

Απλή Αρμονική Ταλάντωση 2Ερώτηση 1

Σύστημα ελατηρίου σταθεράς K -μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T και συχνότητας f . Αντικαθιστούμε τη μάζα με άλλη $m' = m/4$ και διπλασιάζουμε το πλάτος της ταλάντωσης: $A' = 2A$.

Α) Για τη συχνότητα f' ισχύει:

α) $f' = 2f$.

β) $f' = f$.

γ) $f' = f/2$.

Β) Η ενέργεια της ταλάντωσης E' :

α) παραμένει η ίδια.

β) διπλασιάζεται.

γ) τετραπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Ερώτηση 2

Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x = +A/2$, όπου A το πλάτος της ταλάντωσης και επιβραδύνεται. Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι:

α) $\pi/3$

β) $5\pi/6$

γ) $\pi/6$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 3

Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή t η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $x = -A/2$ όπου A το πλάτος της ταλάντωσης. Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t είναι:

α) $1/2$

β) $1/4$

γ) 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 4

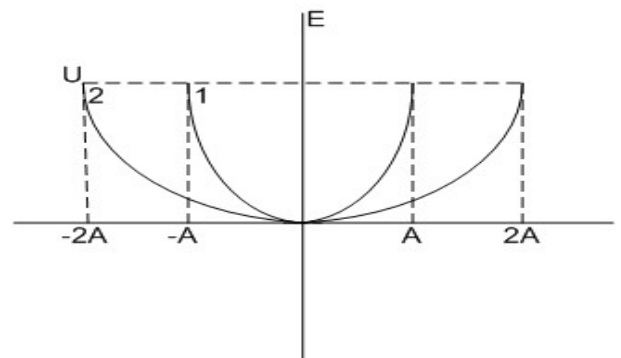
Δύο σώματα με ίσες μάζες $m' = m$ εκτελούν Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα $U - x$ για τα δύο συστήματα. Ο λόγος των περιόδων ταλάντωσης T_1/T_2 είναι ίσος με:

α) 2

β) $1/2$

γ) $1/4$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 5

Σώμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους A . Σε κάποια θέση της τροχιάς του, η κινητική ενέργεια είναι το 50 % της ολικής του ενέργειας και η δύναμη επαναφοράς έχει θετική τιμή. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας, ισούται με:

α) $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$.

β) $\frac{\sqrt{2}}{2}A$.

γ) $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερώτηση 6

Σε μία Α.Α.Τ. η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης κατά τη διάρκεια μίας περιόδου

α) δύο φορές. β) μία φορά. γ) τέσσερις φορές.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 7

Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και η ταχύτητά του έχει αρνητικό πρόσημο. Η αρχική φάση είναι:

α) 0 β) $\frac{\pi}{2}$ γ) π

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 8

Να υπολογιστεί η απομάκρυνση σε μια Α.Α.Τ. όταν η δυναμική ενέργεια και η κινητική ενέργεια είναι ίσες.

Ερώτηση 9

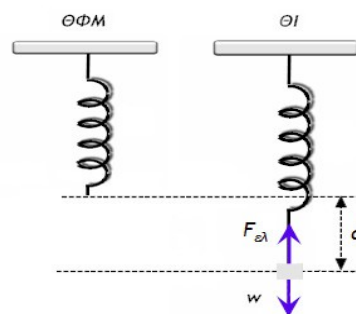
Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 συνδέονται στο ελεύθερο κάτω άκρο δύο κατακόρυφων ελατηρίων των οποίων τα πάνω άκρα είναι σταθερά στερεωμένα. Για τις σταθερές των δύο ελατηρίων ισχύει $K_1 = 4K_2$. Παρατηρούμε ότι το πρώτο ελατήριο, όταν ισορροπεί το σώμα, έχει επιμηκυνθεί κατά d_1 , ενώ το δεύτερο κατά $d_2 = 2d_1$. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις ισχύει για τις συχνότητες ταλάντωσης των δύο σωμάτων (Θεωρούμε ότι και τα δύο σώματα εκτελούν Α.Α.Τ.).

