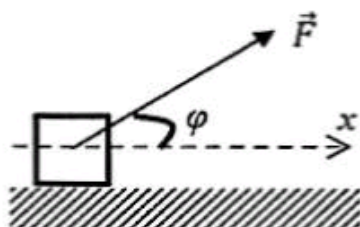


303. Ένας κύβος μάζας 4 kg ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου $v_0 = 2\text{ m/s}$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση O ($x_0 = 0$) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά αρχίζει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10 N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση A ($x_A = 3\text{ m}$) η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι 4 s . Να υπολογίσετε:



4.1) το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στη θέση B ($x_B = 1\text{ m}$).

Μονάδες 5

4.2) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση A ,

Μονάδες 7

4.3) τη θέση στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

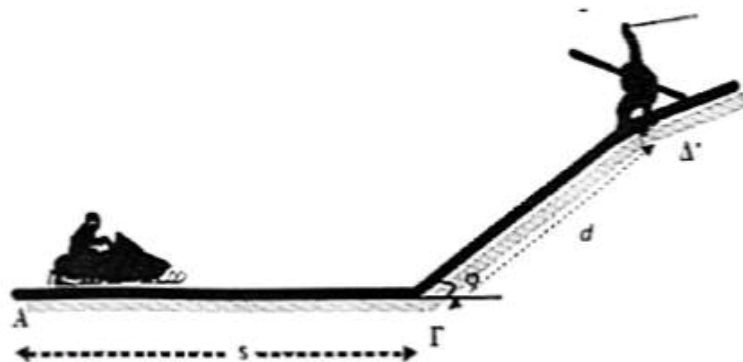
Μονάδες 6

4.4) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου-δαπέδου στο τραχύ δάπεδο.

Μονάδες 7

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

304. Σε ένα χιονοδρομικό κέντρο, ένα παιδί κάνει snowmobile. Η συνολική μάζα του παιδιού και του snowmobile είναι $m = 100\text{ kg}$. Το snowmobile ξεκινά να κινείται σε οριζόντια επιφάνεια με την οποία έχει συντελεστή τριβής $\mu_1 = 0,2$, με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 300\text{ N}$. Αφού διανύσει διάστημα $s = 50\text{ m}$ στην οριζόντια επιφάνεια το όχημα συναντά ανηφορική χιονισμένη πλαγιά γωνίας κλίσης φ και ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη F (σβήνει η μηχανή του). Να υπολογίσετε :



4.1) Το μέτρο της επιτάχυνσης του οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 6

4.2) Τη χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι τη βάση της χιονισμένης πλαγιάς καθώς και το μέτρο της ταχύτητας του εκεί (Σημείο Γ).

Μονάδες 6

4.3) Το μέτρο της επιβράδυνσης του οχήματος στο κεκλιμένο επίπεδο (χιονισμένη πλαγιά) αν γνωρίζετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης οχήματος-πλαγιάς είναι $\mu_2 = 0,5$.

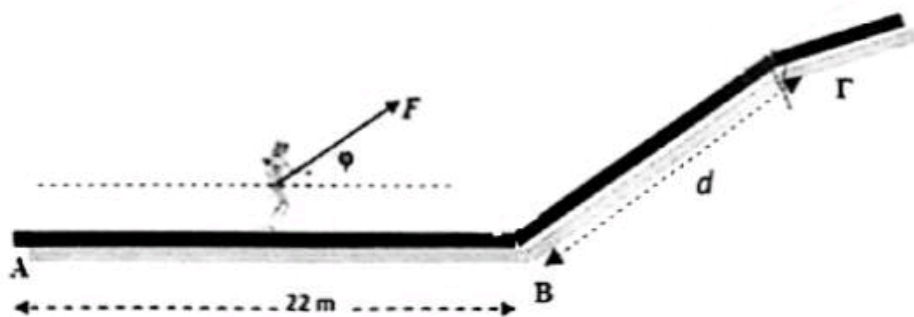
Μονάδες 7

4.4) Αν σε απόσταση $d = 10\text{ m}$ από τη βάση της πλαγιάς, βρίσκεται τραυματισμένος ένας σκιέρ, να ελέγξετε αν το παιδί θα καταφέρει να αποφύγει τη σύγκρουση με τον σκιέρ, λαμβάνοντας υπόψη ότι η πορεία του θα παραμείνει ευθύγραμμη.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι το παιδί και το snowmobile έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα του οχήματος στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Γ δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

