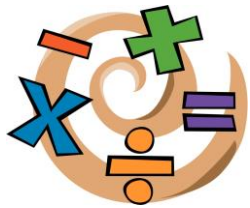


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων & Πυθαγόρειο Θεώρημα

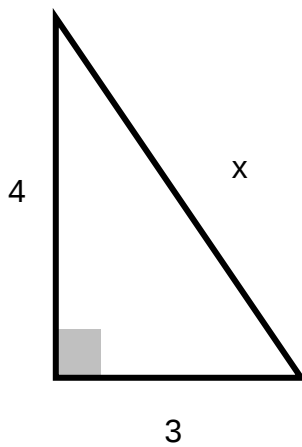


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

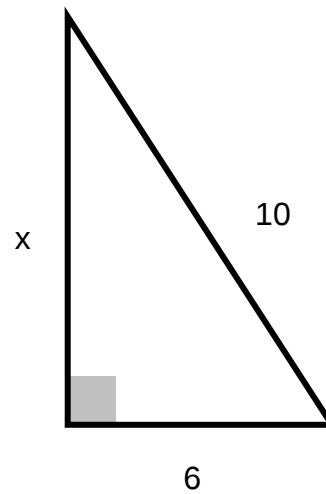
● ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα, να κάνετε το κατάλληλο σχήμα και να γράψετε την μαθηματική σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα για το συγκεκριμένο σχήμα.
2. Να υπολογίσετε το μήκος x , σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

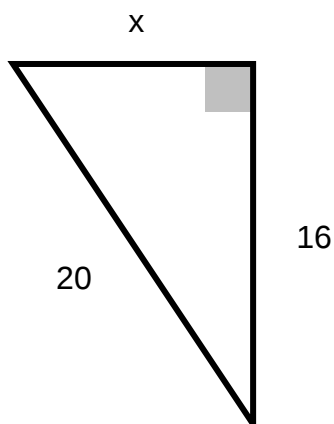
α.



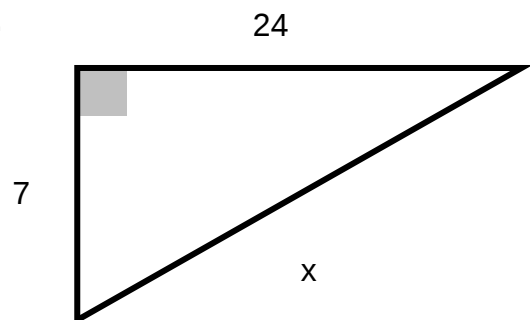
β.



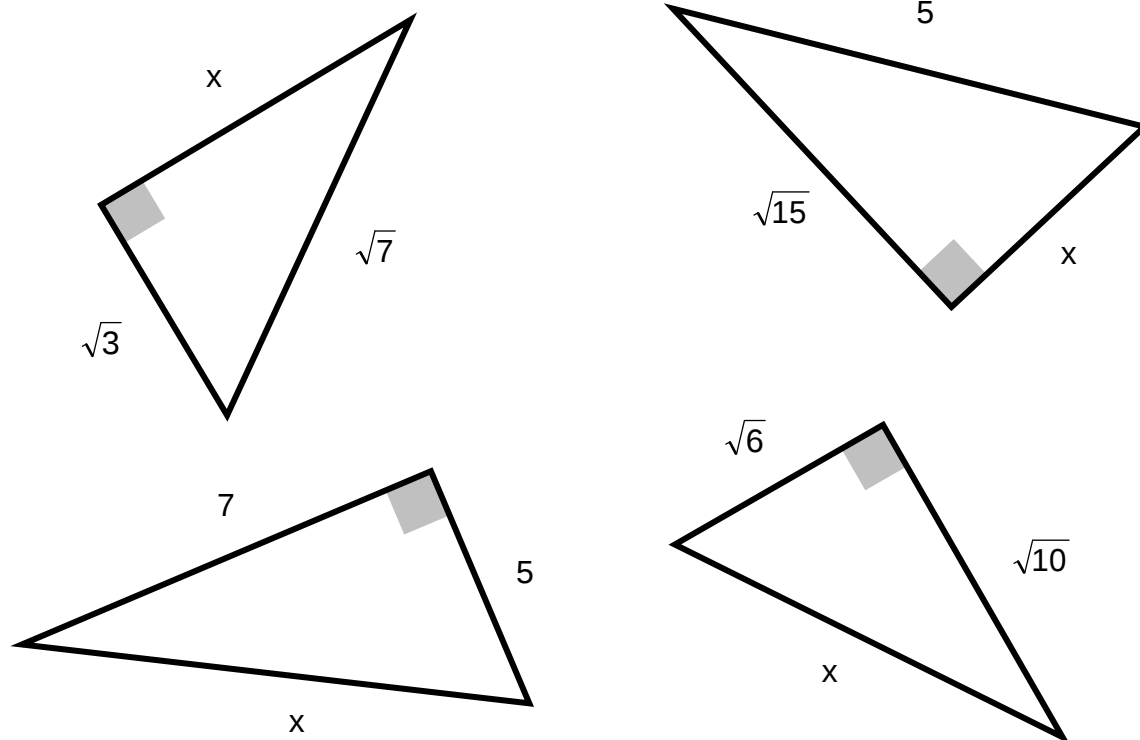
γ.



