|  |  |
| --- | --- |
| ***mainlogo_16_7_2019*** *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*  ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΕΠΑ.ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ** | MAΘΗΜΑ 14Ο  Μετασχηματισμοί  Τριγωνομετρικών  Παραστάσεων |

Το

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

|  |  |
| --- | --- |
| ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ | Νο 4 |
| Τάξη : Β΄ Λυκείου  Μάθημα : Άλγεβρα  Κεφάλαιο : 1ο  Διδακτική ενότητα : 4η  Ημερομηνία : 15-11-2018  Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος | |

Μετασχηματισμοί

τριγωνομετρικών

παραστάσεων.

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

**α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η:** Τι λέγονται ομώνυμοι τριγωνομετρικοί αριθμοί;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η:** Τι λέγεται τριγωνομετρικό σύστημα;

**β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει το γινόμενο ημα συνβ σε άθροισμα;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει το γινόμενο συνα συνβ σε άθροισμα;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει το γινόμενο ημα ημβ σε άθροισμα;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 6η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει το άθροισμα ημίτονων σε γινόμενο;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 7η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει το άθροισμα συνημίτονων σε γινόμενο;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 8η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει τη διαφορά ημίτονων σε γινόμενο;

Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 9η:** Ποιος τύπος μετασχηματίζει τη διαφορά συνημίτονων σε γινόμενο;

Αποδείξτε τον.

Β. Παραδεγματα και εφαρμογεσ στην ενοτητα

**α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου**

1. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

ι) ημ3χσυνχ=ημ6χσυν2χ

ιι) συν3χσυν2χ=ημ2χημχ.

2.Αν Β και Γ είναι οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι: ημ2Β + ημ2Γ = 2 συν(Β-Γ).

3.Να αποδείξετε ότι

ι)  = εφα

ιι)  = εφ5α

4.Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει

ι) ημΑ+ημ(Β-Γ) = 2ημΒσυνΓ

ιι) συνΑ+συνΒ+συνΓ = 1+4ημημημ

1. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

ι)ημ3χ-ημχ = συν2χ

ιι)ημ3χ+ημ6χ+ημ9χ = 0

**β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.**

6.Να αποδείξετε ότι 4ημθ.ημ(+θ).ημ(-θ) = ημ3θ

7.Να επιλυθεί το σύστημα 

1. Να αποδείξετε ότι

ημ2Α+ημ2Β+ημ2Γ = 4ημΑ ημΒ ημΓ

9.Να γίνουν γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις

ι) ημ(α+β) + ημα +ημβ

ιι) 1+συνα +συνβ + συν(α+β)

10.Να επιλύσετε τις εξισώσεις

ι)ημ7χ + ημχ + συν8χ - 1 = 0

ιι)συνχ-συν3χ-συν5χ+συν7χ = 0

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος,

δικαιολογώντας την απάντησή σας.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η**

Πως μετασχηματίζεται το γινόμενο συνημίτονων διαφορετικών γωνιών;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

ημΑ+ημΒ = ημ(Α+Β).

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

ημΑ+συνΒ=2ημσυν.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

συνΑ-συνΒ=2ημημ.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η**

Είναι δυνατή η παραγοντοποίηση της παράστασης Π= ημχ + συνχ;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).

Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| Στήλη (Α) | Στήλη (Β) |
| 2ημασυνβ  συνΑ+συνΒ  2συνασυνβ  ημΑ-ημΒ  2ημαημβ  συνΑ-συνΒ  ημΑ+ημΒ | συν(α-β)-συν(α+β)  - 2ημημ  2συνημ  ημ(α+β)+ημ(α-β)  2ημσυν  2συνσυν |

**Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις .**

α) Για να μετασχηματίσουμε ένα γινόμενο ημίτονων σε άθροισμα χρησιμοποιούμε τον τύπο

...............................................

β) Για να μετασχηματίσουμε ένα άθροισμα συνημίτονων σε γινόμενο χρησιμοποιούμε τον

τύπο..................................................

γ) Το γινόμενο ημίτονων δύο διαφορετικών τριγωνομετρικών αριθμών προέρχεται από .........................................................

