



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Υπουργείο Παιδείας,

Έρευνας και Θρησκευμάτων

ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

10^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η συνάρτηση

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Το 13^ο Σχέδιο Εργασίας

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Μελέτη του Ρόλου του Συντελεστή a στη Γραφική Παράσταση της Συνάρτησης $y=a/x$ με το Λογισμικό GeoGebra

1. Ανοίγουμε το πρόγραμμα GeoGebra. Αφήνουμε στην οθόνη τους *Άξονες* και την *Προβολή Άλγεβρας*. Με τη βοήθεια του GeoGebra θα κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ για πολλές τιμές της παραμέτρου a . Πριν ξεκινήσουμε να απαντήσετε στις επόμενες δύο ερωτήσεις:

α) Τι σχήμα είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ ευθεία ή καμπύλη και πως ονομάζεται;

β) Από πόσα τμήματα αποτελείται η γραφική αυτή παράσταση και πως ονομάζονται;
.....

2. Κατασκευάστε

τη γραφική
παράσταση της
συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$,
για τιμές του a από
-10 ως 10. Η
παραμέτρος a να
αυξάνει κατά 0.5.
Χρησιμοποιείτε το
αγγλικό a για να
μην αλλάζουμε
συνέχεια από

Τρόπος κατασκευής με το πρόγραμμα GeoGebra

Για να αποφύγουμε να πληκτρολογούμε κάθε φορά την εξίσωση της ευθείας,

θα χρησιμοποιήσουμε το δρομέα . Ο δρομέας είναι μια οπτική αναπαράσταση ενός αριθμού. Πατάμε το εικονίδιο  του δρομέα και στη συνέχεια σε ένα σημείο στην άκρη της οθόνης για να τον τοποθετήσουμε. Στο πλαίσιο διαλόγου *Δρομέας* που ανοίγει αλλάζουμε το όνομα σε a (αγγλικό), αν χρειαστεί, το ελάχιστο σε -10 (από -5), το μέγιστο σε 10 (από 5) και την αύξηση σε 0.5 (από 0.1) και τέλος πατάμε εφαρμογή. Στη συνέχεια στο κάτω μέρος της οθόνης, δεξιά από την εισαγωγή γράφουμε $y=a/x$. Το $/$ σημαίνει γραμμή κλάσματος (διαίρεση). Πατάμε enter. Επιπλέον θα εμφανίσουμε την εξίσωση της υπερβολής κοντά της στην οθόνη. Πατάμε με δεξί κλικ πάνω στην

Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση Μαγνησίας
10^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΒΟΛΟΥ

ελληνικά αγγλικά.	σε υπερβολή και επιλέγουμε <i>Ιδιότητες</i> και εκεί που λέει <i>δείξτε την ετικέτα</i> επιλέγουμε <i>τιμή</i> αντί για <i>όνομα</i> . Επιλέγουμε ακόμη, αν θέλουμε, ένα χρώμα που μας αρέσει.
----------------------	---

3. Μετακινήστε το δρομέα έτσι ώστε το a να πάρει και θετικές και αρνητικές τιμές. Παρατηρήστε την καμπύλη που σχηματίζεται σε κάθε περίπτωση. Συμπεράνετε ότι αν το a πάρει θετικές τιμές, οι δύο κλάδοι της βρίσκονται στο και στο τεταρτημόριο, ενώ αν το a πάρει αρνητικές τιμές, οι δύο κλάδοι της βρίσκονται στο και στο..... τεταρτημόριο.

4. Για ποια τιμή του a η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=a/x$ είναι ευθεία; Για $a=.....$

5. Ποιος είναι τότε ο τύπος της συνάρτησης; $y=.....$

6. Ο δρομέας ρυθμίστηκε να παίρνει τιμές από -10 ως 10 και να αυξάνει κατά 0,5. Πόσες διαφορετικές γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων μπορούμε να κατασκευάσουμε μετακινώντας το συγκεκριμένο δρομέα;

7. Πόσες από αυτές είναι υπερβολές και πόσες ευθείες; Υπερβολές, ευθείες

8. Με κατάλληλη μετακίνηση του δρομέα να παρατηρήσετε διαδοχικά τις υπερβολές $y = \frac{2}{x}$ ($a=...$), $y = \frac{5}{x}$ ($a=...$) και $y = \frac{10}{x}$ ($a=...$). Συμπεραίνουμε ότι για $a>0$, όταν η τιμή του a μεγαλώνει, η υπερβολή από την αρχή των αξόνων.

