

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης που δρα στο σώμα κατά την κίνησή του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον άξονα y (κατακόρυφος άξονας) έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Συνδυάζοντας τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει ότι:

$$T = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = 16 \text{ N}.$$

Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ είναι $F = 40 \text{ N}$, οπότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά αυτή της κίνησης) προκύπτει:

$$F - T = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

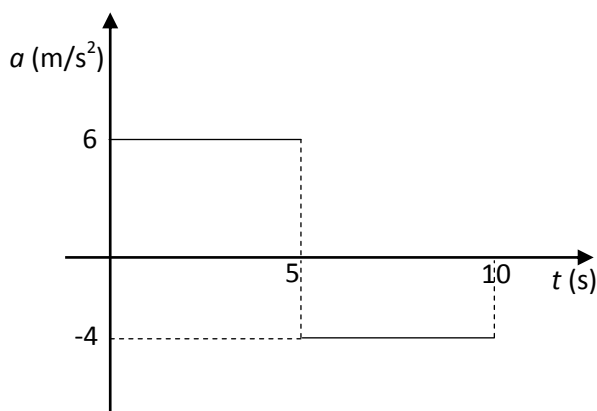
και το σώμα θα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ είναι $F = 0 \text{ N}$, οπότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά αυτή της κίνησης) προκύπτει:

$$-T = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και το σώμα θα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Δ2) Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση $v_1 = a_1 \cdot t$ αφού δεν υπάρχει αρχική ταχύτητα.

Τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητά του θα είναι $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και η γραφική παράσταση στο διάγραμμα $v - t$ θα είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση:

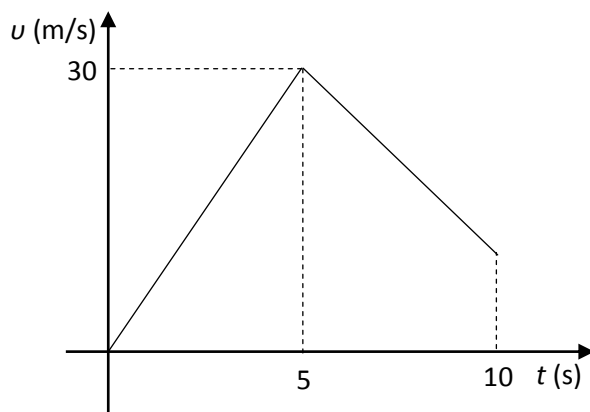
$$v_2 = 30 - a_2 \cdot \Delta t$$

όπου Δt το χρονικό διάστημα που εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση. Αυτό σημαίνει ότι μετά από

$$\Delta t = 10 - 5 = 5 \text{ s}$$

η ταχύτητα του σώματος θα έχει γίνει $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και η γραφική παράσταση στο διάγραμμα $v - t$ θα είναι μια ευθεία με αρνητική κλίση που θα καταλήγει στην ταχύτητα των 10 m/s .

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Δ3) Η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του τριγώνου στο διάγραμμα $v - t$ που έχει βάση 5 s και ύψος 30 m/s . Επομένως θα είναι:

$$\Delta x_1 = E_{\text{τριγώνου}} = 75 \text{ m.}$$

Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε ότι το έργο της $F = 40 \text{ N}$ για την προηγούμενη μετατόπιση Δx_1 θα είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J.}$$

Δ4) Παρόμοια με το προηγούμενο ερώτημα, η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του τραπεζίου στο διάγραμμα $v - t$ που έχει βάσεις 10 m/s και 30 m/s και ύψος $10 - 5 = 5 \text{ s}$. Επομένως θα είναι:

$$\Delta x_2 = E_{\text{τραpezιου}} = 100 \text{ m.}$$

Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε ότι το έργο της τριβής ολίσθησης, για την προηγούμενη μετατόπιση Δx_2 , θα είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ \Rightarrow W_T = -1600 \text{ J}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η δύναμη της τριβής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση $T = \mu \cdot N$ που αν συνδυαστεί με την εξίσωση που προκύπτει από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y (κατακόρυφο άξονα)

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g$$

δίνει:

$$T = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = 1 \text{ N.}$$

Επειδή για $t_1 = 3 \text{ s}$ (αλλά και για $t = 0$) από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι $F = 5 \text{ N} > T$ το σώμα θα ξεκινήσει να κινείται. Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση θα είναι:

$$F - T = m \cdot a \Rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, ξεκινώντας από την ακινησία, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \Delta x = 125 \text{ m.}$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F κατά την μετατόπιση $\Delta x = 16 \text{ m}$:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 625 \text{ J.}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα θα έχει ταχύτητα:

$$v_1 = a \cdot t \Rightarrow v_1 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του σώματος θα είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow K = 180 \text{ J.}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Τη ζητούμενη χρονική στιγμή (t_1) για τις ταχύτητες του φορτηγού (v_ϕ) και της μοτοσυκλέτας (v_M) θα ισχύει ότι $v_\phi = v_M$.

Το φορτηγό όμως κινείται ομαλά με ταχύτητα $v_\phi = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow v_\phi = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ενώ η μοτοσυκλέτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως την τυχαία χρονική στιγμή θα έχει ταχύτητα που θα δίνεται από τη σχέση

$$v_M = a \cdot t.$$

Αντικαθιστώντας την σταθερή ταχύτητα του φορτηγού και τη σχέση για την ταχύτητα της μοτοσυκλέτας στην αρχική εξίσωση έχουμε:

$$20 = a \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}.$$

Δ2) Τη ζητούμενη χρονική στιγμή (t') για τις θέσεις του φορτηγού (x_ϕ) και της μοτοσυκλέτας (x_M) θα ισχύει ότι $x_\phi = x_M$. Το φορτηγό όμως κινείται ομαλά, επομένως η θέση του θα δίνεται κάθε στιγμή από την εξίσωση:

$$x_\phi = v_\phi \cdot t$$

ενώ η μοτοσυκλέτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση:

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως την τυχαία χρονική στιγμή η θέση της θα δίνεται από τη σχέση

$$x_M = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Αντικαθιστώντας τις δύο εξισώσεις που δίνουν τις θέσεις του φορτηγού και της μοτοσυκλέτας στην αρχική εξίσωση έχουμε:

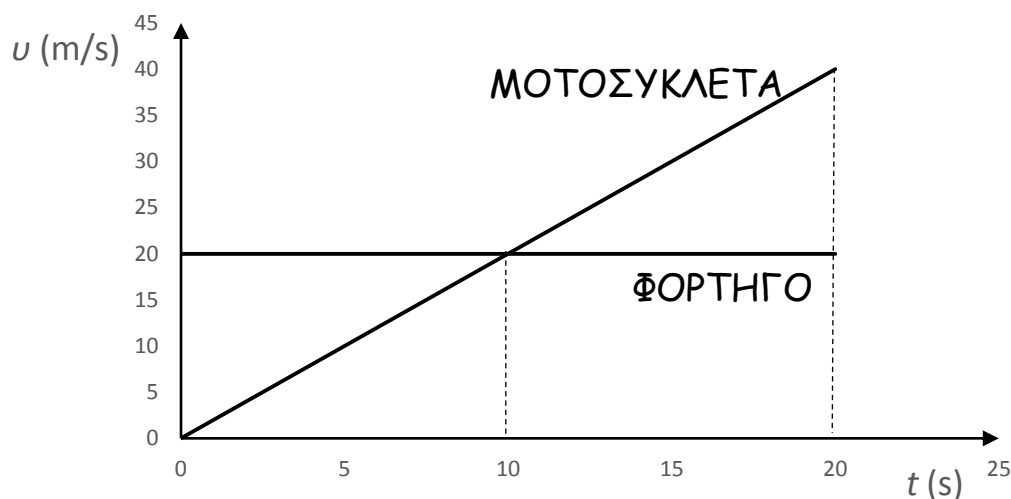
$$v_\phi \cdot t' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t'^2$$

που δίνει δύο λύσεις τις $t' = 0$ και $t' = 20 \text{ s}$ με δεκτή τη δεύτερη.

Η απόσταση από το Α στην οποία θα συναντηθούν θα προκύψει από μια από τις εξισώσεις θέσης ως εξής:

$$x_{\text{συνάντησης}} = x_\phi = v_\phi \cdot t' = 400 \text{ m}.$$

Δ3) Με βάση το είδος των κινήσεων που εκτελούν τα δύο σώματα σχεδιάζουμε το ακόλουθο διάγραμμα. Σε αυτό σημειώνονται οι χρονικές στιγμές $t_1 = 10\text{s}$ που τα κινητά έχουν τις ίδιες ταχύτητες και $t' = 20\text{s}$ που τα κινητά συναντώνται.



