν35συν5 **Ε.** 2ημ45συν35

**9.** Αν x = 2ημ75συν15 και y = 2ημ15συν75 τότε:

**Α.** x = y **Β.** x > y **Γ.** x < y

**Δ.** x = - y **Ε.** x = 

**10.** Αν για τη γωνία Α τριγώνου ΑΒΓ ισχύει: 2συνΑσυν35 = συν (Α + 35) το τρίγωνο είναι:

**Α.** ορθογώνιο **Β.** οξυγώνιο **Γ.** αμβλυγώνιο

**Δ.** ορθογώνιο και ισοσκελές **Ε.** ισόπλευρο

**11.** Αν για τις γωνίες Α, Β τριγώνου ΑΒΓ ισχύει: ημ2Α + ημ2Β = 2ημ (Α + Β) το τρίγωνο είναι:

**Α.** Α > Β **Β.** Α = Β **Γ.** Α < Β

**Δ.** Α = 2Β **Ε.** Β = 2Α

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

**1.** Αν Α + Β + Γ = 180 να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

α) ημ2Α + ημ2Β + ημ2Γ

β) ημ3Α + ημ3Β + ημ3Γ

γ) ημ6Α + ημ6Β + ημ6Γ

**2.** Να αποδείξετε ότι:

α) ημ50 + ημ70 = συν10

β) συν  - συν  = 

γ) ημx + 1 = 2ημ2 ( + )

**3.** Να αποδείξετε ότι:

α)  = εφ (x - y)

β)  = 

**4.** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) 

β) 

**5.** Να αποδείξετε ότι:

 = 1

**6.** Να δείξετε ότι: 1 + ημx - συνx - ημxσυνx = 4ημ2 ( + ) ημ2 

**7.** Αν Α, Β, Γ γωνίες τριγώνου τότε:

α) ημ2Α + ημ2Β - ημ2Γ = 4συνΑσυνΒημΓ

β) συν2Α + συν2Β + συν2Γ = - 1 - 4συνΑσυνΒσυνΓ

γ) ημ2Α + ημ2Β + ημ2Γ = 2 + 2συνΑσυνΒσυνΓ

δ) συν2Α + συν2Β - συν2Γ = 1 - 2ημΑημΒσυνΓ

**8.** Αν Α, Β, Γ γωνίες τριγώνου και συνΑ + συνΒ = ημΓ, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

**9.** Αν Α, Β, Γ γωνίες τριγώνου και  = σφ , τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

**10.** Αν x, y ∈ (0, ), τότε συνx + συνy ≤ 2συν 

**Ερώτηση συμπλήρωσης**

**1.** Καθεμιά από τις παρακάτω παραστάσεις προέρχεται από κάποιο άθροισμα. Βρείτε το.

2συν  συν  =

2ημ  ημ  =

2ημ  συν  =

2ημ  συν  =

 =

=

 =

 =

|  |  |
| --- | --- |
| **Β.**  | *Αλγεβρικές εξισώσεις ως προς ένα τριγωνομετρικό αριθμό ενός τόξου και οι αναγόμενες σ’ αυτές*  |

**2.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) 2ημ2x - 3ημx + 1 = 0

β) 2ημ2θ = 3 (1 - συνθ)

γ) συν2x - 4συνx - 5 = 0

δ) συνx + συν3x = συν2x + συν4x

ε) συν2x = συν2x

στ) ημ2x = 2εφx

ζ) 16συν4x - 25συν2x + 9 = 0

η) συνx = 2ημ  + 1

θ) 2συνx + 2συν2x = 1 + , 270 < x < 360

ι) εφ4x - 4εφ2x + 3 = 0

ια) 2ημ2x - συν22x - 1 = 0

ιβ) εφ ( - x) - εφ ( + x) = - 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Γ.**  | *Εξισώσεις του τύπου αημx + βσυνx = γ*  |

