

i. $\frac{|a-\beta|}{|\beta-a|}$

ii. $\frac{|x^2+1|}{x^2+1} + \frac{|-y-1|}{|y+1|}$

iii. $\frac{|a-1|}{|1-a|} - \frac{|-\beta-1|}{|\beta+1|} + \frac{|a-\beta+\gamma|}{|\beta-a-\gamma|}$

iv. $|x^2+1| - \frac{|4-x|}{|x-4|} - x^2$

v. $\frac{|2x-1|}{|1-2x|} - 3 \frac{|3y+2|}{|-2-3y|} + 2 \frac{|x-y+z|}{|y-x-z|}$

8. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις, με την προϋπόθεση ότι ορίζονται :

i. $\frac{x^2-9}{|x|-3}$

ii. $\frac{x^2+2|x|}{|x|+2}$

iii. $\frac{x^2+4|x|+4}{|x|+2}$

iv. $\frac{5x^2-10|x|}{x^2-4}$

v. $\frac{|x|^3+3x^2}{2|x|+6}$

9. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό x , ισχύει $\frac{|x^3+2x|}{|x|^2+2} = |x|$

10. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

i. $A = 1+x-|x-2|$

ii. $B = 2|x-3|+3x-2$

iii. $\Gamma = -|x+3|+x-4$

iv. $\Delta = x-|2x-6|$

11. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

$A = |4-x|-|x+4|$

$B = |x-3|+|x|$

$\Gamma = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$

$\Delta = |x+1|+|x-3|$

$E = x-|x-2|+|x+4|$

$Z = 3-|x-4|+|6-3x|$

12. Να λυθούν οι εξισώσεις :

i. $|x|+|y|=0$

ii. $|x-1|+|x-2|=0$

iii. $|x-3|+(y-3)^2=0$

iv. $|x-1|+x^2-2x+1=0$

13. Να λυθούν οι ανισώσεις :

i. $|x|+|y|\geq 0$

ii. $|x|+|y|> 0$

iii. $|x+3|+|y-2|> 0$

iv. $|x-2|+y^2+6y+9> 0$

v. $|x|+|y|\geq -2$

vi. $|x|+|y|< 0$

vii. $|x+3|+|y-2|\leq -3$

14. Να λύσετε τις ανισώσεις και να γράψετε το αποτέλεσμα ως διάστημα.

i. $|x+3|< 4$

ii. $|x-4|> 2$

iii. $d(x,5)\geq 1$

iv. $d(x,-1)\leq 2$

v. $|x-2|> 5$

vi. $|x+3|\geq 2$

15. Να λυθούν οι εξισώσεις με τη βοήθεια της έννοιας της απόστασης δύο αριθμών (γεωμετρικά) :

i. $|x-2|+|x+2|=4$

ii. $|x-2|+|x+4|=6$

16. Να διατάξετε στη σειρά από το μικρότερο ή ίσο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς :

i. $|x|, -|x|, x, -|x|-2, |x|+3$

ii. $|x|+|y|, |x|-|y|, |x+y|, ||x|-|y||$

17. α. Αν $|x|\leq 2$ και $|y|\leq 3$, να αποδείξετε ότι :

i. $|x+y|\leq 5$

ii. $|2x-y|\leq 7$

iii. $|x^2-2y+1|\leq 11$

β. Αν $|x|\leq 2$ και $|y|\leq 5$, να αποδείξετε ότι :

i. $|3x+y|\leq 11$

ii. $|2x-3y+11|< 32$

2.3 ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