Δ4) Ο ζητούμενος λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = \frac{\frac{1}{2} m_{\Phi} v_{\Phi}^2}{\frac{1}{2} m_M v_M^2}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή $t_2 = 20\text{s}$ η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας θα είναι:

$$v_M = a \cdot t = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

οπότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών προκύπτει ίσος με

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = 2,5.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης (που ταυτίζεται με αυτή του διαστήματος) έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμεQ

$$F - T = m \cdot a.$$

Εκφράζουμε την τριβή ως

$$T = \mu \cdot N$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα y (κατακόρυφο άξονα) συνεπώς έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Εισάγοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις στην έκφραση του νόμου του Νεύτωνα λαμβάνουμε:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (\mu \cdot g + a) \Rightarrow F = 24 \text{ N}.$$

Δ3) Το τρίτο δευτερόλεπτο ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 \text{ s}$ και ολοκληρώνεται την $t_3 = 3 \text{ s}$. Υπολογίζοντας τις θέσεις του κιβωτίου αυτές τις δύο χρονικές στιγμές και αφαιρώντας τις θα προσδιορίσουμε το ζητούμενο διάστημα που είναι ίσο με την μετατόπιση. Δηλαδή:

$$\Delta x = x_3 - x_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}.$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ που καταργείται η δύναμη F το κιβώτιο έχει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$

όπου a η επιτάχυνση που προσδιορίσαμε στο ερώτημα (Δ1).

Από το θεώρημα έργου-ενέργειας μεταξύ της χρονικής στιγμής $t = 4 \text{ s}$ και της στιγμής που το κιβώτιο ακινητοποιείται θα έχουμε:

$$0 - K = W_T \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_T \Rightarrow W_T = -512 \text{ J}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο που ανεβαίνει (θετική φορά προς τα πάνω) προκύπτει:

$$F - w = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g + a) \Rightarrow F = 1200 \text{ N.}$$

Δ2) Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \Rightarrow t = 4 \text{ s.}$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F κατά την μετατόπιση $\Delta y = 8 \text{ m}$:

$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 9600 \text{ J.}$$

Ομοίως, το έργο του βάρους, για την ίδια μετατόπιση, θα είναι:

$$W_w = w \cdot \Delta y \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow W_w = -8000 \text{ J.}$$

Δ4) Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου, όπως εφαρμόζεται μεταξύ της αρχικής θέσης και του ύψους $y_1 = 4 \text{ m}$, προκύπτει:

$$K_1 - 0 = W_F + W_w \Rightarrow K_1 = F \cdot y_1 \cdot \sin 0^\circ + w \cdot y_1 \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow K_1 = 800 \text{ J.}$$

Παρομοίως για $y_2 = 9 \text{ m}$ προκύπτει:

$$K_2 - 0 = W_F + W_w \Rightarrow K_2 = F \cdot y_2 \cdot \sin 0^\circ + w \cdot y_2 \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow K_2 = 1800 \text{ J.}$$

Επομένως, για το ζητούμενο λόγο των κινητικών ενεργειών θα έχω:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{9}.$$

ΘΕΜΑ ΑΕνδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Για το χρονικό διάστημα $t_0=0$ s έως $t_1=10$ s:

$$F_1=m \cdot a, \quad a = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 100 \text{ m}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ είναι:

$$W = F_1 \cdot \Delta x = 2000 \text{ J}$$

Δ3) Στο κιβώτιο ασκείται μια δύναμη $\vec{F}_2$ που είναι ίση με τη δύναμη $\vec{F}_1$. Από τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F_1 + F_2 = m \cdot a_1$$

και η νέα επιτάχυνση είναι:

$$a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

Δ4) Εφόσον ασκούνται δύο δυνάμεις, $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, η μετατόπιση Δx θα είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 200 \text{ m}$$

Το έργο:

$$W_{F1} = F_1 \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 20 \cdot 200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 4000 \text{ J}$$

Το έργο W_{F1} στο ερώτημα Δ4 είναι διπλάσιο από το έργο που υπολογίστηκε στο ερώτημα Δ2.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμο ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και από τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ δηλαδή } F - T = m \cdot a \quad (1)$$

$$\text{όπου } T = \mu \cdot N \text{ ή } T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 20 \text{ N}$$

Αντικαθιστούμε στην (1)

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \text{ και } a = \frac{F - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι $W_F = F \cdot x$ όπου x η μετατόπιση για το χρονικό διάστημα $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 4 \text{ s}$:

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 8 \text{ m}$$

$$W_F = F \cdot x \quad \text{ή} \quad W_F = 240 \text{ J}$$

Δ3) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου τριβής:

$$W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$$

Δ4) Όταν το δάπεδο είναι λείο:

$$\Sigma F = m \cdot a' \quad \text{ή} \quad F = m \cdot a'$$

$$a' = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad a' = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Για το ίδιο χρονικό διάστημα η νέα μετατόπιση x' θα είναι:

$$x' = \frac{1}{2} a' \cdot t^2, \quad x' = 24 \text{ m}$$

Το έργο W' που παράγεται είναι:

$$W' = F \cdot x' \quad \text{ή} \quad W' = 720 \text{ J}$$

Το έργο W' σε λείο δάπεδο είναι τριπλάσιο από το W σε ολισθηρό δάπεδο της ερώτησης Δ2.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Ο υπολογισμός της τριβής T προκύπτει από την ισορροπία των δυνάμεων ως προς τον άξονα y :

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad B - N = 0, \quad \text{και} \quad B = N \quad \text{και το νόμο της τριβής,} \quad \text{άρα} \quad T = N \mu = B \mu = \mu m g \quad T = 200 \text{ N}$$

Δ2) Επειδή οι δύο δυνάμεις είναι σταθερές, οριζόντιες και της ίδιας κατεύθυνσης ισχύει:

$$\Sigma F = ma \quad \text{όπου} \quad (F_{\Pi} + F_M) - T = ma \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$a = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Άρα

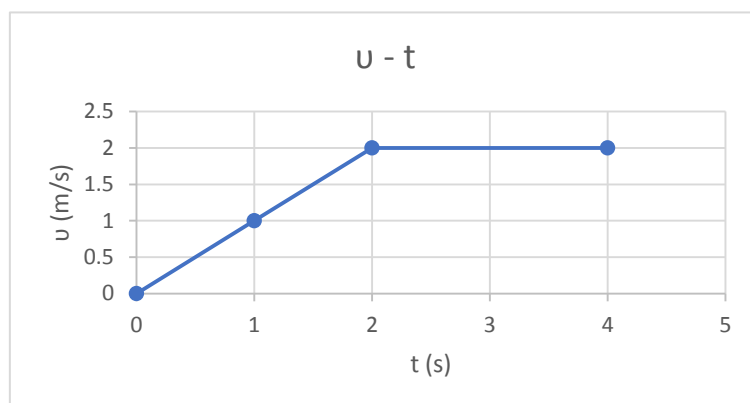
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a}} = 2 \text{ s}$$

Δ3) Διάγραμμα του μέτρου ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου σε $\Delta t = 4 \text{ s}$, βάσει της σχέσης:

$$v = a \cdot t \quad \text{για} \quad 0 < t < t_1 \quad \text{με} \quad v_1 = a \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Για $t_1 < t < t_2$ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{οπότε} \quad v = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Δ4) Η ενέργεια που προσέφερε ο Πάνος από 0 έως t_1 ισούται με:

$$W_{\Pi} = F_{\Pi} \cdot x_1$$

Όπου $x_1 = 2 \text{ m}$ και $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$, άρα:

$$W_{\Pi} = 400 \text{ J}$$

Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρει ο Πάνος ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = F \cdot v_1, \quad \text{άρα} \quad P_{F\Pi} = F_{\Pi} \cdot v_1 \quad \text{ή} \quad P_{F\Pi} = 400 \frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, εφαρμόζονται οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 και ισχύει ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα:

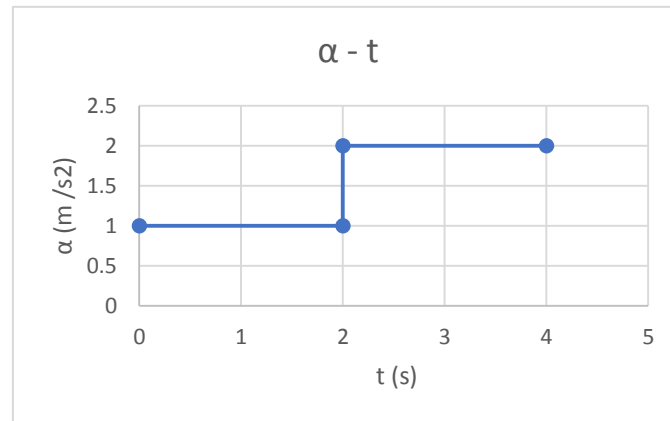
$$\Sigma F = m \cdot a$$

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2$ s, (από $t_0 = 0$ s έως $t_2 = 2$ s):

$$a_1 = \frac{F_1}{m}, \text{ δηλαδή } a_1 = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2$ s, (από $t_0 = 2$ s έως $t_2 = 4$ s):

$$a_2 = \frac{F_1 + F_2}{m}, \text{ δηλαδή } a_2 = 2 \frac{m}{s^2}.$$



Δ2) Η θέση x_1 όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}_1$ για $t_1 = 2$ s δίνεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \text{ δηλαδή } x_1 = 2 \text{ m}$$

