

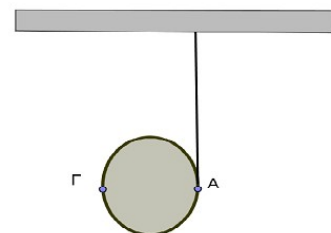
ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

B1 Το γιο-γιο του σχήματος έχει ακτίνα R και αρχικά είναι ακίνητο.

Την $t = 0$ αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο ο οποίος αρχίζει να κατεβαίνει και ταυτόχρονα περιστρέφεται

α) Ναδειχτεί ότι κατά την κάθοδο του δίσκου ισχύουν οι

σχέσεις $v_{cm} = \omega \cdot R$ και $a_{cm} = a_{\gamma} \cdot R$.



β) αν κάποια στιγμή το κέντρο μάζας του δίσκου έχει ταχύτητα v_{cm} το σημείο Γ έχει ταχύτητα

1) $v_{\Gamma} = v_{cm}$. 2) $v_{\Gamma} = 2v_{cm}$. 3) $v_{\Gamma} = 0$.

Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

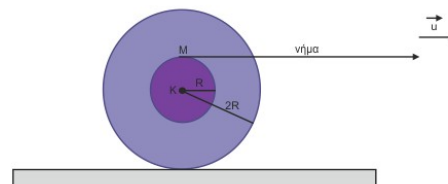
B2 Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα στερεό που αποτελείται από δυο ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και $2R$. Τραβάμε με το χέρι μας το νήμα ώστε

το στερεό να κυλίεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι του δίσκου ακτίνας R .

Η απόσταση x που έχει διανύσει το κέντρο μάζας του στερεού

όταν έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους ℓ είναι:

α) $x = \ell$. β) $x = 2\ell$. γ) $x = \frac{3}{2}\ell$. δ) $x = \frac{2}{3}\ell$.

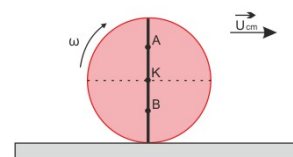


B3 Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία Α και Β ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν από το κέντρο του δίσκου

αποστάσεις $AK = KB = \frac{R}{2}$.

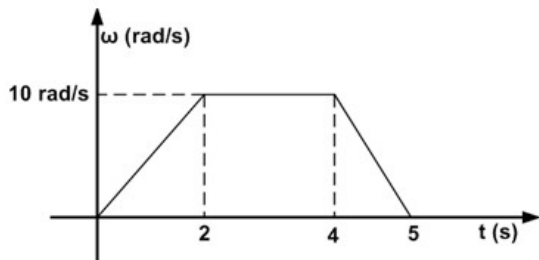
Ο λόγος των ταχυτήτων $\frac{v_A}{v_B}$ είναι:

α) $\frac{v_A}{v_B} = 1$. β) $\frac{v_A}{v_B} = 2$. γ) $\frac{v_A}{v_B} = 3$.



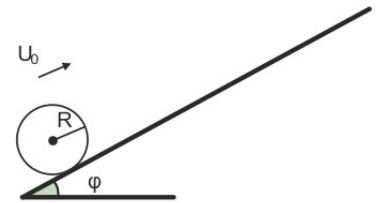
Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ1 Στο σχήμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου που εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Δίνεται ακτίνα δίσκου $r = 0,5m$.



- α) Να βρεθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις που έχει το κινητό σε κάθε κίνηση.
 β) Να γίνει το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου για όλη την κίνηση.
 γ) Να βρεθεί η συνολική γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος.
 δ) Ένα σημείο Α απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση $r = 0,2m$. Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα του Α την $t = 1s$ καθώς και την $t = 4,5s$.