α) $f_1 = \sqrt{2} \cdot f_2$

β) $f_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot f_2$

γ) $f_1 = 4 \cdot f_2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Ερώτηση 10

Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή t η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση

ισορροπίας είναι $x = -\frac{A}{2}$ όπου A το πλάτος της ταλάντωσης. Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t είναι:

α) $\frac{1}{2}$ β) $\frac{1}{4}$ γ) 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 11

$$x = +\frac{A}{2}$$

Μικρό σώμα μάζας m εκτελεί Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση και επιταχύνεται. Η αρχική του φάση είναι:

- α) $\frac{\pi}{6}$ β) $\frac{5\pi}{6}$ γ) $\frac{\pi}{3}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 12

Να βρεθεί ο λόγος της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ενός σώματος το οποίο εκτελεί Α.Α.Τ. όταν η ταχύτητά του είναι η μισή της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης.

Ερώτηση 13

Ένα σώμα, μάζας m , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ολική ενέργεια E . Χωρίς να αλλάξουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, προσφέρουμε στο σώμα επιπλέον

ενέργεια $3E$. Τότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης:

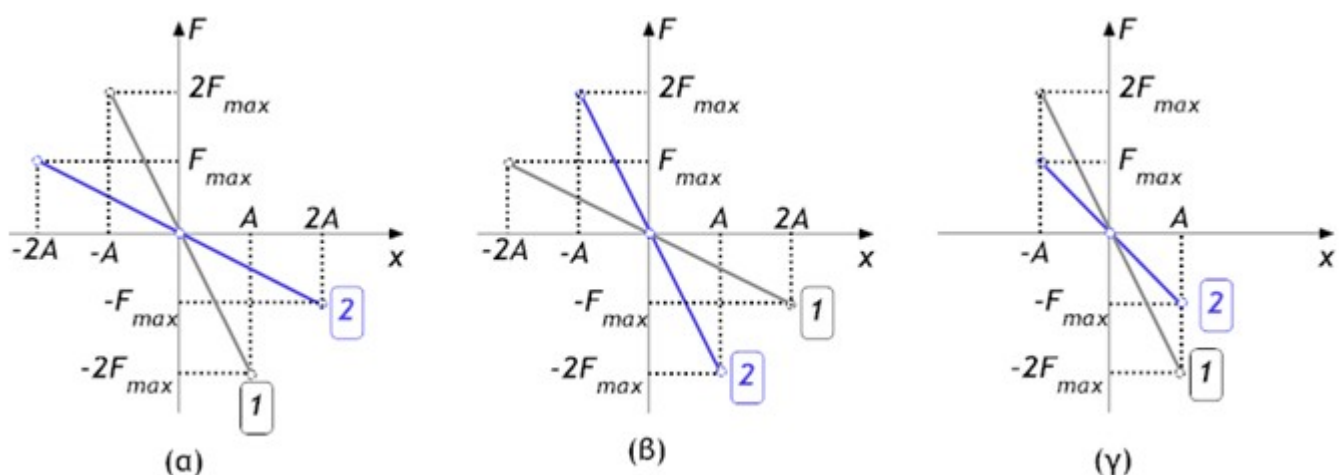
- α) μένει σταθερή. β) διπλασιάζεται. γ) τετραπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερώτηση 14

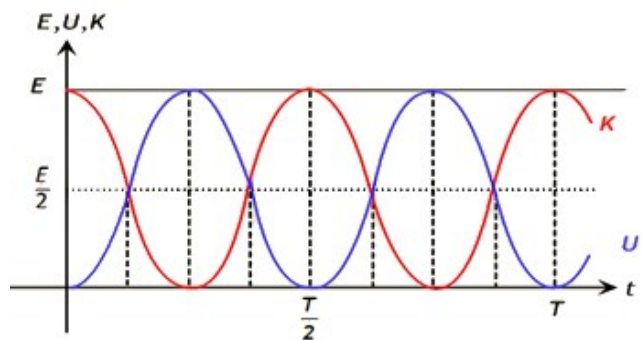
Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2), είναι μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 = 4m_2$), που είναι δεμένα σε δύο διαφορετικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα. Οι δύο ταλαντωτές έχουν ίδια ενέργεια E και ίδια περίοδο T .

Με βάση τα δεδομένα αυτά, το σωστό διάγραμμα συνισταμένης δύναμης F - απομάκρυνσης x είναι το:



Να επιλέξετε τη σωστή γραφική παράσταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

15 Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική φάση μηδέν. Η γραφική παράσταση δείχνει τις μεταβολές της κινητικής K , της δυναμικής U και της ολικής ενέργειας E , σε συνάρτηση με το χρόνο.