9. Με κατάλληλη μετακίνηση του δρομέα να παρατηρήσετε διαδοχικά τις υπερβολές $y = \frac{-2}{x}$ ($a=...$), $y = \frac{-5}{x}$ ($a=...$) και $y = \frac{-10}{x}$ ($a=...$). Συμπεραίνουμε ότι για $a<0$, όταν η τιμή του a (γίνεται διαδοχικά -2, -5, -10), η υπερβολή από την αρχή των αξόνων.

10. Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y = \frac{a}{x}$ $a \neq 0$, έχει κέντρο συμμετρίας και αν ναι, ποιο σημείο είναι αυτό;

11. Πως αλλάζει η μορφή της υπερβολής όταν η τιμή του a μεγαλώνει;
.....

12. Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y = \frac{a}{x}$ $a \neq 0$, έχει κοινά σημεία με τον κατακόρυφο άξονα $y'y$;

13. Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y = \frac{a}{x}$ $a \neq 0$, έχει κοινά σημεία με τον οριζόντιο άξονα $x'x$;

Εργασίες για εξάσκηση

- 1) Ποιες τιμές μπορεί να πάρει η μεταβλητή x ;
- 2) Από πόσους κλάδους αποτελείται η γραφική παράσταση της υπερβολής $y=a/x$;
- 3) Αν $a>0$, τότε σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής $y=a/x$;
- 4) Αν $a<0$, τότε σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής $y=a/x$;
- 5) Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y=a/x$ διέρχεται από την αρχή O των αξόνων;
- 6) Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y=a/x$ έχει κέντρο συμμετρίας;
- 7) Η γραφική παράσταση της υπερβολής $y=a/x$ έχει άξονες συμμετρίας;

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $y = \alpha x^2$

Δίνεται η συνάρτηση $y = \alpha x^2$. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, στο παρακάτω πίνακα συντεταγμένων.

Στη συνέχεια να κατασκευάσετε την εξίσωση της ευθείας $y = \alpha x^2$. Η καμπύλη που σχηματίζεται ονομάζεται παραβολή. Ανακαλύφθηκε και αυτή από τον αρχαίο Έλληνα μαθηματικό Απολλώνιο, ο οποίος και της έδωσε αυτό το όνομα. Είναι μια καμπύλη που συναντάται στη φύση και στο σύμπαν.

Με τη βοήθεια του δρομέα για την τιμή του α να φτιάξετε την $y = \alpha x^2$.

Ποια είναι η μορφή της συνάρτησης, ευθεία ή καμπύλη;

14. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε την εξίσωση της ευθείας $y = \alpha x^2 + b$. Ποια είναι η μορφή της συνάρτησης, ευθεία ή καμπύλη;	Για να πληκτρολογήσετε $y = \alpha x^2 + b$ γράφουμε $y = a * x^2 + b$, όπου το * (shift 8) σημαίνει πολλαπλασιασμό και το ^ (shift 6) ύψωση σε δύναμη.
15. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται παραβολή . Μετακινήστε με το δρομέα την τιμή του a . Με ποιο τρόπο η τιμή του a επηρεάζει τη μορφή της παραβολής;	
16. Μετακινήστε με το δρομέα την τιμή του b . Με ποιο τρόπο η τιμή του b επηρεάζει τη μορφή της παραβολής;	
17. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε την εξίσωση της ευθείας $y = ax^2 + bx + c$. Ποια είναι η μορφή της συνάρτησης, ευθεία ή καμπύλη;	Για να πληκτρολογήσετε $y = ax^2 + bx + c$ γράφουμε $y = a * x^2 + bx + c$, όπου το * (shift 8) σημαίνει πολλαπλασιασμό και το ^ (shift 6) ύψωση σε δύναμη.
18. Πως ονομάζεται η καμπύλη αυτή;	
19. Μετακινώντας τους δρομείς των α , β και γ να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = x^2 + 5x + 6$. Μπορείτε να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $= 0$ από τη γραφική της παράσταση; Ποιες είναι;	