Δ3) Η ταχύτητα v_2 για $t_2 = 4$ s υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + a_1 \Delta t$$

όπου $\Delta t = 2$ s, και $v_0 = a_1 \Delta t = 2$ m/s άρα $v_2 = 2 + 2 \cdot 2$ ή $v_2 = 6$ m

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 4$ s είναι:

$$K_{t_2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \text{ δηλαδή } K_{t_2} = 360 \text{ J}$$

Δ4) Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα $t_0 = 0$ s έως $t_2 = 4$ s

Η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_\mu = \frac{\Delta x_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} \quad \text{ή} \quad v_\mu = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_{o\lambda}} \quad (1) \quad \Delta t_{o\lambda} = 4 \text{ s}$$

όπου $\Delta x_1 = 2$ m για $t = 2$ s

$$\Delta x_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot (\Delta t)^2, \text{ όπου } v_0 = 2 \frac{m}{s} \text{ και } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ ή } \Delta t = 4s - 2s \text{ ή}$$

$$\Delta t = 2 \text{ s} \text{ και } \Delta x_2 = 8 \text{ m}$$

Για $\Delta t_{o\lambda} = 4$ s και από τη σχέση (1), η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_\mu = 2,5 \frac{m}{s}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου, άρα

$$\Sigma \vec{F}=0 \text{ δηλαδή } F - T = 0 \text{ άρα } F = T = 200 \text{ N επίσης } T = \mu \cdot N \text{ ή } T = \mu \cdot B \text{ ή } T = \mu \cdot m \cdot g$$

Ο συντελεστής τριβής:

$$\mu = \frac{T}{m \cdot g} \text{ άρα } \mu = 0,4$$

Δ2) Για τα πρώτα 2 s της κίνησης του κιβωτίου, μάζας $m_2 = 40 \text{ Kg}$ του οποίου ασκείται δύναμη $\vec{F}$, το νέο μέτρο της τριβής είναι:

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \text{ ή } T_2 = \mu \cdot B \text{ ή } T_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g \text{ ή } T_2 = 160 \text{ N}$$

$$F_2 - T_2 = m_2 \cdot a, \text{ άρα } a = 1 \frac{m}{s^2}$$

Η μετατόπιση που διανύει το κιβώτιο για $\Delta t = 2 \text{ s}$

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \text{ ή } x = 2 \text{ m}$$

Δ3) Το έργο τριβής για $x = 2 \text{ m}$ είναι:

$$W_T = - T_2 \cdot x \text{ ή } W_T = - 320 \text{ J}$$

Δ4) Η ενέργεια που προσέφερε ο μαθητής στο κιβώτιο:

$$W = F \cdot x \text{ ή } W = 400 \text{ J}$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 2 \text{ s}$:

$$v = a \cdot \Delta t \text{ ή } v = 2 \frac{m}{s}$$

Άρα η κινητική ενέργεια K του κιβωτίου είναι:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \text{ ή } K = 80 \text{ J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.), από την αρχική θέση, όπου $U = m \cdot g \cdot h$, μέχρι τη στιγμή που $U = K$ (1), στο ύψος h_1 .

Ισχύει:

$$U + K = E,$$

και από τη σχέση (1) προκύπτει

$$2U = E \text{ ή } 2m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } h_1 = 5 \text{ m}$$

Δ2) Εφόσον

$$U = K \quad (2)$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ3) Εφόσον $t_{\text{ολικό}}$ είναι το συνολικό διάστημα που φτάνει το σφαιρίδιο στο έδαφος, στο ύψος $h = 10 \text{ m}$, και t_E το χρονικό διάστημα μέχρι $U = K$, στο ύψος $h_1 = 5 \text{ m}$, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{\text{ολικό}}^2 \quad (3)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_E^2 \quad (4)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4)

$$\frac{h}{h_1} = \frac{t_{\text{ολικό}}^2}{t_E^2} \quad \text{ή} \quad \frac{t_{\text{ολικό}}}{t_E} = \sqrt{2}$$

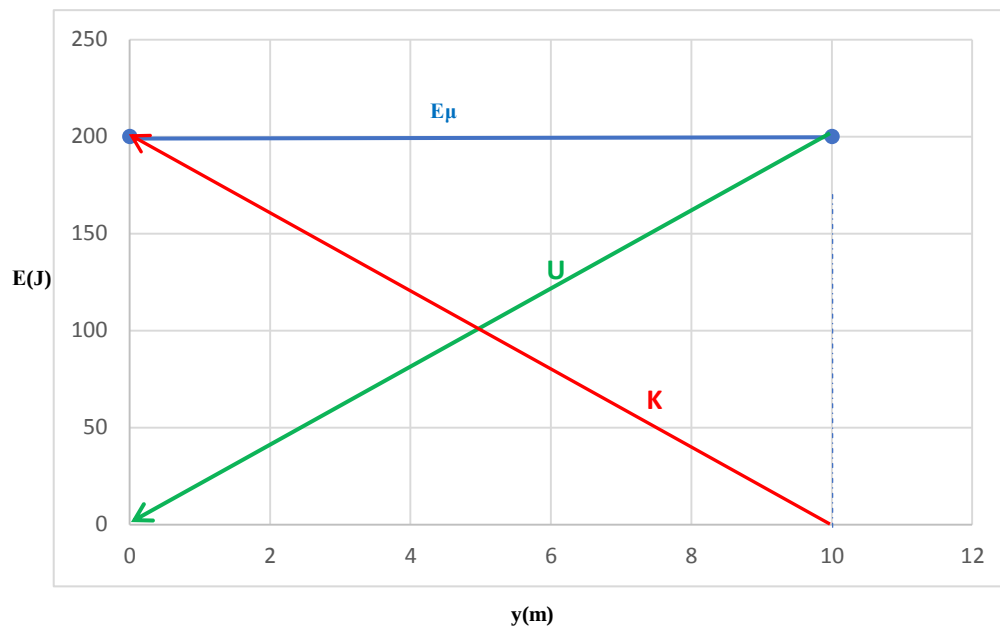
Δ4) Γραφικές παραστάσεις $U = U(y)$, $K = K(y)$, $E = E(y)$

Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $E = m \cdot g \cdot h =$ ή $E=200 \text{ J}$ ή $E=$ σταθερή

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $U = m \cdot g \cdot y$ ή $U = 20 y$

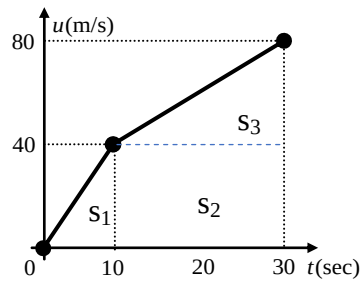
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $K = E - U$ ή $K = 200 - 20 y$ με $0 \leq y \leq 10 \text{ m}$

Το διάγραμμα απεικονίζεται παρακάτω:



Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s – 30 s υπολογίζεται από το εμβαδόν του διαγράμματος:



$$S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = \frac{1}{2} 40 \cdot 10 + \frac{40 + 80}{2} \cdot 20 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = 1400 \, m$$

Δ2) Οι τιμές του πίνακα υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{40 - 0 \, m}{10 - 0 \, s^2} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$F_1 = m \cdot \alpha_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = 20 \cdot 4 \, N \quad \text{ή} \quad F_1 = 80 \, N$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{80 - 40 \, m}{30 - 10 \, s^2} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F_2 = m \cdot \alpha_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = 20 \cdot 2 \, N \quad \text{ή} \quad F_2 = 40 \, N$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	80
10-30	40

Δ3) Το έργο υπολογίζεται:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s},$$

όπου

$$x_{0s-10s} = \frac{1}{2} a_1 \cdot (0 - 10)^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 200 \, m$$

$W_{10s-30s} = F_1 x_{10-30}$, όπου

$$x_{10s-30s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 (30 - 10)^2 \quad \text{ή}$$

$$x_{10s-30s} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot 20^2 \quad (SI)$$

Όπου

$$v_o = 40 \frac{m}{s} \text{ από το διάγραμμα } v - t.$$

$$x_{0s-10s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 \cdot (30 - 10)^2 \text{ (SI)} \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 40 \cdot 20 + \frac{1}{2} 40 \cdot 20^2 \text{ m} \quad \text{ή}$$

$$x_{0s-10s} = 1200 \text{ m}$$

άρα

$$W_{0s-10s} = 80 \cdot 200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{0s-10s} = 16000 \text{ J}$$

$$W_{10s-30s} = 40 \cdot 1200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{10s-30s} = 48000 \text{ J}$$