Η κινητική του ενέργεια K εξισώνεται με τη δυναμική του ενέργεια U , 120 φορές ανά λεπτό. Η συχνότητα

της ταλάντωσης είναι:

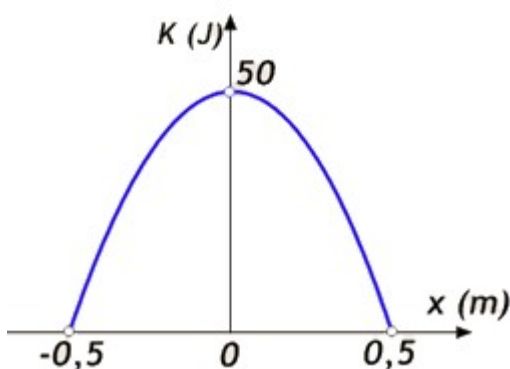
α) $30Hz$.

β) $2Hz$.

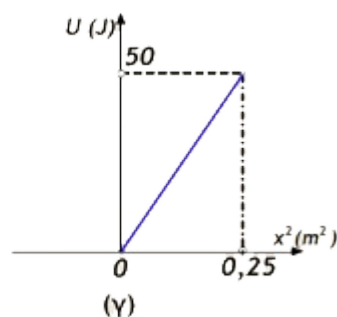
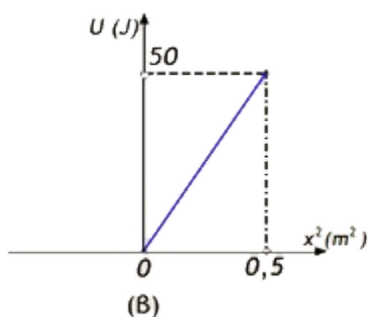
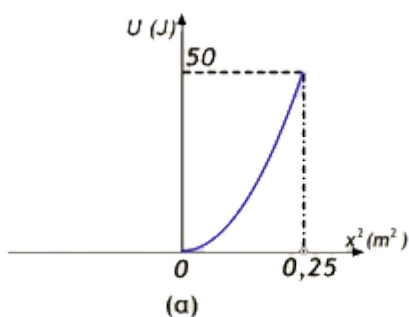
γ) $0,5Hz$.

Να επιλέξετε τις σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

16. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση Ισορροπίας του.

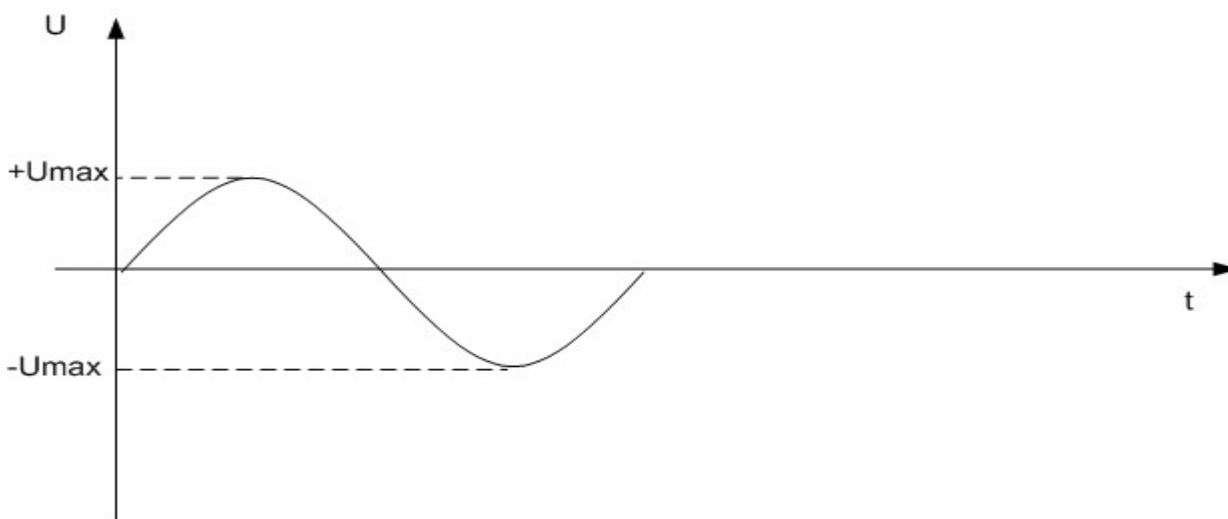


Η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας U σε συνάρτηση με το τετράγωνο της απομάκρυνσης x^2 είναι η:



Να επιλέξετε τη σωστή γραφική παράσταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

17. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και στο παρακάτω σχήμα δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Η αρχική φάση ταλάντωσης είναι:



- α) $\frac{3\pi}{2}$ β) $\frac{\pi}{2}$ γ) π

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

18. Ένα σώμα συνδέεται στο ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος ταλάντωσης A_1 . Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι D . Αντικαθιστούμε το σώμα με ένα άλλο τετραπλάσιας μάζας το οποίο εκτελεί επίσης Α.Α.Τ. αλλά με διπλάσιο πλάτος. Η σχέση που συνδέει την ενέργεια ταλάντωσης E_1 του πρώτου σώματος με την αντίστοιχη ενέργεια ταλάντωσης E_2 του δεύτερου σώματος είναι:

- α) $E_2 = 4E_1$ β) $E_2 = 16E_1$ γ) $E_2 = \frac{E_1}{4}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

19. Σώμα Σ_1 μάζας m είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς, που δέχεται στη διάρκεια της ταλάντωσης είναι F_{max} και η μέγιστη επιτάχυνση α_{max} . Αντικαθιστούμε το Σ_1 με άλλο σώμα Σ_2 , που έχει μεγαλύτερη μάζα m_2 από το Σ_1 και διεγείρουμε το σύστημα ώστε να εκτελέσει ταλάντωση ίδιου πλάτους A . Τότε το σώμα Σ_2 θα ταλαντώνεται με απλή αρμονική ταλάντωση και:

Α) η μέγιστη δύναμη που θα δέχεται θα είναι :

- α) μικρότερη απ' του Σ_1 . β) ίση με του Σ_1 . γ) μεγαλύτερη απ' του Σ_1 .

Β) η μέγιστη επιτάχυνσή του θα είναι:

- α) μικρότερη απ' του Σ_1 . β) ίση με του Σ_1 . γ) μεγαλύτερη απ' του Σ_1 .

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Άσκηση 1

Σφαίρα μάζας $m=1\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{ N/m}$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Ανεβάζουμε τη σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω και την αφήνουμε ελεύθερη, οπότε αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0,5\text{m}$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $u_{\max}$ της σφαίρας.

β) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω και ως χρονική στιγμή $t=0$, η στιγμή που περνά από τη θέση ισορροπίας της με φορά κίνησης προς τα κάτω.

γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης ελατηρίου στη σφαίρα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x . Στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ελατηρίου στα δύο ακρότατα της ταλάντωσης.

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1=T/8$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10\text{m/s}^2$.

Άσκηση 2

Σώμα μάζας $m = 0,2\text{ kg}$ εκτελεί Α.Α.Τ. Η συχνότητα μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι $f' = 2\text{ Hz}$.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση.

Για $t = 0$ το σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x' .

α) Αφού ξανασχεδιάσετε το διάγραμμα να συμπληρώσετε τις αριθμητικές τιμές που λείπουν και να φτιάξετε και τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε σχέση με την απομάκρυνση.

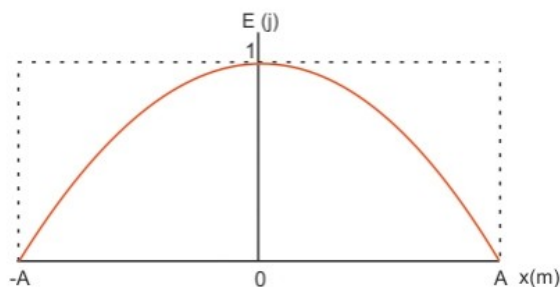
β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος

την χρονική στιγμή όπου η απομάκρυνση είναι $x = 0,25\text{ m}$.

γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή όπου η ταχύτητα

του σώματος είναι $v = \frac{\pi}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και η επιτάχυνση του σώματος είναι θετική $a > 0$.

Δίνεται $\pi^2 = 10$.