305. Νεαρή σκιέρ που μαζί με τον εξοπλισμό της έχει μάζα, $m = 50 \text{ kg}$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από το σημείο Α οριζόντιας χιονισμένης πίστας με ταχύτητα μέτρου 11 m/s . Το οριζόντιο τμήμα της πίστας στο τέλος του οποίου βρίσκεται ο τερματισμός (σημείο Β) έχει μήκος 22 m και κατά μήκος του η αθλήτρια χρησιμοποιεί



συνέχεια τα μπαστούνια στήριξης με αποτέλεσμα να της ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου $F = 250 \text{ N}$ η οποία σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια πίστα. Αφού η αθλήτρια τερματίζει παύει να χρησιμοποιεί τα μπαστούνια, οπότε η $\vec{F}$ καταργείται και ταυτόχρονα εισέρχεται σε πλαγιά γωνία κλίσης επίσης φ με αποτέλεσμα να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει (σημείο Γ). Δεδομένου ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τα πέδιλα της σκιέρ με το χιόνι παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$,

4.1) να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$, στην οριζόντια πίστα. Μονάδες 6

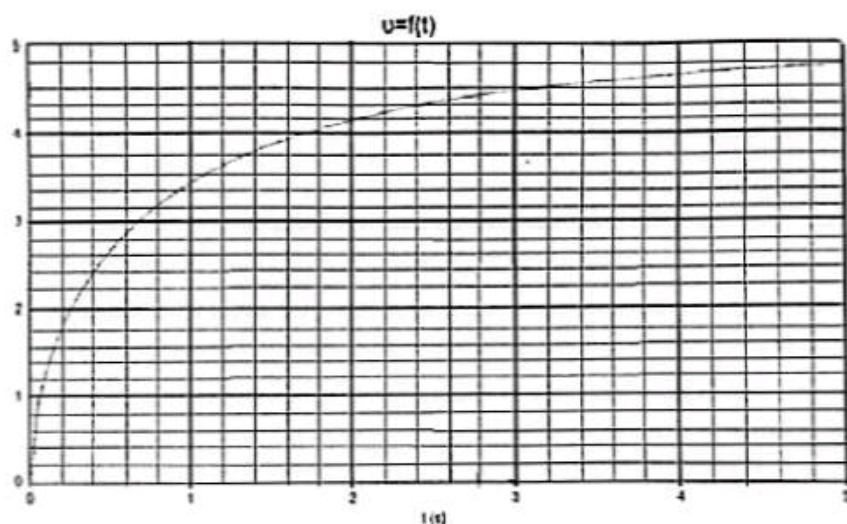
4.2) να αποδείξετε ότι στην οριζόντια πίστα (ΑΒ), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Μονάδες 6

4.3) να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου η αθλήτρια ακινητοποιείται στην πλαγιά καθώς και το μήκος της διαδρομής που διάνυσε από το σημείο Α έως το σημείο Γ. Μονάδες 8

4.4) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν. Μονάδες 5

Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Β δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,8$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

306. Στην δυτλανή γραφική παράσταση περιγράφεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος με μάζα 4 kg , το οποίο αφέθηκε να πέσει από τη ύψος h από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα προσκρούει στο έδαφος πέντε δευτερόλεπτα αργότερα.