Γ2 Από τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης $\phi = \pi/6$ rad εκτοξεύεται προς τα πάνω τροχός ακτίνας $R = 0,2m$ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10m/s$. Ο τροχός φτάνει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, σταματά στιγμιαία και μετά αρχίζει να κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο. Θεωρούμε ότι η επιβράδυνση του τροχού κατά την άνοδο είναι ίση κατά μέτρο με την επιτάχυνση που απέκτησε ο τροχός κατά την κάθοδό του και ισχύει



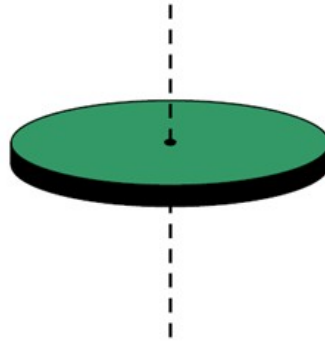
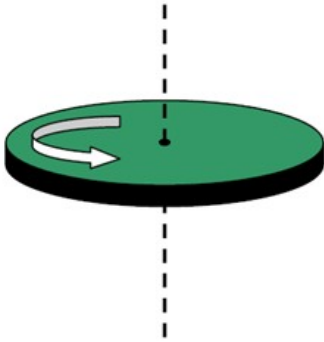
$$|\alpha_{cm}(\text{ανόδου})| = \alpha_{cm}(\text{κάθόδου}) = 2 m/s^2$$

Να βρεθούν:

- α) Ο χρόνος ανόδου.
 β) Το μέγιστο ύψος h από το έδαφος που φτάνει ο τροχός.
 γ) Τη γωνία που θα διαγράψει μια ακτίνα R του τροχού κατά την κάθοδό του.
 δ) Το διάγραμμα του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο ($\omega - t$), για όλη την κίνηση.

Γ3 Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος.

Τη στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινά να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Τη στιγμή $t_A = 4 \text{ s}$, ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, μέχρι να σταματήσει.



1. Στο πρώτο σχήμα να σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}_1$ και το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{a}_{\gamma 1}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησής του.
2. Στο δεύτερο σχήμα να σχεδιαστούν τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}_2$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{a}_{\gamma 2}$ του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησής του.

Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής:

3. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις $\omega = f(t)$ της γωνιακής ταχύτητας για όλη τη διάρκεια της κίνησης.
4. Να γίνει η γραφική παράσταση ω - t για τη συνολική κίνηση.
5. Να γραφεί η χρονική εξίσωση $\theta = f(t)$ της γωνίας στροφής στην επιταχυνόμενη κίνηση.
6. Να υπολογιστεί η γωνία στροφής $\Delta\theta$, κατά τη διάρκεια του 2^{ου} δευτερολέπτου της επιβραδυνόμενης κίνησης.
7. Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών N , που εκτέλεσε ο τροχός από $t_0 = 0$ μέχρι να σταματήσει.

Γ4 Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνα $R=40\text{ cm}$. Το ποδήλατο ανηφορίζει με σταθερή ταχύτητα

μέτρου $u_{cm} = 0,4 \frac{m}{s}$ σε πλαγιά και οι τροχοί του κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.

1. Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής κάθε τροχού.

2. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου από το έδαφος κάθε τροχού.

Β. Το ποδήλατο φτάνει σε κατηφόρα και αρχίζει να επιταχύνεται. Η γωνιακή επιτάχυνση κάθε τροχού

έχει μέτρο $a_\gamma = 2 \frac{rad}{s^2}$.

3. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας a_{cm} του ποδηλάτου.

Γ. Κατά τη διάρκεια όλης της πορείας του ποδηλάτου (ανηφόρα + κατηφόρα) κάθε τροχός έχει

διαγράψει $N = \frac{2000}{\pi}$ περιστροφές.

4. Να βρεθεί το μήκος της τροχιάς που κάλυψε το ποδήλατο.

Γ5 Ένα τρακτέρ έχει τροχούς με διαμέτρους $\delta_1 = 1m$ και $\delta_2 = 0,5m$ και αρχικά κινείται με ταχύτητα $v_0 = 10m/s$. Ο οδηγός πατάει φρένο για κάποιο λόγο και οι τροχοί αρχίζουν να επιβραδύνονται. Αν γνωρίζουμε ότι η επιτάχυνση του τρακτέρ είναι σταθερή και ίση με $a_{cm} = -2m/s^2$, να βρεθούν:

α) Η αρχική γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει κάθε τροχός.

β) Το συνολικό διάστημα μέχρι το τρακτέρ να σταματήσει.

γ) Μετά από μετατόπιση $S = 16m$ από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται το τρακτέρ, από το ψηλότερο σημείο του μεγαλύτερου τροχού ξεκολλάει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m .