Δ4) Για το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (Θ.Μ.Κ.Ε.) ισχύει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}}$$

$$K_{\text{τελ}} - 0 = W_{\text{ολ}}$$

όπου από τη Δ2

$$W_{\text{ολ}} = W_{0s-10s} + W_{10s-30s} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = 1600 \text{ J} + 48000 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = 64000 \text{ J}$$

$$\text{και } K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{τελ}}^2$$

όπου

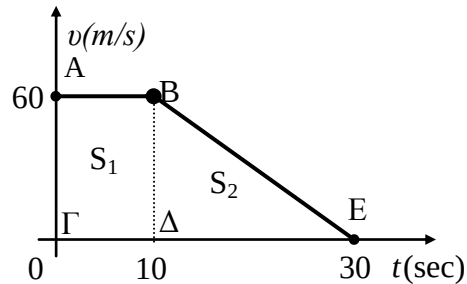
$$v_{\text{τελ}} = 80 \frac{m}{s} \text{ όπως δίνεται από το διάγραμμα } v - t.$$

$$K_{\text{τελ}} = 64000 \text{ J} \text{ άρα ισχύει το Θ.Μ.Κ.Ε.}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τη γραφική παράσταση $v - t$, υπολογίζουμε το εμβαδόν S_1 του τετραγώνου (ΑΒΓΔ) και το εμβαδόν S_2 του τριγώνου (ΒΔΕ):

$$\Delta x_{ολ} = S_1 + S_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 60 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} 20 \cdot 60 \text{ m} \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 1200 \text{ m}$$



Δ2) Για τον υπολογισμό των τιμών του πίνακα:

Για το χρονικό διάστημα 0s - 10 s:

$$\alpha_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \mathbf{F}_1 = \mathbf{0} \text{ N}$$

Για το χρονικό διάστημα 10s - 30 s:

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \mathbf{F}_2 = m \cdot \mathbf{a} \quad \text{ή} \quad \mathbf{F}_2 = -6 \text{ N}$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	0
10-30	-6

Δ3) Για τον υπολογισμό του έργου:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s} \quad \text{ή} \quad W_{0s-10s} = 0 \text{ J}$$

$$W_{10-30} = F_2 \cdot x_{10-30}$$

όπου

$$x_{10s-30s} = \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_{30s-10s}^2 \quad \text{ή} \quad x_{10s-30s} = 600 \text{ m}, \quad W_{10-30} = -3600 \text{ J}$$

άρα

$$W_{ολ} = 0 \text{ J} - 3600 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = -3600 \text{ J}$$

Δ4) Για το Θ.Μ.Κ.Ε. ισχύει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$$

$$0 - K_{αρχ} = -\frac{1}{2} 2 \cdot 60^2 \text{ J} \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - K_{αρχ} = -3600 \text{ J}$$

δηλαδή ίσο με το $W_{ολ}$ όπως υπολογίστηκε στο Δ3.

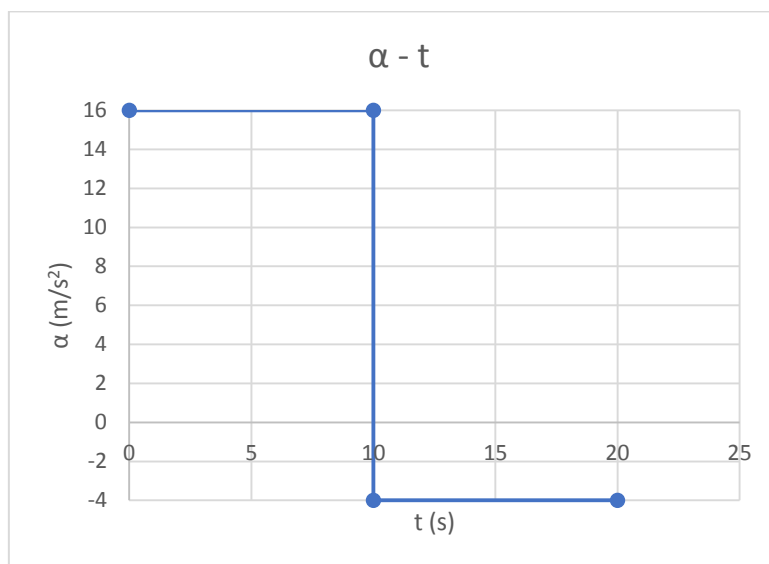
Ενδεικτική ΛύσηΔ1) Σχεδίαση $a - t$ για $0 - 20$ s

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$F - T = m \cdot a \quad \text{όπου } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 8 \text{ N}$$

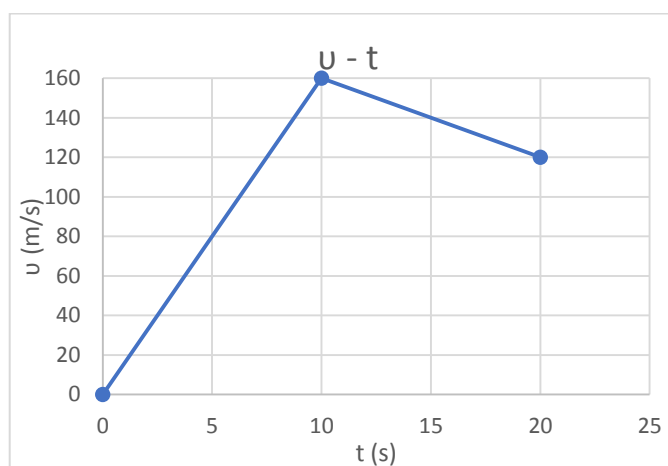
$$\text{Για } \Delta t_1 = 10\text{s} - 0\text{s} \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 10 \text{ s}, \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = \frac{40-8}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ή} \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Για } \Delta t_2 = 20\text{s} - 10\text{s} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 10 \text{ s}, \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = \frac{0-8}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ή} \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Διάγραμμα $v - t$

$$v_{0\text{s}-10\text{s}} = a_{0\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_{0\text{s}-10\text{s}} = 160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{20\text{s}-10\text{s}} = v_{0\text{s}-10\text{s}} - a_{20\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_{20\text{s}-10\text{s}} = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



t= 0s	υ =0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t= 10s	υ =160 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t = 20s	υ =120 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Δ3) Το έργο της δύναμης για διάρκεια $0\text{s} - 10 \text{ s}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

όπου

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_{0\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_{0\text{s}-10\text{s}}^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 800 \text{ m}$$

άρα

$$W_F = 32000 \text{ J}$$

Δ4) Το έργο τριβής $\vec{T}$ για το χρονικό διάστημα 10s – 20 s υπολογίζεται από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε.:

Ισχύει :

$$\Delta K = W_{ολ}$$

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_T$$

όπου $W_F = 0$ διότι στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 20s - 10s$ ή $\Delta t = 10s$ $F = 0N$.

Επομένως:

$$\frac{1}{2} m v_{20s}^2 - \frac{1}{2} m v_{10s}^2 = -11200 J$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από την εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας προκύπτει:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + 0$$

$$\text{άρα } v = \sqrt{2g \cdot h} \quad \text{ή} \quad v = 60 \frac{m}{s}$$

Δ2) Το διάστημα από 0 – 3 δευτερόλεπτα:

$$\Delta y_{0s-3s} = \frac{1}{2} g \cdot 3^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad \Delta y_{0s-3s} = 45 \, m$$

Για το διάστημα από 0 – 2 δευτερόλεπτα

$$\Delta y_{0s-2s} = \frac{1}{2} g \cdot 2^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad \Delta y_{0s-2s} = 20 \, m$$

$$\Delta y = 45m - 20m \quad \text{ή} \quad \Delta y = 25 \, m$$

Δ3) Από την εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε. για ύψος h_1 όπου $K = 6250 \, J$

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{h1} + U_{h1}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = K + m \cdot g \cdot h_1$$

$$h_1 = 55 \, m$$

Επομένως το έργο του βάρους είναι:

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \, J$$

Εναλλακτική λύση:

Από

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m \cdot g^2 \cdot t_1^2,$$

και αφού υπολογισθεί το t_1

και από τη σχέση:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h_1 = 125 \, m$$

υπολογίζουμε το

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \, J$$

Δ4) Η χρονική διάρκεια της ελεύθερης πτώσης

$$h = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \quad \text{όπου } h = 360 \text{ m}$$

$$\Delta t = 6 \text{ s}$$

Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του σώματος από την αρχή μέχρι να φτάσει στο έδαφος, για $\Delta t = 6 \text{ s}$:

Ρυθμός παραγωγής:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = 1500 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 10 \text{ N}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1 \quad (1)$$

Θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος για το χρόνο που ασκείται η δύναμη F .

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = F - T = ma$$

προκύπτει ότι το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνση της F με επιτάχυνση $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$.

Συνεπώς η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = 45 \text{ m}$$

Άρα από την (1) προκύπτει ότι το έργο της F θα είναι

$$W_F = 1350 \text{ J.}$$

Δ3) Όταν παύει να ασκείται η δύναμη F ($t_1 = 3 \text{ s}$, $v_o = a_1 t_1 = 30 \text{ m/s}$) το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση, υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα μας δίνει τη νέα επιτάχυνση $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$, που έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του σώματος.

$$v = v_o - a_2 \Delta t$$

Το σώμα θα κινηθεί για $\Delta t = 6 \text{ s}$ μέχρι να σταματήσει. Συνολικός χρόνος κίνησης 9 s .