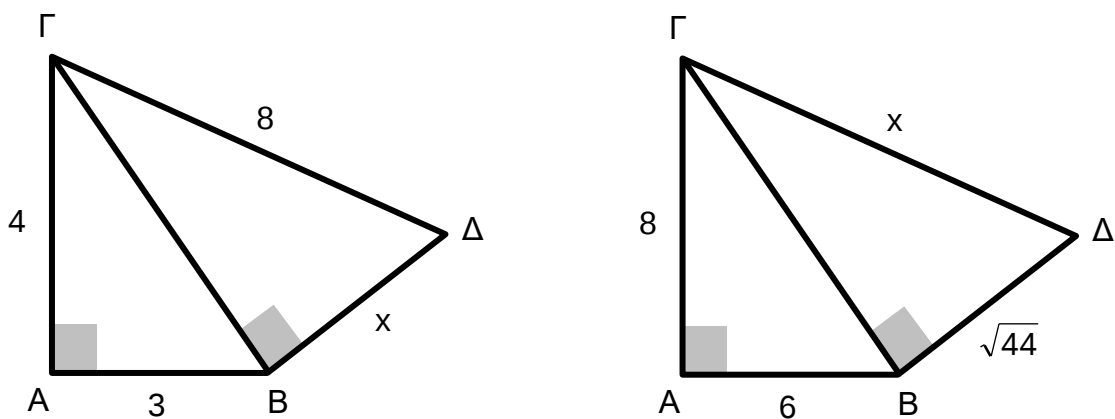
δ.



3. Να υπολογίσετε το μήκος x , σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:



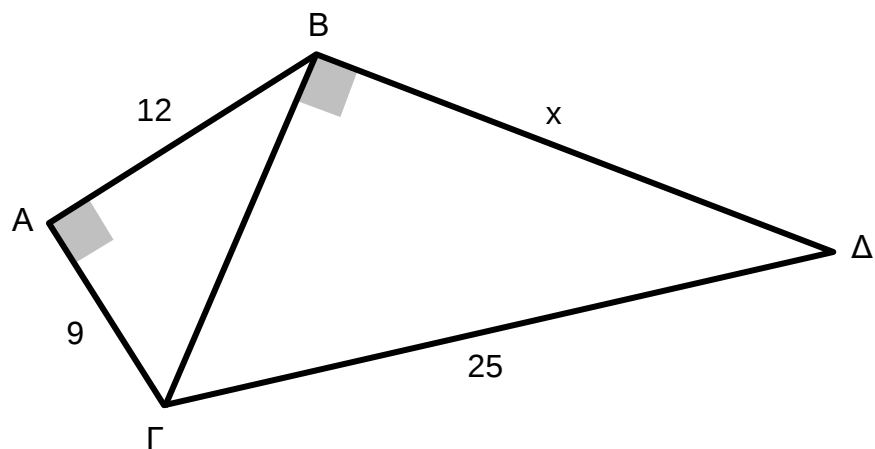
4. Να υπολογίσετε την πλευρά x σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα:



