

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

1. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

a. $|3-2x|=7$ b. $|3x+1|=2$ c. $|2x+3|=|3-4x|$ d. $|x-2|=x-2$

e. $|2x+1|=-2x-1$ f. $|3x-2|+|2-y|=0$ g. $(x-1)^2=2\cdot|1-x|$

h. $\frac{|1-2x|}{3} - \frac{2-|2x-1|}{4} = 1 - \frac{1-|2x-1|}{12}$ i. $\frac{|3x-6|}{2} - \frac{1-|4-2x|}{3} = 0$

2. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις, με τη βοήθεια των συνθηκών που δίνονται σε κάθε περίπτωση:

$A=|x-2|-|3-x|+2|-x|$, αν $2 < x < 3$.

$B=|x+2|-2|x+3|+5|x|-|x+1|$, αν $-3 < x < -2$.

$\Gamma=|a-x|-|b-y|-|a-b|-|y-x|$, αν $x < a < y < b$.

3. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτες τιμές

$A=3x-|x-2|$ $B=|2x-1|-x+1$

$\Gamma=|x-2|^2-|1-x|^2+|x+1|$ $\Delta=|2-|x||$

4. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις

a. $|3x-2|\leq 5$ b. $|2-x|\geq 3$ c. $|x-2|+|3-2x|\leq 0$

d. $|2x+3|<-2$ e. $|3-2x|>-4$ f. $-1\leq 2x-1\leq 3$

g. $3<|2x-5|<7$ h. $\frac{2-|x-1|}{3} - \frac{1-|3-3x|}{2} \leq 1$ i. $1\leq d(x,-3)\leq 2$

5. Αν γνωρίζετε ότι $|a|=3$ και $|\beta|=2$, να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των παραστάσεων: $|a-2\beta|$, $|4-a|+|\beta-2|$.

6. Αν ισχύει $|3a-2\beta|<|2a-3\beta|$, να αποδείξετε ότι: $|a|<|\beta|$.

7. Αν ισχύει $-3<x<0$ να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: $A=|x^2+3x|-|x+2|+|x-1|$ και $B=x|x-2|+|x^2-4x+4|+6|x|$ και $\Gamma=|x-x^2|-|4x+12|-|x||3-|x||$

8. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις: a. $|3-|x||=5$ και b. $||x-1|-4|=2$

9. α. Να αποδείξετε την ισοδυναμία: $|a| < |b| \Leftrightarrow a^2 < b^2$ για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$.

β. Να λύσετε την ανίσωση: $|2x-3| < |4+2x|$

γ. Αν τα για τους πραγματικούς αριθμούς a, b ισχύουν οι σχέσεις:

$|a| \neq |b|$ και $1 + |ab| < |a+b|$, να αποδείξετε ότι: $|a| < 1 < |b|$ ή $|b| < 1 < |a|$.

10. Αν για τους μη μηδενικούς πραγματικούς αριθμούς a και b ισχύει ότι: $|a+b| < |a-b|$, να αποδείξετε ότι:

α. Οι a και b είναι ετερόσημοι.

β. Ισχύει η σχέση: $a|b| + b|a| = 0$

γ. Αν επιπλέον των προηγούμενων σχέσεων ισχύει ότι $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 1 = 0$, να αποδείξετε ότι $a < 0$ και $b < 0$.

11. Αν ισχύουν οι σχέσεις: $|x| < 2$, $|y-3| < 1005$ και $|3x-z| < 4$ να αποδείξετε ότι: $|xy-z| < 2014$

12. α. Να αποδείξετε ότι αν για τους πραγματικούς αριθμούς a και b ισχύει μία από τις σχέσεις:

$|a| + |b| = 0$, $a^2 + b^2 = 0$, $|a| + |b| \leq 0$, αποδείξετε ότι $a=b=0$.

β. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις-ανισώσεις:

i. $|2x-1| + |3-x| = 0$ ii. $|x^2-2x| + |x^2-4| = 0$ iii. $|x-2| + |y+3| \leq 0$

13. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = xy + 3x - y - 3$, $B = 4x + y - 4 - xy$, $\Gamma = 2 - 2x$

α. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της ποσότητας $|A| + |B| + |\Gamma|$.

β. Για ποια τιμή του x η ποσότητα παίρνει την ελάχιστη τιμή της;