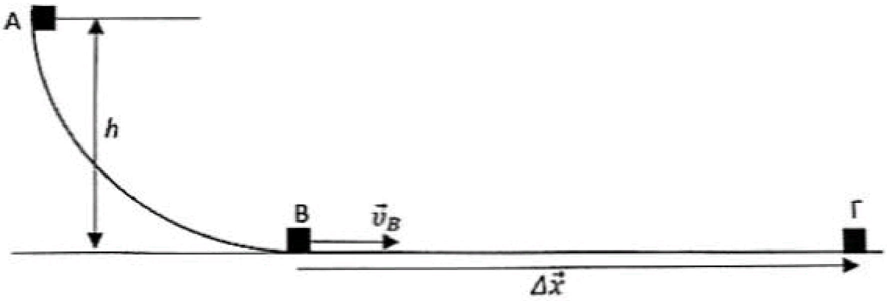
485. Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του ΑΒ είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β είναι $h = 5$ m. Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο Α και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0,5$.



Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. το μέτρο της ταχύτητας υ_B του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο Β. **Μονάδες 6**

Δ1.2. το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης Δx του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. **Μονάδες 6**

Δ1.3. το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. **Μονάδες 6**

Δ2. Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο. **Μονάδες 7**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

487. Σώμα μάζας m = 1 kg εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{m}{s}$ και κινείται κατά μήκος του. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι φ = 30°. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{op} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Δ1. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του. **Μονάδες 6**

Δ2. Να αποδείξετε ότι η ακινητοποίηση του σώματος είναι παροδική. **Μονάδες 6**

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου. **Μονάδες 6**

Δ4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον, λόγω τριβών, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου. **Μον.7**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Δίνονται: $\eta\mu(30^o) = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu(30^o) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

488. Σώμα μάζας $m = 1$ Kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{op} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = 10$ N.

Δ1. Να εξετάσετε αν το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. **Μονάδες 5**

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s και στη συνέχεια καταργείται.

Δ2. Να υπολογίσετε:

Δ.2.1. τη συνολική μετατόπιση του σώματος. **Μονάδες 15**

Δ.2.2. τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον. **Μονάδες 5**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

485/85

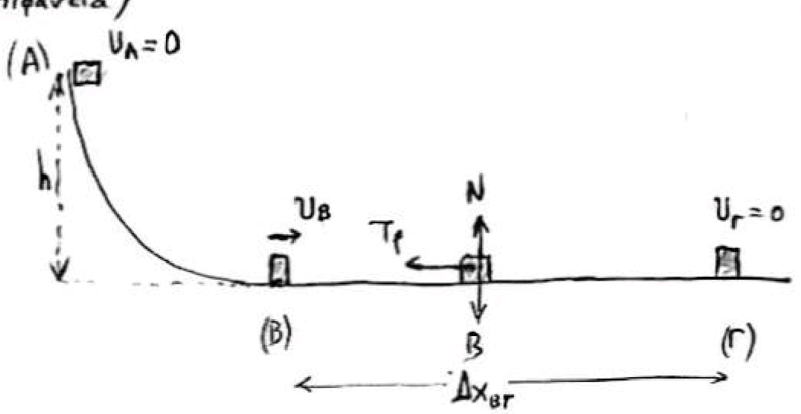
α) Θ.Μ.Κ.Ε. Α→Β (λεία επιφάνεια)

$$K_B - \cancel{K_A} = W_B + \cancel{W_N}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_B^2 = \cancel{m}\cdot g\cdot h$$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2\cdot g\cdot h}} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = 10\ m/s}$$