**3.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) ημx + συνx = 0

β) ημx -  συνx = 2

γ) ημ2x + συν2x = 

**4.** Να λυθεί στο διάστημα [0, π] η εξίσωση:

ημ2x + συν2x = 1

|  |  |
| --- | --- |
| **Δ.**  | *Τριγωνομετρικές εξισώσεις του τύπου Α = 0 όπου το πρώτο μέλος τρέπεται σε γινόμενο παραγόντων* |

**5.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) συνx + συν2x + συν3x + συν4x = 0

β) ημ2x - ημx = συν2x - συνx

γ) ημ (α + x) + ημ (α + 2x) + ημα = 0 όπου α γνωστή γωνία

δ) συν (α + x) + συν (α + 2x) + συνα = 0

ε) εφ (α + x) εφ (α - x) = 

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

**1.** Τρίγωνο ΧΨΖ με πλευρές x, y, z έχει εμβαδόν Ε ίσο με:

**Α.**  xyημΧ **Β.**  xyημΨ **Γ.**  xzημΨ

**Δ.**  yzημΨ **Ε.**  yzημΖ

|  |  |
| --- | --- |
| **2.** Το εμβαδό του τριγώνου του διπλανού σχήματος είναι ίσο με:  |  |

**Α.**  ΑΓ.ΑΒ ημ (φ + θ) **Β.**  ΑΒ.ΒΓ ημΑ

**Γ.**  ΑΒ.ΑΔ ημφ +  ΒΔ.ΒΓ ημθ **Δ.**  ΑΒ.ΒΓ ημ (φ + θ)

**Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

|  |  |
| --- | --- |
| **3.** Στο διπλανό σχήμα η ΚΜ2 είναι ίση με:  |  |

**Α.** ΚΝ2 + ΝΜ2 - 2ΚΝ.ΝΜ συνω **Β.** ΛΜ2 + ΛΚ2 - 2ΛΜ.ΛΚ συνφ

**Γ.** ΚΝ2 + ΝΜ2 + 2ΚΝ.ΝΜ συνω **Δ.** ΛΜ2 + ΚΝ2 - 2ΛΜ.ΛΚ συνθ

**Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

|  |  |
| --- | --- |
| **4.** Με βάση το διπλανό σχήμα, μία από τις ισότητες που ακολουθούν είναι σωστή. Ποια; |  |

**Α.**  =  **Β.**  = 

**Γ.**  =  **Δ.**  = 

**Ε.**  = 

|  |  |
| --- | --- |
| **5.** Με βάση το διπλανό σχήμα: α) η πλευρά α είναι ίση με: **Α.** 8 **Β.** 4 **Γ.**  **Δ.** 4 **Ε.** 2β) Η πλευρά β είναι ίση με:  |  |

**Α.**  **Β.** 4 **Γ.** 8

**Δ.** 2 **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

γ) Η πλευρά γ είναι ίση με:

**Α.** 8ημ45 **Β.** 4ημ75 **Γ.** 8ημ75

**Δ.** 4συν60 **Ε.** 2ημ75

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Στο διπλανό σχήμα είναι τόξο ΑΓ = 60 και ΑΓ = 5 cm. Η ακτίνα ΟΓ του κύκλου είναι:

**Α.**  cm **Β.** 5 cm **Γ.** 2 cm**Δ.**  cm **Ε.**  cm |  |

**Ερώτηση αντιστοίχησης**

Μ

|  |  |
| --- | --- |
| **1.** Με βάση το διπλανό σχήμα, συνδέστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης Α με το ίσο του που βρίσκεται στη στήλη Β.  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| λ2μ2συνΜσυνΛ | ν2 + λ2 + 2λνσυνΜν2 + 2νμσυνΝ- μ2 + ν2 - 2μνσυνΛν2 + λ2 - 2λνσυνΜ |

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

**1.** Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να δειχθεί ότι: ημΑ + ημΒ + ημΓ = 

όπου π η περίμετρος του ΑΒΓ.