Δ4) Η μετατόπιση του σώματος για το διάστημα που το σώμα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση θα είναι:

$$\Delta x_2 = v_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 90 \text{ m.}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 135 \text{ m.}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :

$$\Sigma F = 0.$$

Άρα η δύναμη F είναι ίση κατά μέτρο με την τριβή ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ κιβωτίου και δρόμου.

$$T = \mu m g.$$

$$\text{Οπότε και } F = 2N$$

Δ2) Το κιβώτιο για το χρονικό διάστημα από $t = 0$ s μέχρι $t_1 = 5$ s κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε μετατοπίζεται κατά $\Delta x_1 = 50$ m. Άρα το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1$$

και υπολογίζεται

$$W_F = 100 \text{ J.}$$

Δ3) Όταν παύσει να ασκείται η δύναμη F , το κιβώτιο θα κινηθεί ευθύγραμμα υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης, μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Με βάση το 2^ο νόμο του Νεύτωνα $\Sigma F = ma$, η επιβράδυνση που θα έχει το σώμα τότε θα είναι

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση θα είναι:

$$v = v_0 - at.$$

και τελικά ο χρόνος κίνησης για το διάστημα από t_1 μέχρι να ακινητοποιηθεί υπολογίζεται σε 5s.

Άρα κάνει δύο κινήσεις:

1^η ΚΙΝΗΣΗ: αρχικά Ε.Ο.Κ. για 5s (όπου μετατοπίζεται κατά 50 m) και

2^η ΚΙΝΗΣΗ: στη συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση για άλλα 5s.

Η μετατόπιση σε αυτό το χρόνο προκύπτει:

$$\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 = 25 \text{ m.}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση για όσο κινείται το κιβώτιο είναι: 75 m.

Δ4) Το έργο της τριβής

$$W_T = -T \Delta x_2$$

για αυτά τα 25 μέτρα μέχρι να σταματήσει να κινείται θα είναι: $W_T = -50\text{J}$.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_A = 0.$$

Το δεύτερο κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι

$$\Sigma F_B = ma_B \quad \text{ή} \quad \Sigma F_B = 20 \text{ N}$$

με φορά της ΣF_B αντίθετη της αρχικής ταχύτητας v_0 .

Δ2) Συνθήκη συνάντησης : $x_A = x_B$ (1)

$$x_A = v_A t \quad (2) \quad \text{και}$$

$$x_B = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha_B t^2 \quad (3)$$

Από την (1), (2) και (3) λαμβάνουμε

$$v_A t = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha_B t^2$$

και επιλύοντας την εξίσωση ως προς t τελικά λαμβάνουμε:

$$t = 20 \text{ s}.$$

Δ3) Η φορά κίνησης του κιβωτίου Α διατηρείται σταθερή.

Η φορά κίνησης του κιβωτίου Β αντιστρέφεται την χρονική στιγμή t_{stop} που η ταχύτητα του μηδενίζεται. Από την εξίσωση ταχύτητας για το Β:

$$v_B = v_0 - \alpha t$$

προκύπτει ότι

$$t_{stop} = 15 \text{ s}.$$

Συνεπώς τα μέτρα των ταχυτήτων του Α και του Β γίνονται ίσα δυο χρονικές στιγμές όταν:

A) $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ έχουν ίδια φορά δηλ. $v_A = v_B \Rightarrow v_A = v_0 - \alpha_B t_1$ ή $t_1 = 10 \text{ s}$

B) $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ έχουν αντίθετη φορά δηλ. $-v_A = v_B \Rightarrow -v_A = v_0 - \alpha t_2$ ή $t_2 = 20 \text{ s}$

Δ4) Η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι σταθερή οπότε και η κινητική του ενέργεια είναι σταθερή, άρα

$$\Delta K_A = 0 \text{ J}$$

Για το κιβώτιο Β έχουμε

$$\Delta K_B = K_{τελικη} - K_{αρχικη} \quad \text{ή} \quad \Delta K_B = \frac{1}{2} m_B v_A^2 - \frac{1}{2} m_B v_0^2$$

και τελικά

$$\Delta K_B = -4000 \text{ J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 2$ s:

η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έχει τιμή 4 m/s και στη συνέχεια αυξάνει, καθώς εκτελεί μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονικό διάστημα $2 \rightarrow 6$ s :

η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Και το χρονικό διάστημα $6 \rightarrow 8$ s:

το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Κατά τη διάρκεια των πρώτων 2 s της κίνησης η επιτάχυνση είναι σταθερή και η ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + a t \quad (1)$$

Με βάση το διάγραμμα και τη σχέση (1) προκύπτει ότι $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα: $\Sigma F = 20 \text{ N}$.

Δ3) Μετά το 6^ο s το σώμα κινείται με ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση οπότε η επιβράδυνση του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_6 - a' \Delta t$$

Για το χρονικό διάστημα $6 \rightarrow 8$ s προκύπτει ότι:

$$a' = 4 \text{ m/s}^2$$

και είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα.

Άρα η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 6,5 \text{ s}$ θα είναι 6 m/s

$$\text{Άρα η } K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = 180 \text{ J}$$

Δ4) Η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε.

Το χρονικό διάστημα (σύμφωνα με το διάγραμμα) είναι 8 s.

Και η συνολική μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδό που περικλείει η γραφική παράσταση της μεταβαλλόμενης κίνησης.

Το εμβαδό αυτό μπορεί να υπολογιστεί για τρία επιμέρους σχήματα στα χρονικά διαστήματα $0 \rightarrow 2$ s, $2 \rightarrow 6$ s και $6 \rightarrow 8$ s.

$$\text{Άρα } v_{\mu} = \frac{(\text{Εμβαδό τραπεζίου}) + (\text{Εμβαδό παραλληλογράμου}) + (\text{Εμβαδό Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

$$v_{\mu} = 6,5 \text{ m/s}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 0,4 \text{ N}$$

Δ2) Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι

$$a = 2 \text{ m / s}^2$$

με φορά αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

Συνεπώς ο χρόνος μέχρι να σταματήσει θα υπολογιστεί από την πιο κάτω σχέση, αφού πρώτα μετατρέψουμε την ταχύτητα σε m / s:

$$v = v_o - a t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

Δ3) Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x = v_o t - \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 100 \text{ m}$$

Δ4) Το έργο της τριβής για αυτά τα 100 μέτρα μέχρι να σταματήσει να κινείται θα είναι:

$$W_T = -T \Delta x \quad \text{ή} \quad W_T = -40 \text{ J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) α) χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$,

Σταθερή δύναμη άρα και σταθερή επιτάχυνση, οπότε έχουμε μια ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Επιτάχυνση με θετική τιμή, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

β) χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$,

Μηδενική δύναμη, άρα μηδενική επιτάχυνση, άρα σταθερή ταχύτητα.

Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

γ) χρονικό διάστημα $10 \rightarrow 15 \text{ s}$,

Παρόμοια με το (α) αλλά με αρνητική επιτάχυνση, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Με βάση το 2^ο νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = ma$$

η επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ είναι

$$a_1 = 10 \text{ m/s}^2.$$

Άρα η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ θα είναι

$$v = a_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 50 \text{ m/s}$$

Δ3) Το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 10 \text{ s}$ το σώμα κάνει δύο κινήσεις, άρα το συνολικό διάστημα που θα διανύσει θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια των δύο κινήσεων.

$$x = \frac{1}{2} a t_1^2 + v t_2 \quad \text{ή} \quad x = 375 \text{ m}$$

Δ4) Το έργο της συνισταμένης δύναμης θα είναι θετικό για χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$,

μηδενικό για το χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ και αρνητικό για το χρονικό διάστημα $10 \rightarrow 15 \text{ s}$.

Τα επιμέρους έργα θα υπολογιστούν από τη σχέση

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \Delta x$$

για κάθε μετατόπιση.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 125 \text{ m}$$

$$\Delta x_3 = v \Delta t_3 - \frac{1}{2} a' \Delta t_3^2 \quad \text{με} \quad a' = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Οπότε:} \quad \boxed{\Delta x_3 = 187,5 \text{ m}}$$

$$W_{o\lambda} = W_1 + W_3 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{o\lambda} = 312,5 \text{ J}}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Αρχικά η πέτρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια

$$E_{MHX} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g H \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 15 J$$

Δ2) Η πέτρα έχει στο σημείο Α αρχικό ύψος 10 m και θα συνεχίσει να ανεβαίνει κατά h μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του.

Ο χρόνος κίνησης και το ύψος h θα υπολογιστούν από τις σχέσεις (1) και (2) :

$$v = v_A - g t \quad (1) \quad \text{με } v=0$$

$$h = v_A t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Το ανώτερο ύψος που φτάνει η πέτρα θα ισούται με το άθροισμα

$$H + h = 15 \text{ m.}$$

Στο ανώτερο σημείο θα έχει δυναμική ενέργεια 15 J.