β)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m g$$

$$T_f = \mu\cdot N = \mu\cdot m\cdot g$$

$$\Sigma F_x = m\cdot \alpha \Rightarrow -T_f = m\cdot \alpha$$

$$\Rightarrow -\mu \cancel{m} g = \cancel{m}\cdot \alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = -\mu\cdot g} \Rightarrow \boxed{\alpha = -5\ m/s^2}$$

$$\cancel{v_\Gamma} = v_B + \alpha\cdot \Delta t_2 \Rightarrow 0 = 10 - 5\cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 2\ s$$

$$\Delta x_{B\Gamma} = v_B\cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2}\cdot \alpha\cdot \Delta t_2^2 = 10\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 2^2 \Rightarrow \boxed{\Delta x_{B\Gamma} = 10\ m}$$

Άλλος Τρόπος: $\cancel{K_\Gamma} - K_B = W_{T_f} + \cancel{W_B} + \cancel{W_N}$! Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m\cdot v_B^2 = -T_f\cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot \cancel{m}\cdot v_B^2 = \mu\cdot \cancel{m}\cdot g\cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_B^2}{2\mu g} = \frac{10^2}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta x_{B\Gamma} = 10\ m}$$

γ) $\Delta t_2 = 2\ s$

δ) Α→Β: $\Delta|v| = v_B - v_A = 10 - 0 = 10\ m/s$

Β→Γ: $\Delta v = v_\Gamma - v_B = 0 - 10 = -10\ m/s$

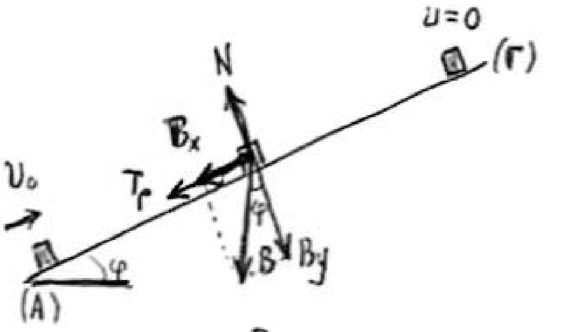
$$\Delta|v|_{AB} = -\Delta|v|_{B\Gamma}$$

487/86

$m = 1\ kg$
$υ_0 = 10\ m/s$
$φ = 30°$
$\mu_{σ\tau} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
$\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow \boxed{N = 5\sqrt{3}\ N}$

$T_\rho = \mu_{ολ} \cdot N = \frac{\sqrt{3}}{5} \cdot 5\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{T_\rho = 3\ N}$



$B_x = m \cdot g \cdot ημφ = 5\ N$
$B_y = m \cdot g \cdot συνφ = 5\sqrt{3}\ N$

<u>Θ.Μ.Κ.Ε. (Α)→(Γ)</u>

$\cancel{K_Γ}^{0} - K_A = W_{B_x} + \cancel{W_{B_y}}^{0} + \cancel{W_N}^{0} + W_{T_\rho}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} m \cdot υ_0^2 = -B_x \cdot S - T_\rho \cdot S$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 5 \cdot S + 3 \cdot S \Rightarrow \boxed{S = \frac{25}{4}\ m} = (ΑΓ) = 6{,}75\ m$

Άλλος τρόπος: $\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Rightarrow -B_x - T_\rho = m \cdot a_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = -8\ m/s^2}$

$\left.\begin{array}{l} \cancel{υ_Γ}^{0} = υ_0 + a_1 \cdot t_1 \\ S = υ_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 \end{array}\right\} \Rightarrow S = \frac{υ_0^2}{2 \cdot |a_1|} = \frac{10^2}{2 \cdot 8} \Rightarrow \boxed{S = 6{,}75\ m}$

β) Όταν θα έχει ακινητοποιηθεί, στη θέση (Γ), κατά τον άξονα x'x θα δέχεται την $\vec{B_x}$ και την στατική τριβή $T_\rho^{στατ}$ που θα έχει φορά αντίθετη της $\vec{B_x}$.

$T_{\rho_{max}}^{στατ} = \mu_{σ\tau} \cdot N = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 5\sqrt{3} = 3{,}75\ N$

$B_x = m g \cdot ημ30° = 5\ N > T_{\rho_{max}}^{στατ}$ <u>άρα</u> το σώμα θα ολισθήσει προς τα κάτω, και θα επιταχύνεται από τη θέση (Γ) προς τη θέση (Α).