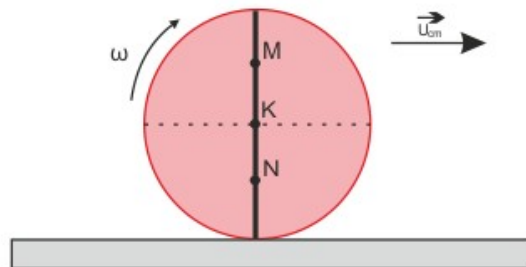
i) Με τι ταχύτητα ξεκολλάει αυτό το κομμάτι μάζας m ;

ii) Η συνολική εφαπτομενική επιτάχυνση που έχει το κομμάτι λάσπης ελάχιστα πριν ξεκολλήσει.



ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ 2

B1 Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα v_{cm} . Δύο σημεία, Μ και Ν, απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $v_M = 5 \cdot v_N$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:



α) $v_{cm} = \frac{v_M}{2}$

β) $v_{cm} = 3v_N$

γ) $v_{cm} = \frac{v_M + v_N}{5}$

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B2 Μία οριζόντια ράβδος ΑΒ μήκους ℓ εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α. Το μέσο Μ της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:

α) $a_K = \omega^2 \ell$

β) $a_K = \omega^2 \frac{\ell}{2}$

γ) $a_K = \omega^2 \frac{\ell}{4}$

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B3

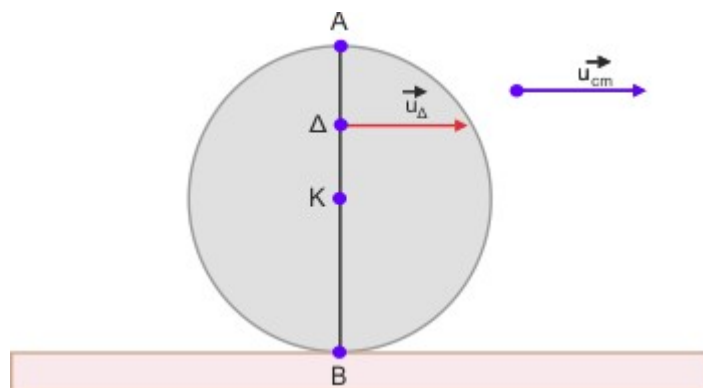
Τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο Κ απόσταση $x = R/2$ (βρίσκεται πάνω από το Κ).

Εάν η ταχύτητα του Δ είναι v_Δ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $v_{cm} = \frac{3}{2}v_\Delta$

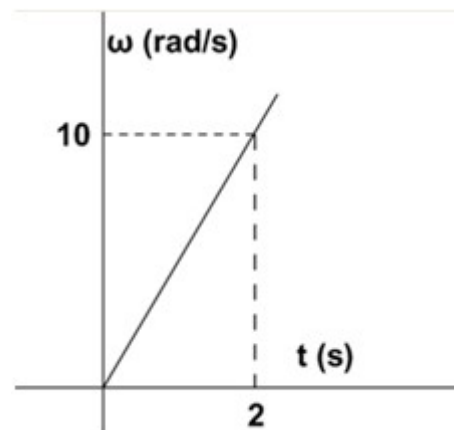
β) $v_{cm} = \frac{2}{3}v_\Delta$

γ) $v_{cm} = \frac{v_\Delta}{2}$



Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B4 Δίσκος ακτίνας $R = 0,2m$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



A) η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή $t = 2s$ είναι:

- α) $v_{cm} = 50m/s$. β) $v_{cm} = 2m/s$.
 γ) $v_{cm} = 5m/s$.

B) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι:

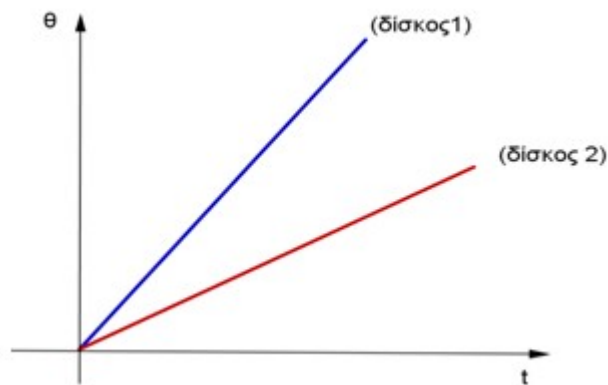
- α) $a_\gamma = 1r/s^2$ β) $a_\gamma = 5r/s^2$ γ) $a_\gamma = 2r/s^2$

Γ) Το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι την χρονική στιγμή $t=2s$ είναι:

- α) $S = 2m$. β) $S = 4m$. γ) $S = 50m$.