Άσκηση 3

Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς συστήματος είναι $D=100\text{ N/m}$. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι $E=2\text{J}$. Αν η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος είναι $m=1\text{Kg}$, να υπολογιστούν:

α) Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης

β) Το πλάτος της επιτάχυνσης

γ) Η απομάκρυνση του σώματος όταν η κινητική του ενέργεια είναι $K=0,5\text{ J}$

δ) Η ταχύτητα U_1 του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 όπου η απομάκρυνση είναι $x_2 = 0,1 \cdot \sqrt{2}\text{ m}$

Άσκηση 4

Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή t_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = 5 \text{ cm}$ και ταχύτητα $u_1 = 10 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}$ ενώ τη χρονική στιγμή t_2 έχει απομάκρυνση $x_2 = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}$ και ταχύτητα $u_2 = 10 \cdot \sqrt{2} \text{ m/s}$.

Αν η μάζα του σώματος είναι $m = 0,5 \text{ kg}$ να υπολογιστούν:

- Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος.
- Το πλάτος της ταλάντωσης.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1 .

Άσκηση 5

Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση $x=+\sqrt{2} \text{ m}$ και $u=-\sqrt{2} \text{ m/s}$ ταχύτητα. Το σώμα μετά από μία πλήρη ταλάντωση έχει διαγράψει τροχιά μήκους $d=8 \text{ m}$. Να υπολογιστούν:

- Η περίοδος της ταλάντωσης.
- Η αρχική φάση της ταλάντωσης.
- Να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
- Να υπολογιστεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=0$.

Άσκηση 6

Μια σφαίρα μάζας $m=2 \text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 10 \text{ rad/s}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση όπου έχει τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης $F_{\max} = +20 \text{ N}$.

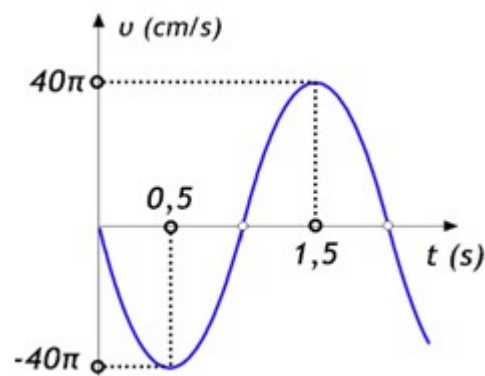
- Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
- Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
- Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή $t_1 = \pi/4 \text{ s}$.
- Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή t_1 .

Άσκηση 7

Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας $m=0,5 \text{ Kg}$, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης.
- Να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
- Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το σώμα.
- Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης στις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75% της ολικής ενέργειας.

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Άσκηση 8

Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1 \text{ Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d=40 \text{ cm}$. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1 \pi \text{ s}$. Τη χρονική στιγμή t_0 το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0,1 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$ και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

- Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.
- Πόση ενέργεια E προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;

γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, όταν έχει μέτρο ταχύτητας $u_1 = \sqrt{3} \text{ m/s}$.

δ) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

ε) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική

στιγμή $t' = 3T/4$.

$$\text{Δίνεται: } \eta\mu\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Άσκηση 9

Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$, είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$. Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m = 1 \text{ Kg}$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $x_0 = 0,1 \text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$, εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $u_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$ με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

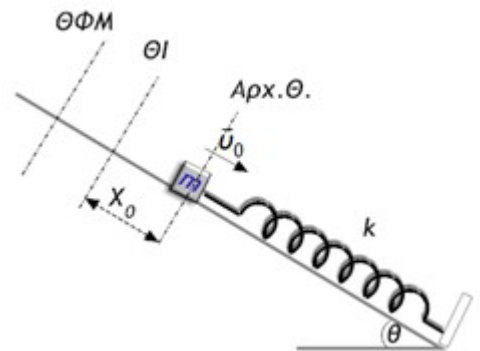
α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A .

γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

δ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Άσκηση 10

Ένα σώμα, μάζας $m = 0,5 \text{ Kg}$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$, ενώ διανύει σε κάθε περίοδο της ταλάντωσής του διάστημα $d = 2 \text{ m}$. Το σώμα δέχεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του, και στη διεύθυνση της κίνησής του, δύο δυνάμεις F_1 και F_2 , εκ των οποίων η F_2 είναι σταθερή με μέτρο $F_2 = 10 \text{ N}$ και φορά αρνητική. Τη χρονική

στιγμή $t = 0$ το σημείο διέρχεται επιταχυνόμενο από τη θέση $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του σώματος ως προς την ολική ενέργεια ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 0$.