**2.** Να αποδειχθεί ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύουν οι σχέσεις:

α) βσυνΓ - γσυνΒ = 

β)  +  -  = 

γ)  = 

**3.** Σ’ ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι Α = 120.

α) Να δειχθεί ότι: α2 - βγ = β2 + γ2

β) Αν α =  και β = να βρεθούν οι γωνίες Β και Γ.

**4.** Αν α = εφθ + ημθ και β = εφθ - ημθ να δειχθεί ότι: (α2 - β2)2 = 16αβ

**5.** Αν 4ημ2x + 2συν2x = 3 να δειχθεί ότι: εφ2x = 1

|  |  |
| --- | --- |
| **6.** Στο διπλανό τρίγωνο να δειχθεί ότι: ΑΔ =  όπου Ε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. |  |

1. Αν Α, Β, Γ γωνίες τριγώνου, τότε:  +  +  = 2

**8.** Αν ΑΒΓ τρίγωνο με πλευρές α, β, γ να δειχθεί ότι:

βσυνΒ + γσυνΓ = ασυν (Β - Γ)

**9.** Ένας παρατηρητής βλέπει από τη θέση Β την κορυφή Α ενός απρόσιτου πύργου υπό γωνία φ. Αν πλησιάσει τον πύργο κατά x μέτρα βλέπει την κορυφή Α υπό γωνία θ. Να υπολογιστεί το ύψος του πύργου, αν γνωρίζουμε ότι ο οφθαλμός του παρατηρητή βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος.



|  |  |
| --- | --- |
| **10.** Ένας ορειβάτης βρίσκεται στους πρόποδες ενός βουνού στο σημείο Α και βλέπει την κορυφή Γ του βουνού υπό γωνία 60. Όταν ανέβει στο σημείο Β βλέπει την κορυφή Γ υπό γωνία 75. Αν η απόσταση ΒΓ = 1200 m και η γωνία ΒΑΔ = 30, να υπολογιστεί το ύψος ΓΔ του βουνού.  |  |

***Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»***

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

**Σωστό Λάθος**

**1.** Το κλάσμα  είναι αρνητικό
για οποιαδήποτε γωνία α **🞏 🞏**

**2.** Η εφ2α =  **🞏 🞏**

**3.** Για την επίλυση ενός τριγώνου αρκεί να δοθούν:

α) δύο πλευρές και η περιεχόμενη σ’ αυτές γωνία **🞏 🞏**

β) μια πλευρά και μια γωνία του **🞏 🞏**

|  |  |
| --- | --- |
| **4.** Στο διπλανό τρίγωνο είναι ΑΓ2 = 25 - 24συν50 |  |

 **🞏 🞏**

**5.** Η εξίσωση ημx =  έχει λύσεις τις:

x = 2κπ +  ή x = 2κπ + π - , κ ∈ Ζ **🞏 🞏**

1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΑ + ημΒ + ημΓ =  **🞏 🞏**
2. Ισχύει: 2ημ2φ - 1 = συν2φ **🞏 🞏**
3. Η εξίσωση συνx = -  έχει στο διάστημα [, π] λύση
τη γωνία  **🞏 🞏**
4. Η εξίσωση εφ2x = 2συνx έχει τις ίδιες λύσεις με την
 = 1 **🞏 🞏**
5. Ισχύει:  = εφα + εφβ **🞏 🞏**
6. Η σφ (α - β) =  **🞏 🞏**
7. Η εξίσωση εφx =  έχει λύσεις τις γωνίες
x = λπ - , λ ∈ Z **🞏 🞏**
8. Υπάρχει γωνία ω ώστε 2 =  **🞏 🞏**
9. Δεν υπάρχει γωνία x ώστε εφ2x =  **🞏 🞏**
10. Η εξίσωση 3ημx +  συνx = 2 έχει τις ίδιες λύσεις
με την  +   = 2 όπου t = εφ  **🞏 🞏**
11. Ισχύει: ημ222,5 =  **🞏 🞏**
12. ημ2x - ημy = - 2ημ  συν **🞏 🞏**
13. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:  =  = 2μ
όπου μ η διάμεσος προς την υποτείνουσα **🞏 🞏**

|  |  |
| --- | --- |
| **19.** Εορθογ. =  ημω, όπου δ το μήκος της διαγωνίου |  |

