



Μονώνυμα- Πολυώνυμα Ασκήσεις

Άσκηση 1

Δίνεται το μονώνυμο $-6x^{3\lambda-4}y^{\lambda+2}$. Αν ο βαθμός του ως προς x είναι 2 (δύο), να βρείτε

1. Τον αριθμό λ
2. Το βαθμό του μονωνύμου: α) ως προς y β) ως προς x και y
3. Την τιμή του μονωνύμου για $x = -3$ και $y = -1$

Λύση

1. Ο βαθμός του μονωνύμου ως προς x είναι 2, άρα
 $3\lambda - 4 = 2 \Rightarrow 3\lambda = 2 + 4 \Rightarrow 3\lambda = 6 \Rightarrow \frac{3\lambda}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow \lambda = 2$
2. Για $\lambda=2$ το μονώνυμο γίνεται $-6x^{3 \cdot 2 - 4}y^{2+2} = -6x^2y^4$ άρα
α) ο βαθμός του ως προς y είναι 4 και
β) ο βαθμός του ως προς x και y είναι 6
3. Η τιμή του μονωνύμου $-6x^2y^4$ για $x = -3$ και $y = -1$ είναι

$$-6(-3)^2 \cdot (-1)^4 = -6 \cdot 9 \cdot 1 = -54$$

Άσκηση 2

Αν η αριθμητική τιμή του μονωνύμου $2x^5y\omega^3$ για $x = 1$ και $y = 4$ είναι 27, να βρείτε την τιμή του ω .

Λύση

Η αριθμητική τιμή του μονωνύμου $2x^5y\omega^3$ για $x = 1$ και $y = 4$ είναι 27 άρα

$$2 \cdot 1^5 \cdot 4 \cdot \omega^3 = 27$$

$$2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \omega^3 = 27$$

$$8\omega^3 = 27$$

$$\omega^3 = \frac{27}{8}$$

$$\omega^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$\text{άρα } \omega = \frac{3}{2}$$

Άσκηση 3

Το μονώνυμο $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)\alpha^2\beta^{\kappa}\gamma^{\kappa-2}$ είναι βαθμού $8^{\text{ου}}$ ως προς α , β και γ .

Να βρείτε το κ και να γράψετε το μονώνυμο σε απλούστερη μορφή.

Λύση

Το μονώνυμο $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)\alpha^2\beta^{\kappa}\gamma^{\kappa-2}$ είναι $8^{\text{ου}}$ βαθμού ως προς α , β και γ , άρα θα ισχύει

$$\cancel{2} + \kappa + \kappa - \cancel{2} = 8 \Rightarrow 2\kappa = 8 \Rightarrow \kappa = 4$$

Τότε το μονώνυμο γράφεται $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)\alpha^2\beta^4\gamma^2 = [(\sqrt{3})^2 + \cancel{2\sqrt{3}} - \cancel{2\sqrt{3}} - 4]\alpha^2\beta^4\gamma^2 =$

Εφαρμόζω επιμεριστική ιδιότητα

$$= (3 - 4)\alpha^2\beta^4\gamma^2 =$$

$$= -\alpha^2\beta^4\gamma^2$$

Άσκηση 4

Να βρείτε τα γινόμενα:

i. $-2\alpha^2 \cdot (-3\alpha^3)$

ii. $-\frac{2}{3}xy \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)$

iii. $(2\sqrt{2}x^2)(-\sqrt{2}x^3)$

Λύση

i. $-2\alpha^2 \cdot (-3\alpha^3) = 6\alpha^5$

ii. $-\frac{2}{3}xy \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right) = \frac{2}{6}x^2y^2 = \frac{1}{3}x^2y^2$

iii. $(2\sqrt{2}x^2)(-\sqrt{2}x^3) = -2(\sqrt{2})^2x^5 = -2 \cdot 2x^5 = -4x^5$

Άσκηση 5

Να γράψετε σαν ένα μονώνυμο την παράσταση

$$B = -\frac{2}{7}x^2y \cdot \left(-\frac{7}{2}xy^2\right) + 3x^3y^3 - (2xy)^3$$

Λύση

$$\begin{aligned} B &= -\frac{2}{7}x^2y \cdot \left(-\frac{7}{2}xy^2\right) + 3x^3y^3 - (2xy)^3 = \\ &= -\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)x^3y^3 + 3x^3y^3 - 8x^3y^3 = \\ &= x^3y^3 + 3x^3y^3 - 8x^3y^3 = -4x^3y^3 \end{aligned}$$

Άσκηση 6

Αν $P(x) = -2x^3 + 3x^4 - 3x - 5x^2 + 7$

- α. Να γράψετε το πολυώνυμο κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x .
β. Να βρείτε το $P(-1)$ και το $P(-2)$.