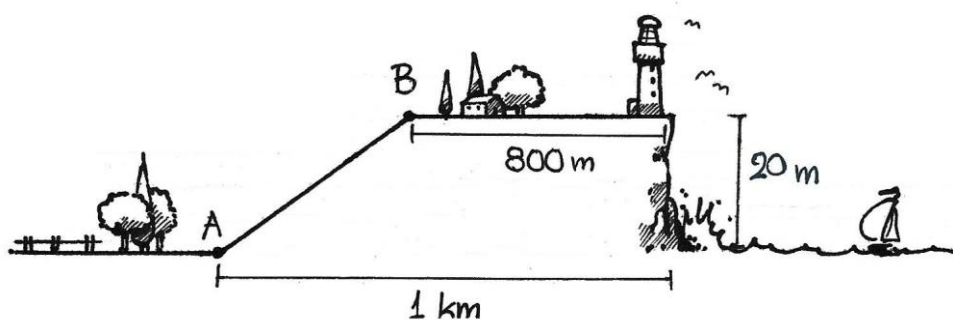
5. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ($K=90^\circ$) έχει κάθετες πλευρές $ΚΛ = 5\text{ cm}$ και $ΚΜ = 12\text{ cm}$. Να φτιάξετε σχήμα, τοποθετώντας τα σωστά γράμματα στις κορυφές του τριγώνου και κατόπιν να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσας.

6. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB = AG = 13$ και $BΓ = 10$. Να υπολογίσετε το ύψος από την κορυφή A .

7. Να υπολογίσετε την πλευρά x στο παρακάτω σχήμα:



8. Μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος του δρόμου AB ;



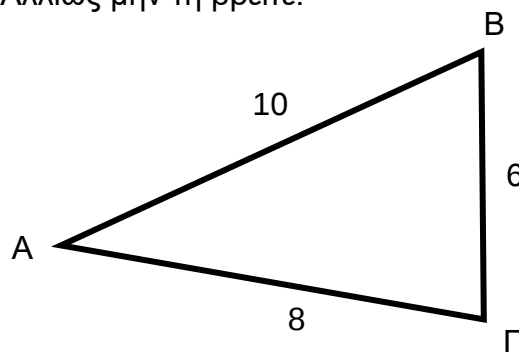
9. Να εξετάσετε εάν είναι ορθογώνια τα εξής τρίγωνα ΑΒΓ με πλευρές:

- α. $\alpha = 25 \text{ cm}$, $\beta = 20 \text{ cm}$, $\gamma = 15 \text{ cm}$
- β. $\alpha = 10 \text{ m}$, $\beta = 12 \text{ m}$, $\gamma = 14 \text{ m}$
- γ. $\alpha = 2,5$, $\beta = 2$, $\gamma = 1,5$
- δ. $\alpha = 3,5 \text{ cm}$, $\beta = 30 \text{ mm}$, $\gamma = 0,045 \text{ m}$

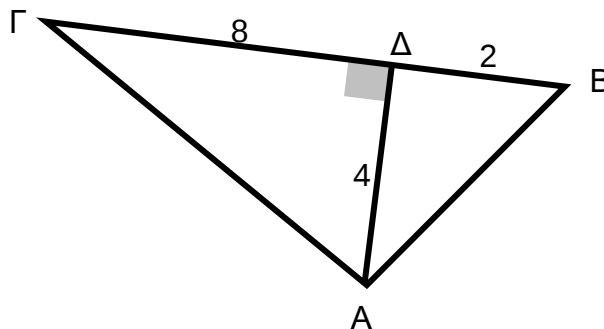
10. Να εξετάσετε εάν είναι ορθογώνια τα εξής τρίγωνα ΑΒΓ με πλευρές:

- α. $AB = 1$, $B\Gamma = \sqrt{2}$, $\Gamma A = \sqrt{3}$
- β. $AB = 7$, $B\Gamma = 8$, $\Gamma A = \sqrt{15}$
- γ. $AB = \sqrt{5}$, $A\Gamma = \sqrt{6}$, $B\Gamma = \sqrt{11}$
- δ. $AB = \sqrt{10}$, $A\Gamma = \sqrt{12}$, $B\Gamma = \sqrt{23}$

