

Επαναληπτικά Θέματα - Ασκήσεις

Για την Γ' Γυμνασίου (1^ο Γυμ. Βολού)

Καθηγητής: Νίκος Λ. Σακαράκης

ΤΑΧΥΤΟΤΗΤΕΣ

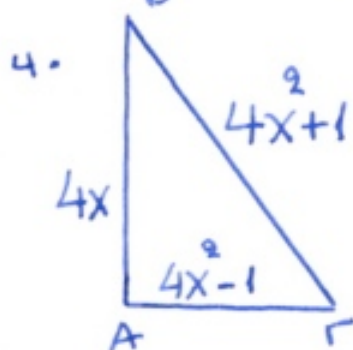
1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα
αντιστοιχίζοντας σε κάθε
παράσταση της στήλης Α το
ανάπτυγμα της από τη στήλη Β

α	β	γ	δ	ε

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $(a+4)^2$	1. a^3-1
β. $(-4+a)^2$	2. $a^3-3a+3a^2-1$
γ. $(4a-3) \cdot (4a+3)$	3. a^2+8a+8
δ. $(a-1)^3$	4. $4a^2-9$
ε. $(a-1)(a^2+a+1)$	5. a^3-3a^2+3a-1
	6. $a^2-8a+16$
	7. $16a^2-9$
	8. $a^2+8a+16$

2. Να αποδείξετε ότι $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

3. Να αποδείξετε ότι: $(x+2y)^2 - (y-2x) \cdot (y+2x) + (2x-y)^2 = 9x^2 + 4y^2$



Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ
είναι ορθογώνιο.

5. Να αποδείξετε ότι:

$$a) \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4$$

$$b) \left(\frac{99}{100} + \frac{100}{99}\right)^2 - \left(\frac{99}{100} - \frac{100}{99}\right)^2 = 4$$

6. Να γίνουν οι πράξεις:

$$(x+2)^2 - (x+3) \cdot (x-3) - 2 \cdot (2x-3)$$

7. Αν $x + \frac{1}{x} = 4$, να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραγόμενων.

$$a) x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$b) x^3 + \frac{1}{x^3}$$

8. Αν $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$, να υπολογιστούν

οι παραγόμενες:

$$a) x \cdot y \quad b) x^2 - y^2 \quad \gamma) x^2 + y^2 \quad \delta) x^3 + y^3$$

*9. Αν $3x + 4y = 4$ και οι αριθμοί $x, 3y$ είναι αντιστρέφω, να υπολογίσετε τις τιμές των παραγόμενων:

$$A = 9x^2 + 16y^2 \quad \text{και} \quad B = \frac{3x^2}{2} + \frac{8y^2}{3}$$

(Υπόθεση: $x, 3y$ αντιστρέφω, τότε $x \cdot 3y = 1 \rightarrow x \cdot y = \frac{1}{3}$ κλπ)

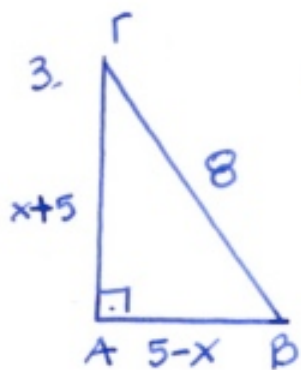
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ - ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Αν $(a+2b)^2 = a^2 + 4b^2 + 4$, τότε οι αριθμοί a, b είναι:

- α) Αντίθετοι β) αντιστρόφιοι γ) ετερόσημοι
δ) μεγαλύτεροι του 1.

2. Αν $(x+y)^3 = -8$, τότε:

- α) $y-2 = -x$ β) $y+2 = x$ γ) $x-2 = y$ δ) $x+2 = -y$



Το τρίγωνο ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι ορθογώνιο και
ίσχύει, ότι $x < 5$. Η τιμή της παραστάσεως
 $x^2 + 25$ ισούται με:

- α) 7 β) 32 γ) 50 δ) 64 ε) 81

4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που
ακολουθούν γ $\in$ τη λέξη Σωστό ή Λάθος

- α) Ισχύει ότι $(-a-b)^2 = (b+a)^2$
β) Ισχύει ότι $(a+b)(b-a) = a^2 - b^2$
γ) Ισχύει ότι $(2x-3) \cdot (2x+3) = 2x^2 - 9$
δ) Ισχύει ότι $(a-b)^3 = -(b-a)^3$

Απλοποίηση Παραστάσεων - Πράξεις

$$\alpha) \left(\frac{x+3}{2x+1} - \frac{x}{2x-1} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4x-3} \right) = ;$$

$$\beta) \left[\frac{x+3}{x^2-1} + \frac{x-3}{(x-1)^2} \right] : \frac{x^2-3}{(x-1)^2} = ;$$

$$\gamma) \left(1 - \frac{2ab}{a^2+b^2} \right) \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{a+b}{a-b} \right) = ;$$

$$\delta) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1 \right) : \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \right) = ;$$

(Να γίνουν οι πράξεις - απλοποιήσεις)

ε) α) Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:
 $x^2 - 4x + 3$ και $x^2 + 2x - 3$

β) Να υπολογισθεί η παράσταση

$$A = \frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 1} + \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ου βαθμού

Να λυθούν οι εξισώσεις.

$$1) (2x-3)^2 - (x-2)^2 = 2x^2 - 11$$

$$2) \frac{x^2-1}{3} - \frac{x+3}{5} = x-2$$

$$3) x \cdot (8-x) - (3x+1) \cdot (x+2) = 1$$

$$4) (x^2-3x) \cdot (x^2-4x-32) = 0$$

$$* 5) x^2 - 2 \cdot (\sqrt{3}+1) \cdot x + 4\sqrt{3} = 0$$

$$* 6) \text{ Αν για λύση της εξίσωσης } x^2 + (k-5)x + k = 0 \text{ είναι ο αριθμός } 1, \text{ να βρεθεί η άλλη λύση της.}$$

$$* 7) 5x^2 - 2 \cdot (2x-1)^2 = -\frac{3}{4}$$

$$* 8) \sqrt{3} x^2 - \sqrt{12} = x$$

$$** 9) \text{ Δίνεται το πολυώνυμο } P(x) = (x+1)^2 + (x-1)^3 - x^3 + 7$$

$$a) \text{ Να δείξετε ότι } P(x) = -2x^2 + 5x + 7$$

$$b) \text{ Να λύσετε την εξίσωση } P(x) = 0.$$

$$10) \text{ Να δείξετε ότι } (\sqrt{3}-2)^2 = 7-4\sqrt{3} \text{ και λύστε να λύσετε την εξίσωση } 2x^2 + 8\sqrt{3} = 14.$$