γ) <u>Θ.Μ.Κ.Ε (Γ)→(Α)</u>

$K_A - \cancel{K_Γ}^{0} = W_{B_x} + W_{T_\rho}$

Όταν το σώμα ολισθαίνει, δέχεται την τριβή ολίσθησης $T_\rho = \mu_{ολ} \cdot N = 3\ N$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot υ_A^2 = B_x \cdot S - T_\rho \cdot S$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot υ_A^2 = 5 \cdot 6{,}75 - 3 \cdot 6{,}75 \Rightarrow \boxed{υ_A = 5\ m/s}$

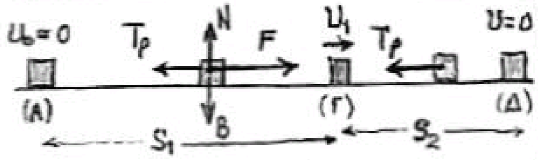
δ) Η θερμότητα είναι "ίση" με το έργο της τριβής σε όλη τη διαδρομή Α→Γ→Α.

$Q = |W_{T_\rho}^{ΑΓΑ}| = |-T_\rho \cdot 2S| = T_\rho \cdot 2 \cdot S = 3 \cdot 2 \cdot 6{,}75 \Rightarrow \boxed{Q = 37{,}5\ J}$

488/86

α) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = m \cdot g \Rightarrow \boxed{N = 10\ N}$

$T_{\rho_{στατ}}^{max} = \mu_{σ\tau} \cdot N = 0{,}5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{T_{\rho_{στατ}}^{max} = 5\ N}$



$F = 10\ N > T_{\rho_{στατ}}^{max}$ <u>άρα</u> το σώμα θα ολισθήσει, και τότε η τριβή θα γίνει τριβή ολίσθησης $T_\rho = \mu_{ολ} \cdot N = 0{,}4 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{T_\rho = 4\ N}$

β) <u>Α→Γ:</u> $\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Rightarrow F - T_\rho = m \cdot a_1$

$\Rightarrow 10 - 4 = 1 \cdot a_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 6\ m/s^2}$

$υ_1 = \cancel{υ_0}^{0} + a_1 \cdot t_1 \Rightarrow υ_1 = 6 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{υ_1 = 60\ m/s}$

$S_1 = \cancel{υ_0 t_1}^{0} + \frac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 \Rightarrow \boxed{S_1 = 300\ m}$

<u>Γ→Δ:</u> $\Sigma F_x = m \cdot a_2 \Rightarrow -T_\rho = m \cdot a_2 \Rightarrow \boxed{a_2 = -4\ m/s^2}$

$\cancel{υ_2}^{0} = υ_1 + a_2 t_2 \Rightarrow 0 = 60 - 4 \cdot t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = 15\ s}$

$S_2 = υ_1 t_2 - \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \Rightarrow \boxed{S_2 = 450\ m}$

Τότε $S_{ολ} = S_1 + S_2 \Rightarrow \boxed{S_{ολ} = 750\ m}$

Άλλος τρόπος (β' ερώτημα) ...αν έχω βρει το $S_1 = 300\ m$

<u>Θ.Μ.Κ.Ε. (Α)→(Δ):</u> $\cancel{K_Δ}^{0} - \cancel{K_A}^{0} = W_F + W_{T_\rho}$

$\Rightarrow 0 = F \cdot S_1 - T_\rho \cdot S_{ολ}$

$\Rightarrow 0 = 10 \cdot 300 - 4 \cdot S_{ολ}$

$\Rightarrow S_{ολ} = 750\ m$

γ) $Q = |W_{T_\rho}| = |-T_\rho \cdot S_{ολ}| = 4 \cdot 750 \Rightarrow \boxed{Q = 3.000\ J}$