 **🞏 🞏**

**20.** ημ3α + ημ5α = ημ4α . συνα **🞏 🞏**

|  |  |
| --- | --- |
| **21.** Το εμβαδόν ισοπλεύρου τριγώνου είναι   |  |

 **🞏 🞏**

1. Για οποιαδήποτε γωνία α ισχύει:  = εφα **🞏 🞏**
2. Αν ημα =  και 90 < α < 180:

α) το συν2α είναι αρνητικός αριθμός **🞏 🞏**
β) το ημ2α είναι θετικός αριθμός **🞏 🞏**

1. Υπάρχουν γωνίες x και y ώστε:
συνx - συνy = 2ημ  ημ  **🞏 🞏**
2. συν215 =  **🞏 🞏**
3. εφ222,5 =  **🞏 🞏**

|  |  |
| --- | --- |
| **27.** Ετετραγ. =  ημ45 όπου δ το μήκος της διαγωνίου |  |

 **🞏 🞏**

**28.** Δεν υπάρχουν γωνίες α και β ώστε:
συν (α + β) = συνασυνβ + ημαημβ **🞏 🞏**

**29.**  - ημα = 2ημ (15 - ) συν (15 + ) **🞏 🞏**

**30.** Αν x =  και y =  τότε εφ (x + y) =  **🞏 🞏**

1. Αν ω = π και θ =  τότε σφ (ω + θ) =  **🞏 🞏**

**1ο ΣΧΕΔΙΟ**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Ημίτονο και συνημίτονο**

**αθροίσματος και διαφοράς γωνιών**

***Διάρκεια:*** *μία διδακτική ώρα*

***Θέματα:*** *2*

|  |  |
| --- | --- |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 1ο** |
| 2 μονάδες | *(άσκηση 1 - σελ. 11)***1.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.  |

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| συν (y - x) ημ (x + y)συν (x + y)ημ (x - y) | συνxσυνy - ημxημyημyσυνx - ημxσυνy-ημyσυνx + ημxσυνyημyημx - συνxσυνyημxσυνy + ημyσυνxσυνxσυνy + ημyημx |

|  |  |
| --- | --- |
| 2 μονάδες | *(άσκηση 2 - σελ. 11)***2.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.  |

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| συν3xημ5xσυν7xημ11x | ημ14xημ3x - συν14xημ3xσυν3xσυν4x - ημ3xημ4xημ2xημx - συν2xσυνxσυν3xσυν4x + ημ3xημ4xσυν2xσυνx - ημ2xημxημ3xσυν2x + ημ2xσυν3xσυν3xημ14x - ημ3xσυν14x |
| 1,5 μονάδες1,5 μονάδες1 μονάδα1 μονάδα | *(άσκηση 15 - σελ. 17)***3.** Η παράσταση: y = ημ ( - x) συν ( + x) + ημ ( + x) συν (x - ) είναι ίση με: **Α.** συν  **Β.** συν  **Γ.** ημ  **Δ.** ημ  **Ε.** ημ *(άσκηση 16 - σελ. 17)***4.** Η παράσταση:  y = συν ( + x) συν ( - x) + ημ ( + x) ημ (x - ) είναι ίση με: **Α.** συν  **Β.** ημ  **Γ.** - συν  **Δ.** συν  **Ε.** συν *(άσκηση 27 - σελ. 19)***5.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΑσυνΒ + ημΒσυνΑ = 1 τότε το τρίγωνο είναι: **Α.** οξυγώνιο **Β.** αμβλυγώνιο **Γ.** ορθογώνιο**Δ.** οξυγώνιο ισοσκελές **Ε.** ισόπλευρο*(άσκηση 28 - σελ. 19)***6.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: ημΑημΒ - συνΑσυνΒ = 0 τότε για τις γωνίες του τριγώνου είναι: **Α.** Α = 90 **Β.** Β = 90 **Γ.** Γ = 90**Δ.** Β = Γ **Ε.** Γ > 90 |