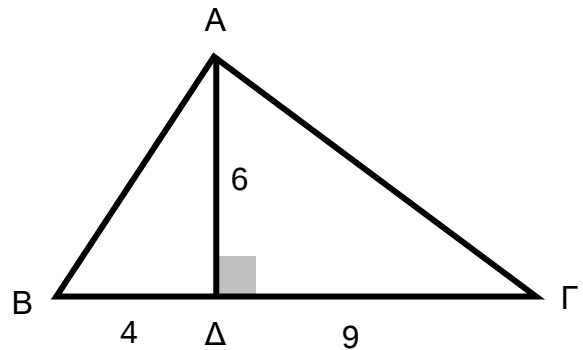
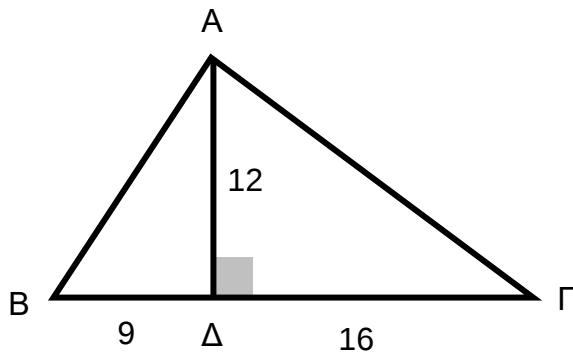
11. Να εξετάσετε αν το παρακάτω τρίγωνο είναι ορθογώνιο και αν είναι να βρείτε την ορθή γωνία. Αλλιώς μην τη βρείτε.



12. Να εξετάσετε αν το παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Αν δεν είναι δεν πειράζει.



13. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$, σε κάθε περίπτωση, είναι ορθογώνιο:



● ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΙ & ΕΜΒΑΔΑ

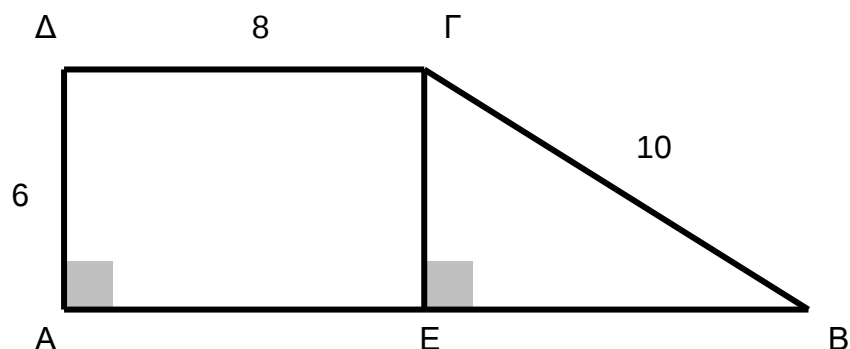
14. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = B\Gamma = 5$ cm. Αν το ύψος, που φέρνουμε από την κορυφή A είναι 4 cm να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου.

15. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές 6 cm και 5 cm. Να βρεθεί η περίμετρός του.

16. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ η υποτείνουσα είναι 6 cm και η μία κάθετη πλευρά του είναι τριπλάσια της άλλης. Να υπολογιστεί η περίμετρος και το εμβαδόν του.

17. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ ορθογώνιο στη γωνία $\hat{A}$ έχει κάθετες πλευρές με μήκη $AB = 6$ cm και $A\Gamma = 8$ cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που σχηματίζεται με πλευρά την υποτείνουσα $B\Gamma$.

18. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$, του παρακάτω σχήματος:



19. Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει βάση 8 cm και περίμετρο 18 cm. Να βρεθεί το ύψος του και το εμβαδόν του.

20. Ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ έχει $AB = AG = 18,5$ cm και περίμετρο 51 cm. Να βρεθεί το εμβαδόν του.

21. Η διαγώνιος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 13 cm και η μία διάστασή του είναι 5 cm. Να βρεθεί η άλλη διάσταση και το εμβαδόν του.