Λύση

- α. $P(x) = -2x^3 + 3x^4 - 3x - 5x^2 + 7$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x γράφεται:

$$P(x) = 3x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 3x + 7$$

- β.
$$\begin{aligned} P(-1) &= 3 \cdot (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^3 - 5 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 7 = \\ &= 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) - 5 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + 7 = \\ &= 3 + 2 - 5 + 3 + 7 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-2) &= 3 \cdot (-2)^4 - 2 \cdot (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 7 = \\ &= 3 \cdot 16 - 2 \cdot (-8) - 5 \cdot 4 - 3 \cdot (-2) + 7 = \\ &= 48 + 16 - 20 + 6 + 7 = 57 \end{aligned}$$

Άσκηση 7

Να κάνετε τις αναγωγές ομοίων όρων:

- a) $5\alpha - (2\alpha - 1) + (9 - 3\alpha) - (-7\alpha - 3)$
b) $5\alpha - 3\beta - [3\alpha - (\beta - 2\alpha)] - 2\beta$
c) $\alpha^2 - (\beta^2 - \alpha\beta) + [2\beta^2 + 3\alpha\beta - (\alpha^2 + \beta^2)] - (-3\beta^2 + 4\alpha\beta)$

Λύση

a) $5\alpha - (2\alpha - 1) + (9 - 3\alpha) - (-7\alpha - 3) =$

$$\begin{aligned} &= 5\alpha - 2\alpha + 1 + 9 - 3\alpha + 7\alpha + 3 = \\ &= 7\alpha + 13 \end{aligned}$$

b) $5\alpha - 3\beta - [3\alpha - (\beta - 2\alpha)] - 2\beta =$

$$\begin{aligned} &= 5\alpha - 3\beta - (3\alpha - \beta + 2\alpha) - 2\beta = \\ &= 5\alpha - 3\beta - 3\alpha + \beta - 2\alpha - 2\beta = -4\beta \end{aligned}$$

c) $\alpha^2 - (\beta^2 - \alpha\beta) + [2\beta^2 + 3\alpha\beta - (\alpha^2 + \beta^2)] - (-3\beta^2 + 4\alpha\beta) =$

$$\begin{aligned} &= \alpha^2 - \beta^2 + \alpha\beta + (2\beta^2 + 3\alpha\beta - \alpha^2 - \beta^2) + 3\beta^2 - 4\alpha\beta = \\ &= \alpha^2 - \beta^2 + \alpha\beta + 2\beta^2 + 3\alpha\beta - \alpha^2 - \beta^2 + 3\beta^2 - 4\alpha\beta = 3\beta^2 \end{aligned}$$

Άσκηση 8

Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha. \quad 3x(x^2 - 1) - 4x^2(x + 2) - 3x + 4(x^2 - 1)$$

$$\beta. \quad 6x^2(3xy - 9x^2y) - 4xy(x + 1)(y + 2)$$

Λύση

$$\begin{aligned}\alpha. \quad 3x(x^2 - 1) - 4x^2(x + 2) - 3x + 4(x^2 - 1) &= \\ &= 3x^3 - 3x - 4x^3 - 8x^2 - 3x + 4x^2 - 4 = \\ &= -x^3 - 4x^2 - 6x - 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta. \quad 6x^2(3xy - 9x^2y) - 4xy(x + 1)(y + 2) &= \\ &= 18x^3y - 54x^4y - 4xy(xy + 2x + y + 2) = \\ &= 18x^3y - 54x^4y - 4x^2y^2 - 8x^2y - 4xy^2 - 8xy\end{aligned}$$

Άσκηση 9

Αν $A(x) = x^2 - 3x + 2$, $B(x) = 4 - x^2$ και $\Gamma(x) = 2x^2 + x + 1$ να βρείτε τα πολυώνυμα: $A(x) - 2B(x)$ και $2A(x) + 3B(x) - \Gamma(x)$

Λύση

$$\begin{aligned}A(x) - 2B(x) &= x^2 - 3x + 2 - 2(4 - x^2) = \\ &= x^2 - 3x + 2 - 8 + 2x^2 = \\ &= 3x^2 - 3x - 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2A(x) + 3B(x) - \Gamma(x) &= \\ &= 2(x^2 - 3x + 2) + 3(4 - x^2) - (2x^2 + x + 1) = \\ &= 2x^2 - 6x + 4 + 12 - 3x^2 - 2x^2 - x - 1 = \\ &= -3x^2 - 7x + 15\end{aligned}$$

Άσκηση 10

Αν $P(x) = 3(x+1)(-x+1)2x$ και $Q(x) = \alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x + \delta$, να βρείτε τις τιμές των α , β , γ και δ ώστε $P(x) = Q(x)$.

Λύση

$$\begin{aligned} P(x) &= 3(x+1)(-x+1)2x = \\ &= 6x(x+1)(-x+1) = \\ &= 6x(-x^2 + x - x + 1) = \\ &= 6x(-x^2 + 1) = \\ &= -6x^3 + 6x \end{aligned}$$

Είναι: $P(x) = Q(x) \Rightarrow$

$$\alpha=0 \quad \gamma=6$$

$$\beta=-6 \quad \delta=0$$