|  |  |
| --- | --- |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 2ο**  |
| 2 μονάδες4 μονάδες5 μονάδες | *(άσκηση 1 - σελ. 21)***1.** Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:  συν33 συν12 - συν57 ημ12*(άσκηση 1(α) - σελ. 22)***2.** Να αποδείξετε ότι: συνx + συν (120 + x) + συν (240 + x) = 0*(άσκηση 1(β) - σελ. 22)* **3.** Να αποδείξετε ότι:  συν (α + β) ημ (α - β) = ημασυνα - ημβσυνβ |

**2ο ΣΧΕΔΙΟ**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας 2α**

***Διάρκεια:*** *1 διδακτική ώρα*

***Θέματα:*** *2*

|  |  |
| --- | --- |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 1ο** |
| 1 μονάδα1 μονάδα2 μονάδες | *(άσκηση 1 - σελ. 15)*1. Το ημ2α είναι ίσο με:

**Α.** ημασυνα **Β.** 2ημ2α + 1 **Γ.** 2ημασυνα **Δ.** 1 - 2συν2α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα*(άσκηση 2 - σελ. 15)*1. Το συν2α είναι ίσο με:

**Α.** 1 - 2συν2α **Β.** ημ2α - συν2α **Γ.** 1 - ημ2α**Δ.** 1 - 2ημ2α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα*(άσκηση 5 - σελ. 14)***3.** Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.  |

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημ2ασυν2αεφ2α |  |
| 1 μονάδα1,5 μονάδες1,5 μονάδες | *(άσκηση 24 - σελ. 19)***4.** Η παράσταση  είναι ίση με: **Α.** σφα **Β.**  **Γ.** εφα **Δ.** 2εφα **Ε.** - σφα*(άσκηση 13 - σελ. 16)*1. Το ημ22 30΄ είναι ίσο με:

**Α.**  **Β.**  συν22 30΄ **Γ.**  **Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα*(άσκηση 14 - σελ. 17)*1. Το συν15 είναι ίσο με:

**Α.**  ημ15ημ30 **Β.**  **Γ.**  **Δ.**  **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 2ο**  |
| 3 μονάδες4 μονάδες5 μονάδες | *(άσκηση 3 - σελ. 21)***1.** Να δειχθεί ότι: συν44α - ημ44α = συν8α*(άσκηση 5 (γ) - σελ. 22)***2.** Να αποδειχθεί η ταυτότητα:  -  = 2*(άσκηση 21 - σελ. 24)***3.** Αν π < y <  και 25ημ2y + 5ημy - 12 = 0, να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημ2y και συν2y. |

**3ο ΣΧΕΔΙΟ**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Επίλυση τριγώνου**

***Διάρκεια:*** *1 διδακτική ώρα*

***Θέματα:*** *2*

|  |  |
| --- | --- |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 1ο** |
|  0,5 μονάδες0,5 μονάδες0,5 μονάδες0,5 μονάδες0,5 μονάδες1 μονάδα1,5 μονάδες1,5 μονάδες1,5 μονάδες | *(ασκήσεις 3, 4, 18, 19, 27 - σελ. 41, 42, 43)*Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις: **Σωστό Λάθος****1.** Για την επίλυση ενός τριγώνου αρκεί να δοθούν: α) δύο πλευρές και η περιεχόμενη σ’ αυτές γωνία **🞏 🞏**β) μια πλευρά και μια γωνία του **🞏 🞏** **2.** Στο παρακάτω τρίγωνο είναι  ΑΓ2 = 25 - 24συν50 **🞏 🞏**1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:  =  = 2μόπου μ η διάμεσος προς την υποτείνουσα **🞏 🞏**
2. Εορθογ. =  ημω, όπου δ το μήκος της διαγωνίου **🞏 🞏**