22. Η διαγώνιος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει μήκος 6,1 cm και η βάση του 6 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

23. Σε ισόπλευρο τρίγωνο, να βρείτε:

- α. το ύψος και το εμβαδόν του, αν το μήκος της πλευράς του είναι 4 cm.
- β. την πλευρά και το εμβαδόν, αν το ύψος του είναι 7 cm.

24. Σε ισόπλευρο τρίγωνο, να βρείτε:

- α. το ύψος και το εμβαδόν του, αν το μήκος της πλευράς του είναι 5 cm.
- β. την πλευρά και το εμβαδόν, αν το ύψος του είναι 6 cm.

25. Σε ισόπλευρο τρίγωνο, το ύψος είναι $3\sqrt{3}$ cm. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς του και το εμβαδό του.

26. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ έχει υποτείνουσα $BΓ = 17$ cm και η μία κάθετη πλευρά του είναι 8 cm. Να βρείτε το εμβαδόν του.

27. Αν ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο έχει:

- α. υποτείνουσα 16 cm, να βρείτε το εμβαδόν του.
- β. κάθετη πλευρά 6 cm, να βρείτε την υποτείνουσα και το εμβαδόν του.

28. Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) οι γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Delta}$ είναι ορθές. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του αν:

α. $AB = 8 \text{ cm}$, $B\Gamma = 13 \text{ cm}$ και $\Delta\Gamma = 20 \text{ cm}$.

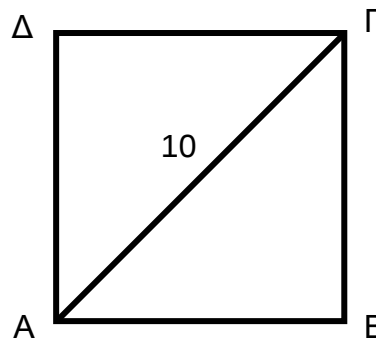
β. $\Delta\Gamma = 6 \text{ cm}$, $A\Delta = 8 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 10 \text{ cm}$.

29. Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο με μήκος βάσης 16 και περίμετρο 36. Να βρεθούν:

α. το εμβαδό και

β. όλα τα ύψη του

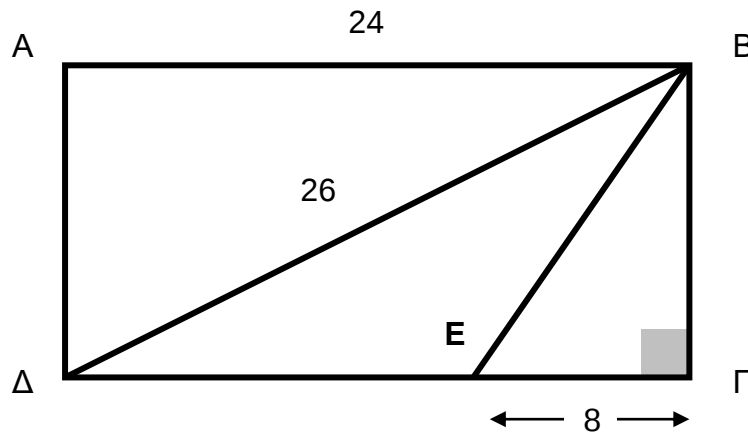
30. Να υπολογίσετε την πλευρά και το εμβαδόν στο τετράγωνο του παρακάτω σχήματος:



31. Σε ισοσκελές τραπέζιο, η μικρή του βάση είναι 50 cm , κάθε μία από τις μη παράλληλες πλευρές του είναι 10 cm και το ύψος του είναι 6 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

32. Το μήκος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB = 9,4 \text{ cm}$ και η διαγώνιός του $B\Delta$ είναι ίση με $12,3 \text{ cm}$. Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν του.

33. Στο παρακάτω σχήμα, να βρείτε την EB και το εμβαδόν του τριγώνου ΔBE .

