



Αξιοσημείωτες ταυτότητες

Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.



Τετράγωνο αθροίσματος

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

Απόδειξη

α' μέλος

$$(\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta) =$$
$$= \alpha^2 + \alpha\beta + \alpha\beta + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

ανάπτυγμα του $(\alpha + \beta)^2$



Τετράγωνο διαφοράς

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

Απόδειξη

α' μέλος

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta) =$$

$$= \alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\beta + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

ανάπτυγμα του $(\alpha - \beta)^2$

Παραδείγματα

$$\begin{aligned} 1. (2x^2 + 3x)^2 &= (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot 3x + (3x)^2 = \\ &= 4x^4 + 12x^3 + 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (y^2 - y)^2 &= (y^2)^2 - 2y^2 \cdot y + y^2 = \\ &= y^4 - 2y^3 + y^2 \end{aligned}$$

 $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$ (οι αντίθετοι έχουν τα ίδια τετράγωνα)



Κύβος αθροίσματος

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

Απόδειξη

α' μέλος

$$(\alpha + \beta)^3 = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 =$$

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta)^2 &= \\&= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2\end{aligned}$$

$$= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) =$$

επιμεριστική
ιδιότητα

$$= \alpha^3 + 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^3 =$$

$$= \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$



Κύβος διαφοράς

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

Απόδειξη

α' μέλος

$$(\alpha - \beta)^3 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta)^2 =$$

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)^2 &= \\ &= \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 \end{aligned}$$

$$= (\alpha - \beta)(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) =$$

επιμεριστική
ιδιότητα

$$= \alpha^3 - 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3 =$$

$$= \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

Παραδείγματα

$$\begin{aligned} 1. \quad (2x + 5)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2x \cdot 5^2 + 5^3 = \\ &= 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot 5 + 6x \cdot 25 + 125 = \\ &= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad (2x - y)^3 &= (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 - y^3 = \\ &= 8x^3 - 3 \cdot 4x^2 \cdot y + 6xy^2 - y^3 = \\ &= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 \end{aligned}$$



Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά

$$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$$

Απόδειξη

α' μέλος

$$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) =$$

επιμεριστική
ιδιότητα

$$= \alpha^2 - \alpha\beta + \alpha\beta - \beta^2 =$$

$$= \alpha^2 - \beta^2$$

Παραδείγματα

1. $(2x - 3)(2x + 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$

2. $(-x + 3)(-x - 3) = (-x)^2 - 3^2 = x^2 - 9$

3. $(x - 2)(-x - 2) = (-2)^2 - x^2 = 4 - x^2$



Προσέχω ποιος διατηρεί το
ίδιο πρόσημο