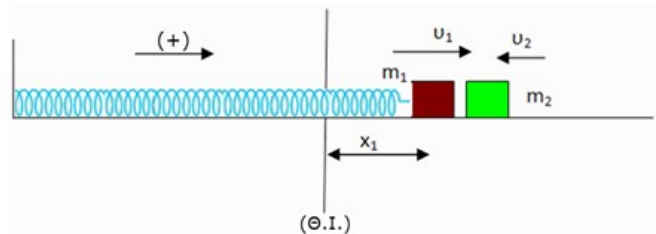
δ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F_1 σε συνάρτηση με το χρόνο.

Άσκηση 11

Ένα σώμα μάζας $m_1 = 4\text{kg}$ εκτελεί απλή

$$A = \sqrt{\frac{5}{4}}m$$

αρμονική ταλάντωση πλάτους
πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στην



άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 16\text{N/m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1 = 1\text{m}$ και κινείται από τη θέση ισορροπίας προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης συγκρούεται ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 12\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 1\text{m/s}$ αντίθετης φοράς από αυτή της v_1 . Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική κρούση.
- το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 .
- το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 όταν αυτό βρίσκεται στη νέα ακραία θέση της ταλάντωσης του.

Άσκηση 12

Ένα σώμα, μάζας $m = 2\text{kg}$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d = 0,4\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται απ' τη θέση $x_1 = 0,1\text{m}$, έχοντας ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\sqrt{3}\text{m/s}$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας του.

- Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
- Να παραστήσετε γραφικά την κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο $S.I.$
- Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω και την αρχική φάση της ϕ_0 ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
- Να βρείτε ποια χρονική στιγμή περνά, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση

Άσκηση 13

Ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στη θέση Ισορροπίας το ελατήριο ασκεί στο μικρό σώμα δύναμη μέτρου $F_0 = 1\text{ N}$. Ανεβάζουμε το σώμα από τη θέση Ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω έως τη θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή $t = 0$, το εκτοξεύουμε με κατακόρυφη προς τα κάτω ταχύτητα μέτρου v_0 . Το σώμα μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το διάστημα που διανύει μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη θέση Ισορροπίας του είναι $s = 0,4\text{ m}$ σε

χρόνο $\Delta t = \frac{\pi}{10}\text{ s}$.

- α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά k του ελατηρίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.
- β) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.
- γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 .
- δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.

Άσκηση 15

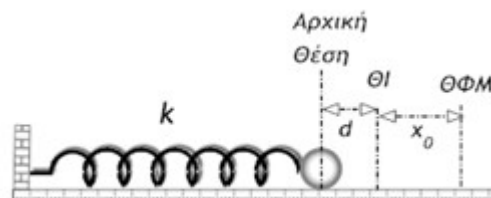
Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 100\text{ g}$ είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζώντιου

ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{ N/cm}$, του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα

δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 2 \cdot 10^2\text{ N}$,

της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε η σφαίρα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση

ισορροπίας της κατά $d = 0,1\text{ m}$ προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή $t = 0$ την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.



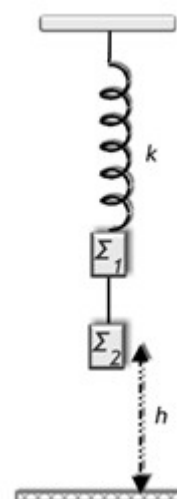
α) Να υπολογίσετε την απόσταση x_0 της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

β) Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα καθώς και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

γ) Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαναφοράς και δύναμης ελατηρίου; Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαναφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.

δ) Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της, καταργείται ακαριαία η δύναμη F . Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας E' της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια E της αρχικής ταλάντωσης.

Άσκηση 16



Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ίσων μαζών $m_1 = m_2 = 10\text{kg}$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα Σ_1 και Σ_2 . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των Σ_1 - Σ_2 και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 μετά το κόψιμο του νήματος.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A καθώς και την ολική της ενέργεια E .

γ) Θεωρώντας θετική φορά την προς τα πάνω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης x - χρόνου t . Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου. Θεωρήστε ότι: $\sqrt{10} \simeq \pi$.