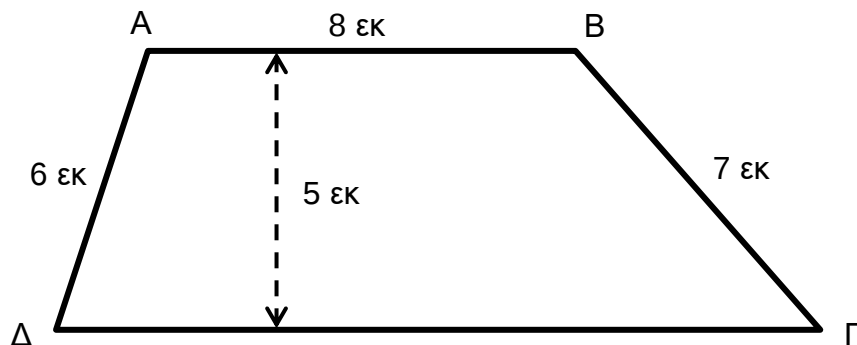


34. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει εμβαδό 30 cm^2 και η μία κάθετη πλευρά του είναι 12 cm . Να υπολογίσετε τις άλλες δύο πλευρές του.

35. Ορθογώνιο τρίγωνο έχει υποτείνουσα 11 και μια κάθετη πλευρά ίση με 7 . Να βρείτε το εμβαδόν του.

36. Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) οι γωνίες A και Δ είναι ορθές. Αν $AB = 8$, $B\Gamma = 13$, $\Delta\Gamma = 20$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου.

37. Να υπολογιστεί το εμβαδό και η περίμετρος του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$):



● ΔΙΑΦΟΡΕΣ / ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΕΣ

38. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει διαστάσεις 36 cm και 27 cm. Να υπολογίσετε τη διαγώνιό του.

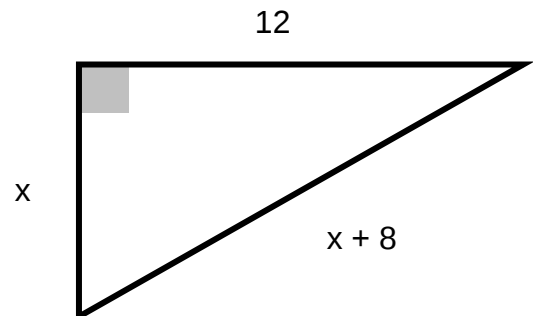
39. Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ, ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) αν:

- α. ΑΒ = ΑΓ = 10 cm και ΒΓ = 16 cm.
- β. ΑΒ = 10 cm και ΒΓ = 12 cm.
- γ. ΑΓ = 13 cm και ΒΓ = 10 cm.

40. Σε τετράγωνο να υπολογίσετε :

- α. τη διαγώνιο αν το μήκος της πλευράς του είναι 4 cm.
- β. την πλευρά του αν το μήκος της διαγωνίου είναι 11 cm.
- γ. την πλευρά του αν το μήκος της διαγωνίου είναι $3\sqrt{2}$ cm.

41. Στο διπλανό τρίγωνο, να υπολογίσετε το x.



42. Η βάση ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι τα $\frac{4}{3}$ του ύψος του και η περίμετρός του 70 cm. Να βρεθούν:

- α. οι πλευρές του
- β. το εμβαδόν του και
- γ. η διαγώνιός του.

43. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΓ = 15 cm. Αν η υποτείνουσα ΒΓ είναι 5 cm μεγαλύτερη την πλευράς του ΑΒ, τότε να υπολογίσετε τις πλευρές και το εμβαδόν του τριγώνου.

44. Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 6 cm και η μία κάθετη πλευρά του είναι διπλάσια της άλλης. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

45. Σε ισοσκελές τρίγωνο, κάθε μία από τις ίσες πλευρές του είναι 3 cm μεγαλύτερη από τη βάση. Αν η περίμετρος του τριγώνου είναι 36 cm να υπολογίσετε:

- α. την πλευρά του.
- β. το ύψος του και
- γ. το εμβαδό του τριγώνου.

46. Να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG = 6,5$ cm και $BΓ = 5$ cm.

- α. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ.
- β. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου.
- γ. Με τη βοήθεια του εμβαδού, να υπολογίσετε και τα άλλα ύψη του τριγώνου.

47. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές 6 και 8 cm.