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B5 Δυο ομογενείς δίσκοι στρέφονται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο τους. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνία που διαγράφει κάθε δίσκος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



α) οι δυο δίσκοι έχουν την ίδια γωνιακή επιτάχυνση (μη μηδενική).

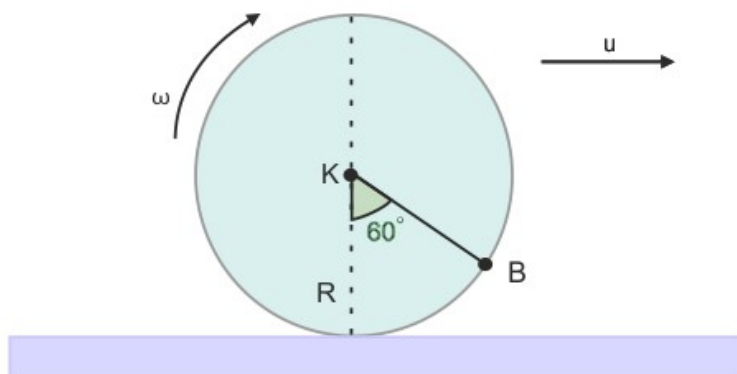
β) οι δίσκοι εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση με διαφορετικές γωνιακές επιταχύνσεις.

γ) οι δυο δίσκοι εκτελούν ομαλή στροφική κίνηση και η γωνιακή ταχύτητα του πρώτου κάθε χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από την γωνιακή ταχύτητα του δεύτερου την ίδια χρονική στιγμή.

δ) σε ίσους χρόνους ο δίσκος 2 θα εκτελέσει περισσότερες περιστροφές από τον δίσκο 1.

Να χαρακτηριστεί κάθε πρόταση σαν σωστή ή λανθασμένη και να δικαιολογηθεί ο χαρακτηρισμός της κάθε πρότασης.

Β6 Τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα v_{cm} . Το Β βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60° (όπως στο σχήμα).



Το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι:

α) $v_B = v_{cm}$.

β) $v_B = v_{cm} \sqrt{2}$.

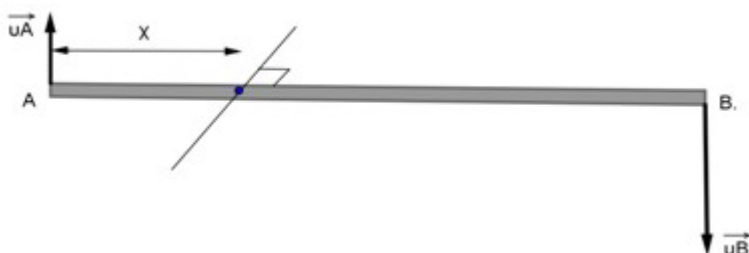
γ) $v_B = \frac{v_{cm}}{2}$.

δ) $v_B = \frac{3v_{cm}}{2}$.

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ1 Μια ράβδος AB περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από έναν σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από ένα σημείο πάνω στη ράβδο.

Το άκρο Α έχει γραμμική ταχύτητα που έχει μέτρο $v_A = 10\text{ m/s}$ ενώ το άκρο Β έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου $v_B = 30\text{ m/s}$.



Αν το μήκος της ράβδου είναι $\ell = 40\text{ cm}$ να βρεθούν:

α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

β) Η απόσταση που απέχει το άκρο Α της ράβδου από τον άξονα περιστροφής.

γ) Η γωνία στροφής της ράβδου σε χρόνο $\Delta t = 2s$.

δ) Ο αριθμός των περιστροφών της ράβδου στον παραπάνω χρόνο.

Γ2 Ένας τροχός που αρχικά ηρεμεί αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από

το κέντρο του. Μετά από $t = 10s$ ο τροχός έχει αποκτήσει

γωνιακή ταχύτητα $\omega = 40rad/s$.