Δ3) Η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος¹, μέχρι να πέσει στη θάλασσα.

Όταν λοιπόν η κινητική και η δυναμική ενέργεια της πέτρας είναι ίσες και το άθροισμά τους ισούται με τη μηχανική ενέργεια, προκύπτει ότι κάθε μια ενέργεια θα έχει τιμή δηλαδή

$$K=U \quad \text{και} \quad E_{MHX} = K + U \quad \text{συνεπώς} \quad K = U = \frac{E_{MHX}}{2} \quad \text{ή} \quad K = U = \frac{15}{2} J \quad \text{ή} \quad K = U = 7,5 J \quad (3)$$

Συνεπώς από τον τύπο της δυναμικής ενέργειας: $U = m g h$ και τη σχέση (3) προκύπτει το ύψος $h' = 7,5 \text{ m}$ από την επιφάνεια της θάλασσας, όπου οι δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική.

Δ4) Ο χρόνος ανόδου, από (1) υπολογίστηκε σε 1 s.

Ο χρόνος καθόδου (ελεύθερη πτώση) για ύψος 15 m υπολογίζεται σε $\sqrt{3}$ s από την πιο κάτω σχέση:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2$$

Συνεπώς η πέτρα κινήθηκε συνολικά για $(1 + \sqrt{3})$ s.

¹ (η πέτρα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους)

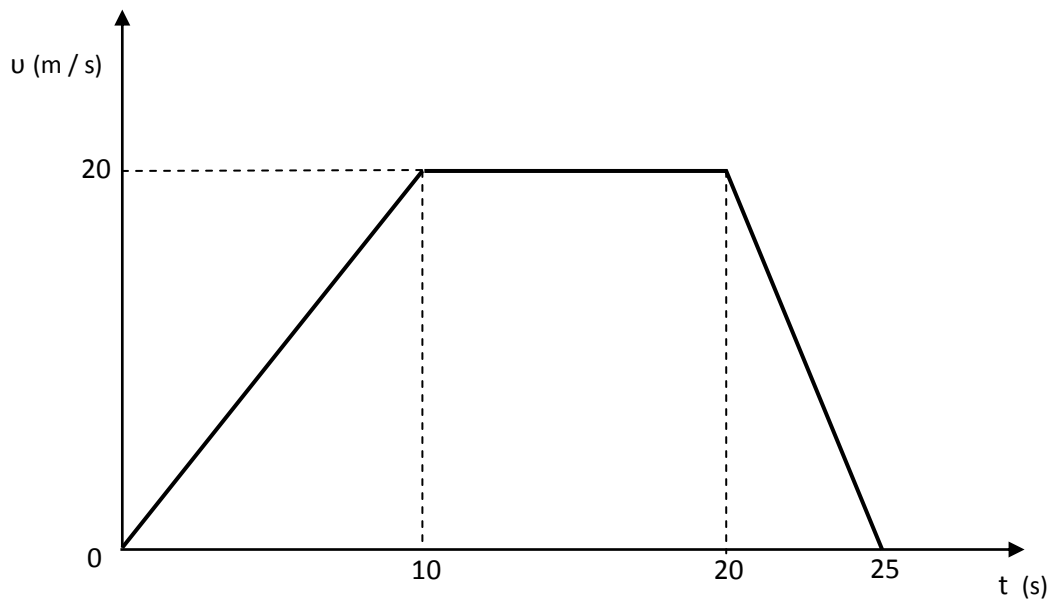
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα Δt_1 το αυτοκίνητο μετατοπίζεται κατά:

$$S_1 = \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 \quad \text{ή} \quad S_1 = 100 \, m$$

Δ2) Το χρονικό διάστημα Δt_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = a \Delta t_1$ ή $v = 20 \, m/s$ και το χρονικό διάστημα Δt_3 θα κινηθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Οπότε η γραφική παράσταση της ταχύτητας ως προς το χρόνο κίνησης θα είναι ως εξής:



Δ3) Το χρονικό διάστημα Δt_2 μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 200 \, m$$

Και το χρονικό διάστημα Δt_3 θα κινηθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί με επιβράδυνση

$$a' = \frac{v}{\Delta t_3} \quad \text{ή} \quad a' = 4 \, \frac{m}{s^2}$$

και μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_3 = v \Delta t_3 - \frac{1}{2} a' \Delta t_3^2$ ή $\Delta x_3 = 50 \, m$

Άρα

$$v_\mu = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \quad \text{ή} \quad v_\mu = 14 \, \frac{m}{s}$$

Δ4) Με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας - Έργου από την αρχή της κίνησης του αυτοκινήτου μέχρι το τέλος της, προκύπτει ότι το συνολικό έργο της συνισταμένης δύναμης για όλη τη διάρκεια της κίνησης του είναι μηδενικό.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα κάνει ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε υπολογίζουμε την μετατόπιση από τη σχέση:

$$\Delta x = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 75 \text{ m}$$

Δ2) Αν ασκούσαν μόνο η δύναμη $F = 20 \text{ N}$ στο σώμα τότε σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα θα είχε επιτάχυνση 5 m/s^2 .

Η επιτάχυνση όμως του σώματος είναι μικρότερη, άρα θα ασκείται και η δύναμη της τριβής η οποία πάλι από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζεται σε 4 N .

Δ3) Η χρονική στιγμή όπου το σώμα έχει διανύσει πλέον 25 m υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Delta x_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

Ο χρόνος υπολογίζεται σε $2,5 \text{ s}$

Εκείνη τη χρονική στιγμή έχει ταχύτητα:

$$v = v_o + a t_2 \quad \text{ή} \quad v = 15 \text{ m/s}$$

Δ4) Μετά τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα κάνει ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (υπό την επίδραση της τριβής), με επιτάχυνση 1 m/s^2 αντίθετη στη φορά της κίνησης. Με βάση τους τύπους της επιβραδυνόμενης κίνησης

$$0 = v - a' t_3$$

$$\Delta x' = v t_3 - \frac{1}{2} a' t_3^2$$

βρίσκουμε τη μετατόπιση

$$\Delta x' = 112,5 \text{ m}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2} m [(2v)^2 - v^2] \quad \text{ή} \quad \Delta K = 150000 \text{ J}$$

Δ2) Το αυτοκίνητο κάνει ευθύγραμμο ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για 10 s, οπότε:

$$2v = v + a t_1 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

Και από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η συνισταμένη δύναμη ισούται με 1000 N

Δ3) Το αυτοκίνητο για το χρονικό διάστημα των 10 s μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta x = v t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 150 \text{ m}$$

Συνεπώς η μέση ταχύτητα προκύπτει από το πηλίκο: μήκος διαδρομής προς το χρονικό διάστημα και ισούται με: 15 m/s

Δ4) Διπλασιάζεται πάλι η ταχύτητα, τώρα όμως σε μετατόπιση

$$\Delta x' = \frac{150}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x' = 75 \text{ m.}$$

Μέσω του Θεωρήματος Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου υπολογίζεται το έργο και η τιμή της νέας συνισταμένης δύναμης που θα ασκηθεί στο αυτοκίνητο.

$$\Delta K = \Sigma F' \cdot \Delta x' \Rightarrow \Sigma F' = 2000 \text{ N}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα ολισθαίνει προς τα δεξιά ενώ ασκείται πάνω του η δύναμη της τριβής με φορά προς τα αριστερά.

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι:

$$\mu m g = m a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2},$$

με φορά αντίθετη προς την ταχύτητα του σώματος.

Δ2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με την επιβράδυνση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα. Μετά από χρόνο t_1 η ταχύτητα θα είναι:

$$v = v_0 - a t_1 \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s}$$

Δ3) Με βάση τον προηγούμενο τύπο θέτοντας $v=0$ μπορούμε να υπολογίσουμε ότι το σώμα θα ακινητοποιηθεί μετά από 4 s από τη χρονική στιγμή t_0 .

Ενώ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$ είναι 5 m/s .

Συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3^{ου} και 4^{ου} s.

Ένας από τους τρόπους που μπορούμε να υπολογίσουμε αυτή τη μετατόπιση είναι το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για το πιο πάνω χρονικό διάστημα.

$$\Delta K = K_4 - K_3 \quad \text{ή} \quad \Delta K = -T \Delta x_{3-4} \Rightarrow \Delta x_{3-4} = 2,5 \text{ m}$$

Δ4) Πάλι με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου, συνολικά για όλη την κίνηση, προκύπτει:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = W_T \quad \text{ή} \quad W_T = -400 \text{ J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα ξεκινά να κινείται, ενώ στον οριζόντιο άξονα του ασκούνται δύο δυνάμεις:
η δύναμη F και η τριβή.