3.1) Να δικαιολογήσετε αν κατά την πτώση του σώματος, υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα. Μονάδες 5

3.2) Να εκτιμήσετε το ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα. Μονάδες 8

3.3) Να υπολογίσετε το επί τοις εκατό ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας κατά την πτώση θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος. Μονάδες 6

3.4) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας πρόσκρουσης που θα είχε το σώμα, αν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος που υπολογίσατε στο ερώτημα 3.2. Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

307. Ένας μαθητής ξεκινά την χρονική στιγμή $t = 0$, να παρατηρεί ένα σώμα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20 \text{ m/s}$. Το σώμα διανύει διάστημα $s_1 = 100 \text{ m}$ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα και στη συνέχεια επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέχρι να σταματήσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι $\Delta t = 5 \text{ s}$ τότε:

Δ1. να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος. Μονάδες 5

Δ2) να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες από την χρονική στιγμή $t = 0$ έως την χρονική στιγμή που το σώμα σταματά. Μονάδες 7

Δ3) να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για τη συνολική χρονική διάρκεια που ο μαθητής παρατήρησε την κίνηση του. Μονάδες 7

303/
44

a) $0 \rightarrow A: \Sigma F_x = m \cdot a_1$

$\Rightarrow F_x = m \cdot a_1$

$\Rightarrow 8 = 4 \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = 2 \text{ m/s}^2$

b) $S_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2$

$\Rightarrow 3 = 2 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_1^2$

$\Rightarrow t_1^2 + 2 \cdot t_1 - 3 = 0$

$t_1 = -3 \text{ s}$ (Anso)
 $t_1 = 1 \text{ s}$ (Solusi)

$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 2 + 2 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$

c) $A \rightarrow C: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = mg \Rightarrow N' = 40 \text{ N}$

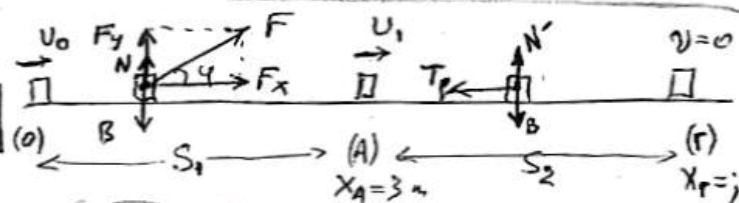
$T_f = \mu \cdot N' \Rightarrow \mu = \frac{T_f}{N} \quad (1)$

$\Sigma F_x = m \cdot a_2$

$\Rightarrow -T_f = m \cdot a_2$

$\Rightarrow -T_f = 4 \cdot (-1) \Rightarrow T_f = 4 \text{ N}$

$\Rightarrow \mu = \frac{4}{40} \Rightarrow \mu = 0,1$



$F_x = F \cdot \cos 37 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ N}$

$F_y = F \cdot \sin 37 = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ N}$

d) $A \rightarrow C: v_2 = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_2$

$\Rightarrow 0 = 4 + a_2 \cdot 4$

$\Rightarrow a_2 = -1 \text{ m/s}^2$

$S_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} a_2 \Delta t_2^2 = 4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot 4^2$

$\Rightarrow S_2 = 8 \text{ m}$

Sehingga $x_c = x_A + S_2 = 3 + 8 \Rightarrow x_c = 11 \text{ m}$

304/44

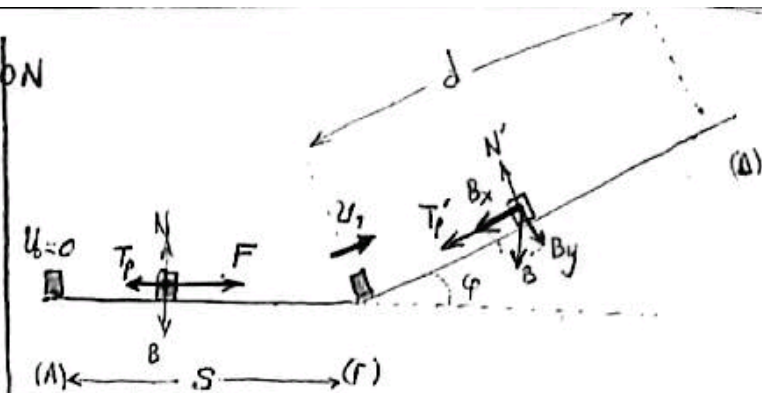
$m = 100 \text{ kg}$
 $S = 50 \text{ m}$
 $\mu_1 = 0,2$