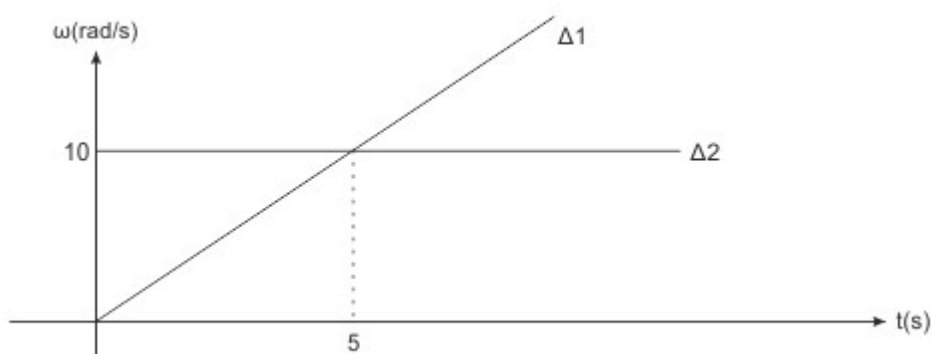
α) Να βρεθεί η γωνιακή του επιτάχυνση.

β) Να γίνει το διάγραμμα $\omega - t$ για τον τροχό έως την $t = 10s$.

γ) Να βρεθεί η γωνία που διαγράφει ο τροχός από το 3^o έως το 7^o της κίνησης του.

δ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από την $t = 0$ έως την $t = 10s$.

Δ1 Δύο δίσκοι οριζόντιοι Δ_1 και Δ_2 εκτελούν περιστροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας τους. Οι δίσκοι περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ζητείται:

α) Η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά κάθε δίσκος.

β) Την $t = 5s$ πόσες περιστροφές έχει κάνει ο δίσκος Δ_2 περισσότερες από τον δίσκο Δ_1 ;

γ) Ποιά χρονική στιγμή οι 2 δίσκοι έχουν κάνει τον ίδιο αριθμό περιστροφών;

δ) Αν οι 2 τροχοί έχουν ακτίνες $R_2 = R$, $R_1 = 2R$, να βρεθεί ποια στιγμή τα σημεία της περιφέρειάς τους θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.

Δ2 Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες R και $2R$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση $\alpha = 3m/s^2$ ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

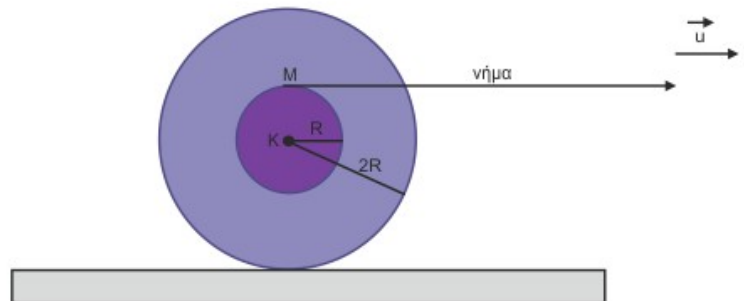
Ζητείται:

α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.

β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος $\ell = 5m$, πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.

γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι $R = 0,1m$).

δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.



Δ3 Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα $R = 20cm$ και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Από το αυλάκι της τροχαλίας είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα ένα σώμα Σ.

Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα και αυτό κατεβαίνοντας αποκτά επιτάχυνση $\alpha = 1m/s^2$ ενώ η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση.

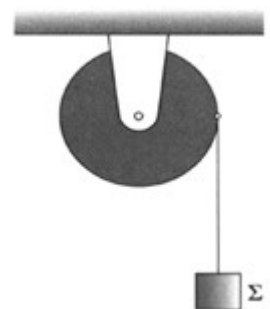
Θεωρούμε ότι το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Ζητείται:

α) Να συγκριθούν η ταχύτητα πτώσης του Σ και η ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

β) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας $2s$ αφού αφήσουμε το σώμα ελεύθερο.

γ) Όταν το σώμα έχει κατέβει κατά $h = 8m$, πόσες στροφές θα έχει εκτελέσει η τροχαλία.



δ) Τη χρονική στιγμή $t = 4s$ κόβουμε το νήμα και το σώμα πλέον πέφτει με επιτάχυνση $g = 10m/s^2$. Να βρεθεί η γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα έως τη στιγμή που το σώμα απέχει από την τροχαλία $\Delta x = 36m$.