- α. Να υπολογίσετε τη μήκος της υποτείνουσας.
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδό του.
- γ. Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους, προς την υποτείνουσα.
- δ. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων, στα οποία χωρίζεται η υποτείνουσα από το αντίστοιχο ύψος.

48. Φτιάξτε ένα τετράπλευρο ABΓΔ με κάθετες τις διαγώνιες ΑΓ και ΒΔ. Να δείξετε ότι:

$$A\Delta^2 + B\Gamma^2 = AB^2 + \Delta\Gamma^2$$

49. Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευρά α, να δείξετε ότι : $u^2 = \frac{3\alpha^2}{4}$

50. Έστω ABΓ ορθογώνιο τρίγωνο, όπου $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB > AG$. Να δείξετε ότι :

$$AB^2 - AG^2 = B\Delta^2 - \Gamma\Delta^2$$

51. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει υποτείνουσα $B\Gamma = 40$ cm και κάθετη πλευρά $AB = 32$ cm. Να βρεθεί το ύψος AK , που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

52. Σ' ένα ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) είναι $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ κι επιπλέον $AB = 60$ cm, $\Gamma\Delta = 40$ cm και $A\Delta = 48$ cm. Να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

53. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με ορθή γωνία την A , δίνονται τα μήκη των πλευρών $AB = x$, $A\Gamma = 8$ και $B\Gamma = x + 4$. Να υπολογίσετε τον αριθμό x .

● Π.Θ. & ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

54. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων A , B , αν:

- α. $A(0, 2)$ και $B(4, 5)$
- β. $A(3, 4)$ και $B(1, 7)$
- γ. $A(0, 2)$ και $B(4, 6)$

55. Να αποδειχτεί ότι το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $A(2, 4)$, $B(5, 1)$ και $\Gamma(5, 7)$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

56. Σε ένα σύστημα αξόνων, παίρνουμε τα σημεία $A(-5, -2)$, $B(5, -2)$, $\Gamma(5, 2)$ και $\Delta(-5, 2)$. Να βρείτε τι είδος τετράπλευρου είναι το $AB\Gamma\Delta$ και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

57. Να βρείτε την απόσταση του σημείου $M(-6, 8)$:

- α. από τον άξονα $x'x$
- β. από τον άξονα $y'y$
- γ. από την αρχή των αξόνων.

58. Σε ένα σύστημα αξόνων, να πάρετε τα σημεία $A(0, 3)$, $B(-3, 2)$ και $\Gamma(4, -2)$ και να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$. Τι είδος τριγώνου είναι το $AB\Gamma$;

59. Σ' ένα σύστημα αξόνων (ορθοκανονικό, κατά προτίμηση) να σημειώσετε τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(-1, 4)$ και $\Gamma(4, 2)$.

- α. Να βρείτε το είδος του τριγώνου.
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδό του.

60. Σε ένα σύστημα αξόνων, να πάρετε τα σημεία $A(1, 5)$, $B(-2, 1)$ και $\Gamma(4, 1)$.

- α. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- β. Να υπολογίσετε την περιμέτρό του.
- γ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του.

61. Σε ένα σύστημα αξόνων, να πάρετε τα σημεία $A(8, 1)$, $B(0, 7)$ και $\Gamma(0, -5)$.

- α. Να υπολογίσετε το μήκος των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$.
- β. Τι είδος τριγώνου είναι το $AB\Gamma$ και να αιτιολογήσετε.
- γ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του.

62. Σε ένα σύστημα αξόνων, να πάρετε τα σημεία $A(-2, -\frac{3}{2})$ και $B(-2, \sqrt{5})$. Να υπολογίσετε:

- α. Το μήκος του τμήματος AB .
- β. Να βρείτε την απόσταση των σημείων A, B από τους άξονες.
- γ. Να βρείτε την απόσταση των σημείων A, B από την αρχή των αξόνων.

63. Σε ένα σύστημα αξόνων, να σημειώσετε τα σημεία $A(1, 2)$, $B(2, -1)$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ισοσκελές και ορθογώνιο.

64. Δίνονται τα σημεία $A(1, 5)$, $B(-2, 1)$ και $\Gamma(4, 1)$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές, να βρείτε το εμβαδό και την περιμέτρό του.