**5.** Ετετραγ. =  ημ45 όπου δ το μήκος  της διαγωνίου **🞏 🞏***(ασκήσεις 1, 3, 4, 6 - σελ. 36, 37, 38)***6.** Τρίγωνο ΧΨΖ με πλευρές x, y, z έχει εμβαδόν Ε ίσο με: **Α.**  xyημΧ **Β.**  xyημΨ **Γ.**  xzημΨ**Δ.**  yzημΨ **Ε.**  yzημΖ**7.** Στο παρακάτω σχήμα η ΚΜ2 είναι ίση με:**Α.** ΚΝ2 + ΝΜ2 - 2ΚΝ.ΝΜ συνω **Β.** ΛΜ2 + ΛΚ2 - 2ΛΜ.ΛΚ συνφ **Γ.** ΚΝ2 + ΝΜ2 + 2ΚΝ.ΝΜ συνω **Δ.** ΛΜ2 + ΚΝ2 - 2ΛΜ.ΛΚ συνθ **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα 1. Με βάση το παρακάτω σχήμα, μία από τις ισότητες που ακολουθούν είναι σωστή. Ποια;

**Α.**  =  **Β.**  = **Γ.**  =  **Δ.**  = **Ε.**  = 1. Στο παρακάτω σχήμα είναι τόξο ΑΓ = 60 και ΑΓ = 5 cm. Η ακτίνα ΟΓ του κύκλου είναι:

**Α.**  cm **Β.** 5 cm **Γ.** 2 cm **Δ.**  cm **Ε.**  cm |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 2ο** |
| 2 μονάδες4 μονάδες3 μονάδες3 μονάδες | *(άσκηση 1 - σελ. 39)*1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να δειχθεί ότι: ημΑ + ημΒ + ημΓ =

όπου π η περίμετρος του ΑΒΓ. *(άσκηση 6 - σελ. 39)***2.** Στο παρακάτω τρίγωνο να δειχθεί ότι: ΑΔ = *(άσκηση 3 - σελ. 39)***3.** Σ’ ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι Α = 120.α) Να δειχθεί ότι: α2 - βγ = β2 + γ2 β) Αν α =  και β = να βρεθούν οι γωνίες Β και Γ.  |

**4ο ΣΧΕΔΙΟ**

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Τριγωνομετρία**

***Διάρκεια:*** *1 διδακτική ώρα*

|  |  |
| --- | --- |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 1ο** |
| 1 μονάδα | *(άσκηση 1 - σελ. 15)*1. Το ημ2α είναι ίσο με:

**Α.** ημασυνα **Β.** 2ημ2α + 1 **Γ.** 2ημασυνα **Δ.** 1 - 2συν2α **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα |

1. Κάθε στοιχείο της στήλης Α είναι ίσο με ένα και μόνο στοιχείο της στήλης Β. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| **στήλη Α** | **στήλη Β** |
| ημ2ασυν2αεφ2α |  |
| 1 μονάδα | *(άσκηση 24 - σελ. 19)***4.** Η παράσταση  είναι ίση με: **Α.** σφα **Β.**  **Γ.** εφα **Δ.** 2εφα **Ε.** - σφα |
| **ΒΑΘ/ΓΙΑ** | **ΘΕΜΑ 2ο**  |
| 3 μονάδες4 μονάδες5 μονάδες | **1 .** Σ’ ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι Α = 120.α) Να δειχθεί ότι: α2 - βγ = β2 + γ2  β) Αν α =  και β = να βρεθούν οι γωνίες Β και Γ.**2.** Να αποδειχθεί η ταυτότητα:  -  = 2**3.** Να αποδείξετε ότι: συνx + συν (120 + x) + συν (240 + x) = 0 |