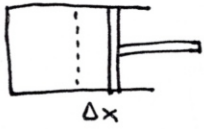


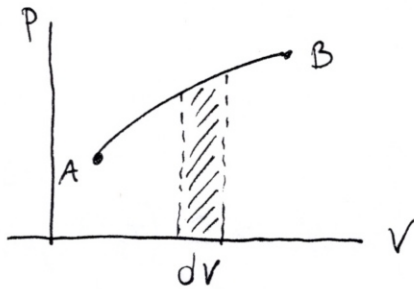
ΕΡΓΟ ΑΕΡΙΟΥ.



Για πολύ μικρή μετακίνηση του εμβόλου κατά Δx έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} dW &= F \cdot dx \\ P &= \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A \end{aligned} \right\} \Rightarrow dW = P \cdot A \cdot dx \Rightarrow \boxed{dW = P \cdot \Delta V} \quad (1)$$

Έστω τώρα μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή AB



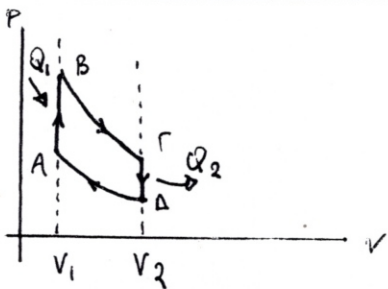
Εάν dV είναι πολύ μικρό τότε το γραμμικοποιημένο εμβαδόν μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο. Οπότε

$$\text{Εμβαδόν} = \text{βάση} \times \text{ύψος} = P \cdot \Delta V \quad (2)$$

(1), (2), $\Rightarrow$ Εμβαδόν = dW δηλαδή εμβαδόν = έργο.

Εάν χωρίσουμε την επιφάνεια κάτω από τη γραμμή AB σε στοιχειώδεις τέτοιες επιφάνειες ε' αθροίζουμε τα εμβαδά θα πάρουμε το έργο του αερίου για τη μεταβολή AB.

ΚΥΚΛΟΣ ΟΤΤΟ (ΒΕΓΥΝΟΥΜΕΤΕΡΑΣ).



$$\epsilon = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{n C_V (T_B - T_A) + n C_V (T_A - T_C)}{n C_V (T_B - T_A)} = 1 + \frac{(T_A - T_C)}{(T_B - T_A)}$$

$$T_B \cdot V_1^{\gamma-1} = T_C \cdot V_2^{\gamma-1}$$

$$T_A \cdot V_1^{\gamma-1} = T_D \cdot V_2^{\gamma-1} \quad (-)$$

$$\frac{V_1^{\gamma-1} (T_B - T_A)}{V_2^{\gamma-1} (T_C - T_D)} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_A - T_C}{T_B - T_A} = - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \epsilon = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ

1^η συνθήκη:

$$\left. \begin{aligned} P_1 V_1^\gamma &= P_2 V_2^\gamma \\ P_1 V_1 &= nRT_1 \Rightarrow P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} \\ P_2 V_2 &= nRT_2 \Rightarrow P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{nRT_1}{V_1} \cdot V_1^\gamma = \frac{nRT_2}{V_2} \cdot V_2^\gamma \Rightarrow \boxed{T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}}$$

2^η συνθήκη:

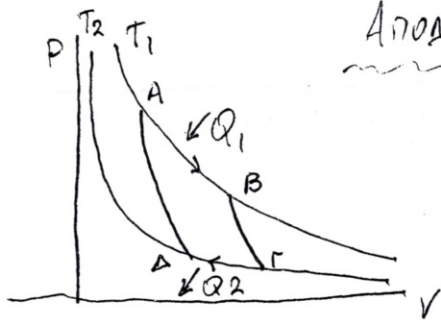
$$\left. \begin{aligned} P_1 V_1^\gamma &= P_2 V_2^\gamma \\ P_1 V_1 &= nRT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} \\ P_2 V_2 &= nRT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} \end{aligned} \right\} = P_1 \left(\frac{nRT_1}{P_1} \right)^\gamma = P_2 \left(\frac{nRT_2}{P_2} \right)^\gamma \Rightarrow P_1^{1-\gamma} \cdot T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} \cdot T_2^\gamma \Rightarrow \boxed{T_1 \cdot P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \cdot P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

3^η συνθήκη:

$$\left. \begin{aligned} C_p &= C_v + R \\ \gamma &= \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma C_v \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v(\gamma - 1) = R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \left. \begin{aligned} &\Rightarrow W = -n \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \Delta \\ &W = -\Delta U \Rightarrow W = -n C_v \Delta T \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow W = \frac{nRT_2 - nRT_1}{1 - \gamma} \Rightarrow \boxed{W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}}$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΓΙΑ ΤΟΝ ΚΥΚΛΟ CARNOT.



$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A} \\ Q_2 &= nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_C} = -nRT_2 \ln \frac{V_C}{V_A} \Rightarrow |Q_2| = nRT_2 \ln \frac{V_C}{V_A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2 \ln \frac{V_C}{V_A}}{T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}} \left. \begin{aligned} &\Rightarrow \frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \\ &\left. \begin{aligned} T_2 V_B^{\gamma-1} &= T_1 V_C^{\gamma-1} \\ T_2 V_A^{\gamma-1} &= T_1 V_D^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$e = \frac{W_{\text{net}}}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \stackrel{(1)}{=} 1 - \frac{T_2}{T_1}$$