Η συνισταμένη δύναμη

$$\Sigma F = F - T \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 30 \text{ N}.$$

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση

$$a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Μετά από χρόνο 2 s η ταχύτητα του σώματος θα είναι:

$$v = a \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια εκείνη τη χρονική στιγμή θα είναι

$$K = 360 \text{ J}$$

Δ3) Η μετατόπιση του σώματος για το χρονικό διάστημα των 2 s ισούται με:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 12 \text{ m}.$$

Και από τον ορισμό του έργου:

$$W_F = F \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad W_F = 600 \text{ J}$$

Δ4) Η ισχύς που προσφέρθηκε στο σώμα υπολογίζεται ως το πηλίκο του έργου που προσφέρεται προς το χρονικό διάστημα που προσφέρεται:

$$P = \frac{W_F}{t} \quad \text{ή} \quad P = 300 \text{ W}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στη θέση $x = 4 \text{ m}$ στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις.

Η δύναμη $F=4\text{N}$

και η τριβή ολίσθησης το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τη σχέση

$$T=\mu\cdot m\cdot g \quad \text{ή} \quad T=2\text{N}.$$

Άρα από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

Δ2) Το έργο της μεταβαλλόμενης δύναμης F θα είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό του τραπεζίου που σχηματίζεται από τη γραφική παράσταση της δύναμης F ως προς τη θέση x .

Ισούται λοιπόν με 28 J

Δ3) Το έργο της τριβής για τη μετατόπιση του σώματος κατά 4 m μετατρέπεται σε θερμότητα και ισούται με

$$W_T = T \cdot x \quad \text{ή} \quad W_T = 8 \text{ J}$$

Δ4) Με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας - Έργου για το διάστημα της μετατόπισης των 4 m προκύπτει ότι

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F - W_T$$

Δεδομένου ότι το σώμα ξεκινάει να κινείται με μηδενική αρχική ταχύτητα (άρα και μηδενική κινητική ενέργεια) προκύπτει ότι η κινητική ενέργεια του σώματος στα 4 m ισούται με 20 J

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για την ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύει:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{5} = -4\text{m/s}^2, \text{ άρα το μέτρο της επιβράδυνσης είναι } 4\text{m/s}^2.$$

Δ2) Από την εξίσωση του διαστήματος στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια παρατήρησης Δt_1 αυτής της κίνησης από το μαθητή:

$$S_1 = v \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 5\text{s},$$

Οπότε το σώμα ξεκινά να επιβραδύνεται την χρονική στιγμή t_1 με:

$$\Delta t_1 = (t_1 - 0) = t_1 = 5\text{s}$$

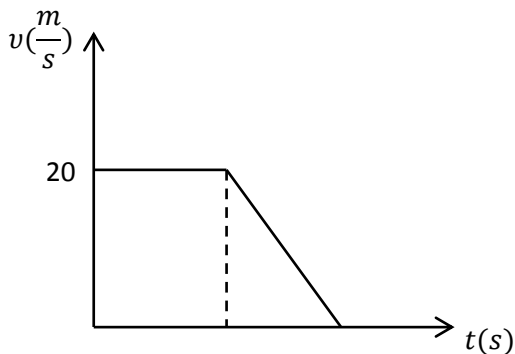
και σταματά την χρονική στιγμή t_2 με:

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \text{ ή } t_2 = 10\text{s}.$$

Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει:

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{για} \quad 0 \leq t \leq 5\text{s} \quad \text{και} \quad v = 10 - 4t \quad \text{για} \quad 5\text{s} < t \leq 10\text{s},$$

Από τα οποία προκύπτει η ζητούμενη γραφική παράσταση:



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό:

$$S_{o\lambda} = \frac{(5+10) \cdot 20}{2} = 150\text{m}$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος: $v_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} = 15\text{m/s}.$

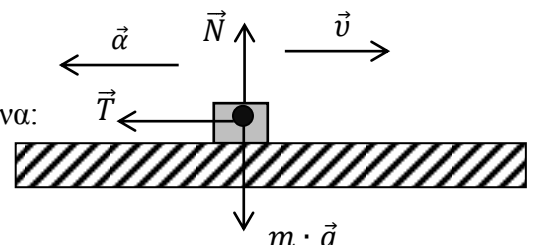
Δ4) Εφαρμόζουμε τον 1^ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } N = mg = 100\text{N}$$

Και τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad T = 40\text{N}.$$

$$\text{Άρα} \quad T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad \mu = 0,4.$$



Ενδεικτική Λύση**Δ1)**

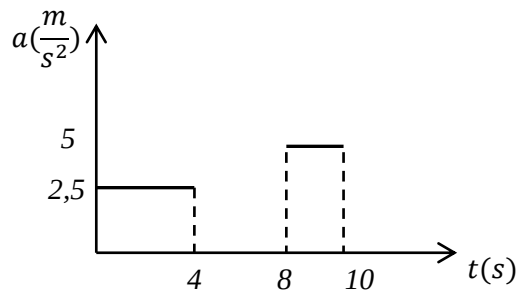
$$0 \text{ s} - 4 \text{ s:} \quad \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{4-0} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$8 \text{ s} - 10 \text{ s:} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-10}{10-8} = 5 \text{ m/s}^2$$

Δ2)

$$\text{Ισχύει } 4 \text{ s} - 8 \text{ s:} \quad \alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-10}{8-4} = 0$$

Και με την βοήθεια των υπολογισμών που έγιναν στο ερώτημα Δ1 κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $a = f(t)$:



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διανύει το κινητό:

$$0 \text{ s} - 4 \text{ s:} \quad S_1 = \frac{4 \cdot 10}{2} = 20 \text{ m}$$

$$4 \text{ s} - 8 \text{ s:} \quad S_2 = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m}$$

$$8 \text{ s} - 10 \text{ s:} \quad S_3 = \frac{(20+10) \cdot 2}{2} = 30 \text{ m}$$

$$\text{Και η μέση ταχύτητα του σώματος: } v_\mu = \frac{S_{\text{ολ}}}{t_{\text{ολ}}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_{\text{ολ}}} = \frac{90}{10} = 9 \text{ m/s}$$

Δ4) Για $0 \leq t \leq 4 \text{ s}$ ισχύει $v = a \cdot t = 2,5 \cdot t$.

Άρα την χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ η τιμή της ταχύτητας του σώματος είναι

$$v_1 = 5 \text{ m/s}$$

και η κινητική του ενέργεια :

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = 12,5 m, \text{ όπου } m \text{ η μάζα του σώματος.}$$

$$\text{Για } 8 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s} \text{ ισχύει } v = v_0 + a \cdot \Delta t = 10 + 5 \cdot (t - 8).$$

Άρα την χρονική στιγμή $t_2 = 9 \text{ s}$ η τιμή της ταχύτητας του σώματος είναι

$$v_2 = 15 \text{ m/s} \text{ και η κινητική του ενέργεια :}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = 112,5 m..$$

$$\text{Άρα ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι ίσος με: } \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{9}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{4-0} = 0,5 \text{ m/s}^2$ και κατεύθυνση ίδια με αυτήν της ταχύτητας του κιβωτίου.

Δ2) $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$: Εφαρμόζουμε τον 1^ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα:

$$\sum F_{\psi} = 0 \quad \text{ή} \quad N = mg = 200 \text{ N}$$

Και τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad T = 40 \text{ N}.$$

$$\text{Άρα } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad \mu = 0,2.$$

Δ3) Από $0 \rightarrow t_1$, το κιβώτιο με τα βιβλία εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και με χρήση της αντίστοιχης εξίσωσης υπολογίζεται η μετατόπιση του:

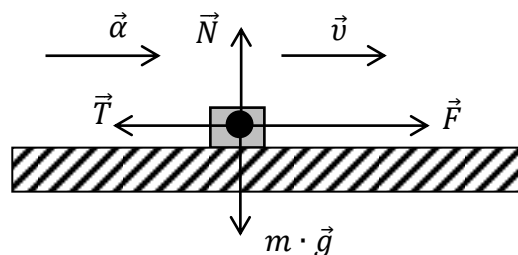
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 4 \text{ m}$$

Και το έργο της $\vec{F}$ για αυτήν την μετατόπιση:

$$W_F = F \Delta x_1 \sin 0^\circ = 200 \text{ J}$$

Δ4) Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής ενέργειας-Εργου (ΘΜΚΕ) από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και για την συνολική μετατόπιση του κιβωτίου $\Delta \vec{x}_{o\lambda}$:

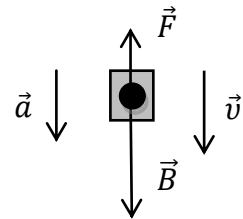
$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_T \quad \text{ή} \quad 0 - 0 = 200 - T \cdot \Delta x_{o\lambda} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_{o\lambda} = 5 \text{ m}}$$



Ενδεικτική Λύση

$$\Delta 1) \Delta K = K_B - K_A \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta K = 300J} \quad (1)$$

$\Delta 2)$ Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) από το σημείο Α στο σημείο Β:



$$K_B - K_A = W_F + W_B$$

$$\text{Από τη σχέση (1)} \quad 300 = W_F + m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_F = -300J} \quad (2).$$

$\Delta 3)$ Από την σχέση υπολογισμού του έργου σταθερής δύναμης έχουμε:

$$W_F = F \cdot \Delta y_{AB} \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή από τη σχέση (2)} \quad -300 = -30 \cdot F \quad \text{ή} \quad \boxed{F = 10N}$$

$\Delta 4)$ Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$B - F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad a = 5 \frac{m}{s^2}$$

Και από τον ορισμό της, υπολογίζουμε την χρονική διάρκεια της μετάβασης του δέματος μεταξύ των σημείων (Α) και (Β):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{20 - 10}{5} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta t = 2s}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) $0 \rightarrow 5$ s: Ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα.