**Συμπληρώστε με το σύμβολο της διάταξης τις παρακάτω εκφράσεις:**

α) ημαημβ ημ2.

β)  συν.

**Υπολογίστε τα παρακάτω γινόμενα και αθροίσματα και διατάξτε τα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.**

α) συν75 ο.συν15ο β) ημ105 ο ημ15 ο

γ) ημ75 ο +ημ15 ο δ) συν40 ο +συν80 ο +συν160 ο

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η παράσταση ημ37,5.ημ7,5 ,χωρίς κομπιουτεράκι,

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

είναι αδύνατη να υπολογιστεί.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

μπορεί να υπολογιστεί.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

ισούται με ημ30 = 0,5.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η ισότητα 2ημασυνβ = ημ(α+β)+συν(α-β)

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

δεν είναι σωστή.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

ισχύει πάντοτε.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

ισχύει όταν α = 90

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Ο τύπος 2 συνΑσυνΒ=συν(Α+Β)+συν(Α-Β)

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

ισχύει όταν Α,Β είναι γωνίες τριγώνου.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

ισχύει για κάθε Α,Β πραγματικούς αριθμούς.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

δεν είναι σωστός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο τύπος ημΑ+ημΒ = 2 συν

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

ισχύει όταν Α,Β είναι γωνίες τριγώνου.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

ισχύει για κάθε Α,Β πραγματικούς αριθμούς.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

δεν είναι σωστός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο τύπος συνΑ - συνΒ = 2ημ

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

είναι σωστός.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

είναι λάθος.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

ισχύει μόνο όταν Α=Β.

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε...... με όταν...

**Ερώτηση α)**

.......... ένα γινόμενο μετατρέπεται σε διαφορά ημίτονων;

**Ερώτηση β)**

.......... ένα άθροισμα ομώνυμων τριγωνομετρικών αριθμών μετατρέπεται σε γινόμενο ημίτονου επί συνημίτονου;

**Ερώτηση γ)**

.......... ένα άθροισμα ομώνυμων τριγωνομετρικών αριθμών μετατρέπεται σε γινόμενο ημίτονων;

**Ερώτηση δ)**

.......... ένα άθροισμα τριών ή περισσοτέρων ομώνυμων τριγωνομετρικών αριθμών μετατρέπεται σε γινόμενο;

**Ερώτηση ε)**

.......... χρησιμοποιούμε τα συμπεράσματα για τις παραπληρωματικές και τις συμπληρωματικές γωνίες;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

**Διατυπώσεις των θεμάτων.**

11 Αν Β και Γ είναι οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι: 2 συν  συν  -1 = συν 

12 Αν για τις γωνίες Α,Β,Γ ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύει ημΑ = συνΒ + συνΓ

να αποδείξετε ότι Β = 90ο ή Γ =90ο και αντίστροφα.

13 Να επιλύσετε τις εξισώσεις

ι) συν5χ - συνχ = ημ3χ

ιι)συν3χ + συνχ = ημ2χ

14 Να αποδείξετε ότι

ι) συνα συνβ  συν2

ιι)   ημ  για οποιαδήποτε α,β ε [0,π].

15 Αν για τις οξείες γωνίες Β και Γ ενός ορθογωνίου τριγώνου ισχύει

4ημΒ συνΓ = 1 , να αποδείξετε ότι Β = 30ο.

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

16.Να αποδειχθεί ότι συνα + συν2α + συν3α = 

17. Να αποδειχθεί ότι συν  + συν +συν  = - 

1. Αν α και β οξείες γωνίες τριγώνου με εφα εφβ =  και ημα ημβ =  συν45ο

να υπολογιστούν τα συν(α+β) και εφ(α+β). Από αυτές να βρεθούν οι εφα και εφβ και να επαληθευθούν οι σχέσεις ι) εφ2α.εφ2β

ιι) ημ4α = ημ4β

19 Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ των α και β ώστε οι τρεις εξισώσεις



να αποτελούν σύστημα ,δηλαδή να βρεθεί η σχέση μεταξύ εφα και εφβ.

20 Να επιλυθεί η ανίσωση συνχ+συν2χ+συν3χ < 0