δ) Αν το σώμα Σ_2 έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{\beta\alpha\rho} = 180\text{J}$, να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το Σ_2 στο έδαφος ή το Σ_1 στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Άσκηση 17

Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ_1 μάζας $m_1 = 0,8\text{kg}$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ_2 μάζας $m_2 = 0,2\text{kg}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με $E = 2\text{J}$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης A του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το χρόνο Δt στον οποίο θα περάσει για 1η φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.

β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής N , που δέχεται ο κύβος από το δίσκο Σ_1 , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση y από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.

δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10\text{m/s}^2$.

Άσκηση 18

Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού

ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του

προσδένεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$, το

οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_1 τοποθετείται δεύτερο σώμα

Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με

ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.

α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές

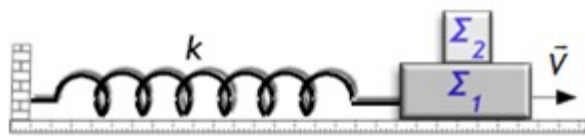
ταλάντωσης $D_{ολ}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: i) το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, ii) το Σ_1 και iii) το Σ_2 .

γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ_1 στο Σ_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A = 3 \text{ cm}$.

δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης V_{max} , του συστήματος των Σ_1 , Σ_2 ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ_1 . Δίνεται η επιτάχυνση της

βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $\mu_s = 0,5$.

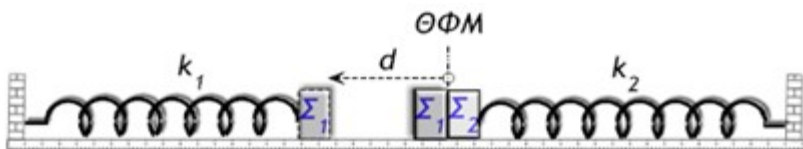


Άσκηση 19

Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές $k_1 = 300 \text{ N/m}$ και $k_2 = 600 \text{ N/m}$ και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες $m_1 = 3 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος

και τα σώματα σε επαφή. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα Σ_1 κατά $d = 0,4 \text{ m}$

συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 και το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το Σ_2 και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



α) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα Σ_1 θα συγκρουστεί με το σώμα Σ_2 .

β) Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα $\Sigma_1 - \Sigma_2$ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη σταθερά της.

γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

ε) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα m_1 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για 2η φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το m_1 μέχρι τότε;

Άσκηση 20

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού

ελατηρίου σταθεράς $k = 10\text{N/cm}$.

α) Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.

β) Υπολογίστε την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου. Θεωρήστε

ότι $g = 10\text{m/s}^2$.

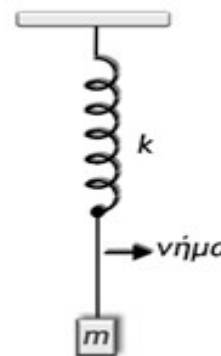
Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του,

μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα $E_{\text{μετ}} = 5\text{J}$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

γ) Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.

δ) Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x απ' τη θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος T σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

ε) Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο η τάση του νήματος θα μηδενισθεί.



Άσκηση 21

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k , έχει το κάτω άκρο του δεμένο στο έδαφος και στο άνω άκρο του έχουμε δέσει μικρό σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{kg}$. Το σώμα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $d = 0,3\text{m}$. Στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου και σε ύψος $d_0 = 0,2\text{m}$ πάνω από Σ_2 αφήνουμε ένα μικρό σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{kg}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.

β) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου και την περίοδο ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.

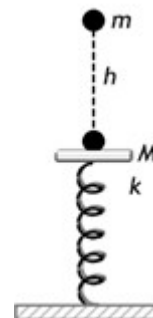
γ) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας θετική φορά κατακόρυφη προς τα επάνω και λαμβάνοντας ως χρονική στιγμή $t=0$ τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$

Άσκηση 22

Δίσκος μάζας $M=1\text{kg}$ είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{ N/m}$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος $h=0,15\text{m}$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο πλαστελίνης μάζας $m=1\text{Kg}$, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να θεωρήσετε ότι ο θετικός ημιάξονας είναι προς τα πάνω.

Άσκηση 23

Μικρό σώμα, μάζας $m = 0,5\text{kg}$, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50\text{N}$ προς τα δεξιά, μέσω μη εκτατού νήματος αμελητέας μάζας. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση, που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

- Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.
- Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης E του σώματος.
Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t = 0$, κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A' .
- Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

- Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος $\frac{E}{E'}$, πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης F .