$F = 300 \text{ N}$
 $d = 10 \text{ m}$
 $\mu_2 = 0,5$

a) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 1000 \text{ N}$

$T_p = \mu_1 \cdot N = 0,2 \cdot 1000$
 $\Rightarrow T_p = 200 \text{ N}$

$\Sigma F_x = m \cdot a_1$
 $\Rightarrow F - T_p = m \cdot a_1$
 $\Rightarrow 300 - 200 = 100 \cdot a_1$
 $\Rightarrow a_1 = 1 \text{ m/s}^2$



b) (A) $\rightarrow$ (B): E.C. $\Rightarrow$ $S = u_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \Rightarrow 50 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$
 $u_1 = u_0 + a_1 t_1 = 1 \cdot 10 \Rightarrow u_1 = 10 \text{ m/s}$

γ) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B_y \Rightarrow N' = mg \cdot \sin \varphi = 1000 \cdot 0,9 \Rightarrow N' = 900 \text{ N}$
 $T_{p2} = \mu_2 \cdot N' = 0,5 \cdot 900 \Rightarrow T_{p2}' = 450 \text{ N}$

$B_y = mg \sin \varphi = 900 \text{ N}$
 $B_x = mg \cos \varphi = 900 \text{ N}$

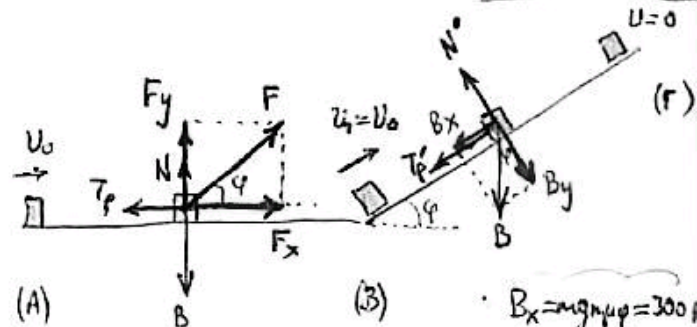
$\Sigma F_x = m \cdot a_2$
 $\Rightarrow -B_x - T_{p2}' = m \cdot a_2 \Rightarrow -900 - 450 = 100 \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = -13,5 \text{ m/s}^2$

δ) (B) $\rightarrow$ (A): E.C. $\Rightarrow$ $u_2 = u_1 + a_2 t_2 \Rightarrow 0 = 10 - 13,5 t_2 \Rightarrow t_2 = 0,74 \text{ s}$
 $S_2 = u_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 10 \cdot 0,74 + \frac{1}{2} (-13,5) (0,74)^2 \Rightarrow S_2 = 3,7 \text{ m} < d$

δπ & Σεβ & α
γίβη η
σὺγκρουση.

305/45

a) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y - B = 0$
 $\Rightarrow N = mg - F \cdot \sin \varphi$
 $\Rightarrow N = 500 - 250 \cdot 0,8$
 $\Rightarrow N = 300 \text{ N}$



b) $T_p = \mu N = 0,5 \cdot 300 \Rightarrow T_p = 150 \text{ N}$

$\Sigma F_x = F_x - T_p = F \cdot \cos \varphi - T_p = 250 \cdot 0,6 - 150 = 0$
 $\Rightarrow \Sigma F_x = 0$

αρεα κινηται 6.0 κ. (A $\rightarrow$ B) ατε $u_1 = u_0 = 11 \text{ m/s}$

γ) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - B_y = 0 \Rightarrow N' = mg \cdot \sin \varphi \Rightarrow N' = 400 \text{ N}$
 $T_{p2}' = \mu \cdot N' = 0,5 \cdot 400 \Rightarrow T_{p2}' = 200 \text{ N}$

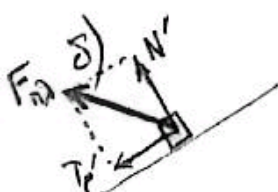
$\Sigma F_x = m \cdot a_2 \Rightarrow -T_{p2}' - B_x = m \cdot a_2 \Rightarrow -200 - 300 = 50 \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = -10 \text{ m/s}^2$

$u_2 = u_1 + a_2 t_2 \Rightarrow 0 = 11 - 10 t_2 \Rightarrow t_2 = 1,1 \text{ s}$
 $S_2 = u_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \Rightarrow S_2 = 6,05 \text{ m}$

Τότε $S_{\text{ολ}} = S_1 + S_2 = 22 \text{ m} + 6,05 \text{ m}$
 $\Rightarrow S_{\text{ολ}} = 28,05 \text{ m}$

$F_{\eta\lambda} = \sqrt{N'^2 + T_{p2}'^2} = \sqrt{400^2 + 200^2} = \sqrt{160.000 + 40.000}$
 $= \sqrt{200.000} = \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 10.000}$

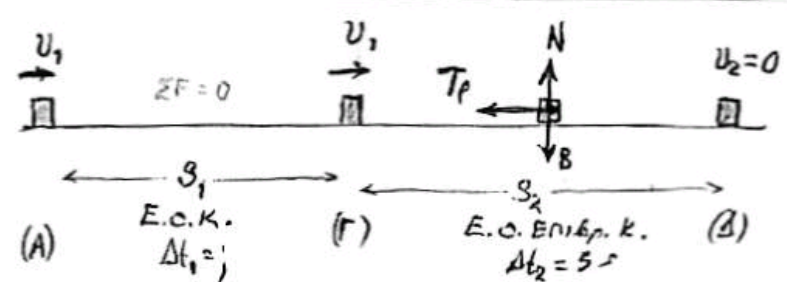
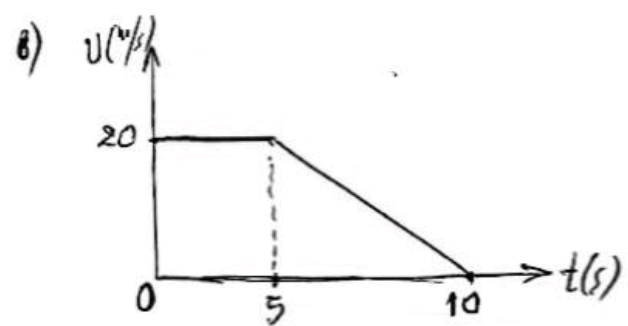
$\Rightarrow F_{\eta\lambda} = 200\sqrt{5} \text{ N}$



307/45

$m = 10 \text{ kg}$
 $U_1 = 20 \text{ m/s} = \text{const}$
 $S_1 = 100 \text{ m}$
 $U_2 = 0$
 $\Delta t_2 = 5 \text{ s}$

a) $\Gamma \rightarrow \Delta$: E.O.E.N.E.P.K.
 $v_2 = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_2$
 $\Rightarrow 0 = 20 + a_2 \cdot 5$
 $\Rightarrow a_2 = -4 \text{ m/s}^2$



$A \rightarrow \Gamma$: E.O.K. $S_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{100}{20}$
 $\Rightarrow \Delta t_1 = 5 \text{ s}$

γ) $S_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_2^2 = 20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 \Rightarrow S_2 = 50 \text{ m}$
 $v_p = \frac{S_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{tot}}} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{100 + 50}{5 + 5} \Rightarrow v_p = 15 \text{ m/s}$

δ) $T_p = \mu \cdot N \Rightarrow \mu = \frac{T_p}{N} \quad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = m \cdot g = 100 \text{ N}$

$\Sigma F_x = m \cdot a_2 \Rightarrow -T_p = 10 \cdot (-4) \Rightarrow T_p = 40 \text{ N} \quad (1) \Rightarrow \mu = 0,4$