5 s $\rightarrow 15$ s: Ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Έστω $\vec{a}_1$ η επιτάχυνση του κιβωτίου και S_1 το διάστημα που διανύει το κιβώτιο στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 5$ s. Από το δεύτερο νόμο του Newton υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης:

$$\sum F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$$

Από την εξίσωση της επιτάχυνσης υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας v_1 τη χρονική στιγμή 5s:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{v_1 - 10}{5} \quad \text{ή} \quad v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση του κινητού:

$$0 \text{ s} - 5 \text{ s}: \quad \Delta x_1 = \frac{(10+20) \cdot 5}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 75m.$$

Παρατήρηση: Το διάστημα και η μετατόπιση έχουν την ίδια τιμή καθώς η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι θετική και κατά την κίνηση το κιβώτιο δεν αλλάζει φορά.

Δ3) Έστω S_2 το διάστημα που διανύει το κιβώτιο στη χρονική διάρκεια $5s \rightarrow 15$ s. Σύμφωνα με το ερώτημα Δ2:

$$S_2 = \frac{10 \cdot 20}{2} \quad \text{ή} \quad S_2 = 100m$$

$$\text{Και η μέση ταχύτητα του σώματος: } v_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad v_\mu = \frac{175}{15} \quad \text{ή} \quad \boxed{v_\mu = \frac{35}{3} \frac{m}{s}}.$$

Δ4) $5s \rightarrow 15$ s: Από την εξίσωση της επιτάχυνσης υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της (a_2) και από το 2^ο νόμο του Newton τη συνισταμένη δύναμη:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{0 - 20}{15 - 5} \quad \text{ή} \quad a_2 = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$\sum F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad \sum F = -40N$$

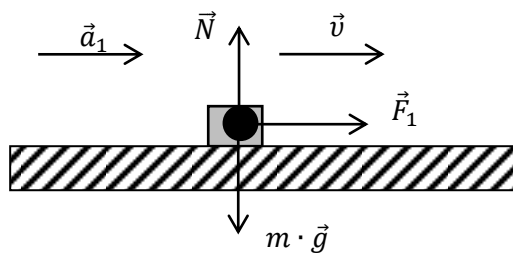
Το αρνητικό πρόσημο στις αλγεβρικές τιμές της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης δηλώνει ότι τα αντίστοιχα διανύσματα είναι ομόρροπα μεταξύ τους και αντίρροπα με αυτό της ταχύτητας (θετική αλγεβρική τιμή).

Και τέλος για το $W_{\Sigma F}$ ισχύει:

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{\Sigma F} = -4000J}$$

Εναλλακτικά, εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου για την μετατόπιση του κινητού κατά την επιβραδυνόμενη κίνησή του:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{\Sigma F} = -4000J}.$$

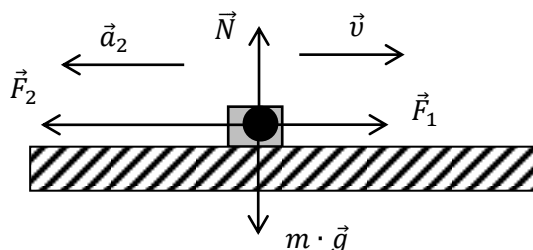
Ενδεικτική Λύση**Δ1)**

0 → 5 s: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a_1 . Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

Με τη βοήθεια της εξίσωσης της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$v_1 = \alpha_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_1 = 20 \frac{m}{s}}$$

Δ2)

5 s → 9 s: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου a_2 και αρχική ταχύτητα $\vec{v}_1$:

Με τη βοήθεια της εξίσωσης της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{a}_2$:

$$v = v_0 - a \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = 20 - 4 \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = 5 \frac{m}{s^2}$$

Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

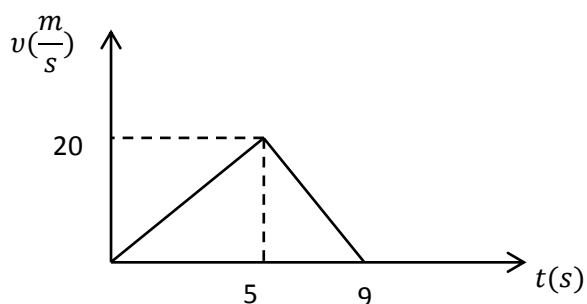
$$\Sigma F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad F_2 - F_1 = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{F_2 = 45N}$$

Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό:

$$S_{ολ} = \frac{9 \cdot 20}{2} \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = 90m$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad \boxed{v_{\mu} = 10 \frac{m}{s}}$$

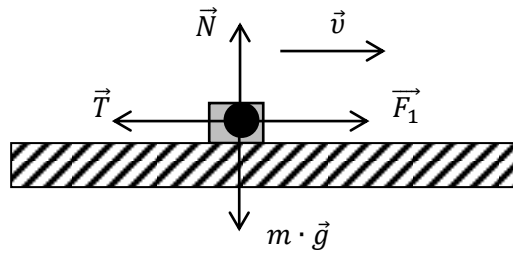


Δ4) Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε την μετατόπιση του κύβου στη χρονική διάρκεια $5\text{ s} \rightarrow 9\text{ s}$ ($\Delta t = 4\text{ s}$):

$$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 40m$$

Και στη συνέχεια το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$:

$$W_F = F_2 \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή} \quad \boxed{W_F = -1800J}.$$

Ενδεικτική λύση**Δ1)**

Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο θα ξεκινήσει οριακά να κινείται, θα ισορροπεί και στους δύο άξονες:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad \text{ή} \quad N = 5000N$$

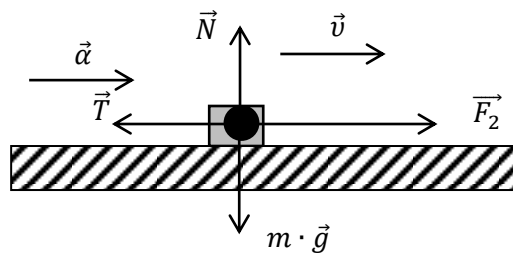
$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad \text{ή} \quad F_1 = T$$

Και από το νόμο της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = 1000N$$

$$\text{Άρα, } F_1 = T = 1000N.$$

Δ2) Έστω $\vec{F}_2$, η δύναμη που έχει μέτρο 1500N.



Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a . Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad F_2 - T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 1 \frac{m}{s^2}}$$

Δ3) Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε την χρονική διάρκεια Δt της κίνησης:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t^2 = \frac{2 \cdot \Delta x}{a} \quad \text{ή} \quad \Delta t^2 = 64 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 8s$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το ζητούμενο:

$$v = a \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad \boxed{v = 8 \frac{m}{s}}$$

.

Δ4) Με τη βοήθεια του έργου της δύναμης υπολογίζουμε τη μετατόπιση του κιβωτίου:

$$W_F = F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \quad \text{ή} \quad \Delta x = 2m$$

Και στη συνέχεια υπολογίζουμε το έργο της τριβής:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ \quad \text{ή} \quad W_T = -T \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{W_T = -2000J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad F - B = ma \quad \text{ή} \quad 80 - 40 = 4\alpha$$

$$\text{και τελικά } \alpha = 10 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 - 0 = F \cdot h - B \cdot h \quad \text{και τελικά } v = 10 \frac{m}{s}.$$

Δ3) Ισχύει $F = 2B$.

Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = F \cdot h - B \cdot h \quad \text{ή} \quad K_{\text{τελ}} = 2B \cdot h - B \cdot h \quad \text{και τελικά } \boxed{K_{\text{τελ}} = U}.$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή που καταργείται η δύναμη F το σώμα έχει ταχύτητα $v = 10 \frac{m}{s}$ με φορά προς τα πάνω. Στη συνέχεια το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση g

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad m \cdot g = m \cdot a.$$

Από τις εξισώσεις κίνησης το κιβώτιο θα φτάσει σε ύψος

$$h' = \frac{v^2}{2g} \quad \text{ή} \quad h' = 5 \text{ m}.$$

Τελικά, το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο φθάνει το κιβώτιο είναι

$$H = h' + h \quad \text{ή} \quad \boxed{H = 10 \text{ m}}$$

Ενδεικτική Λύση

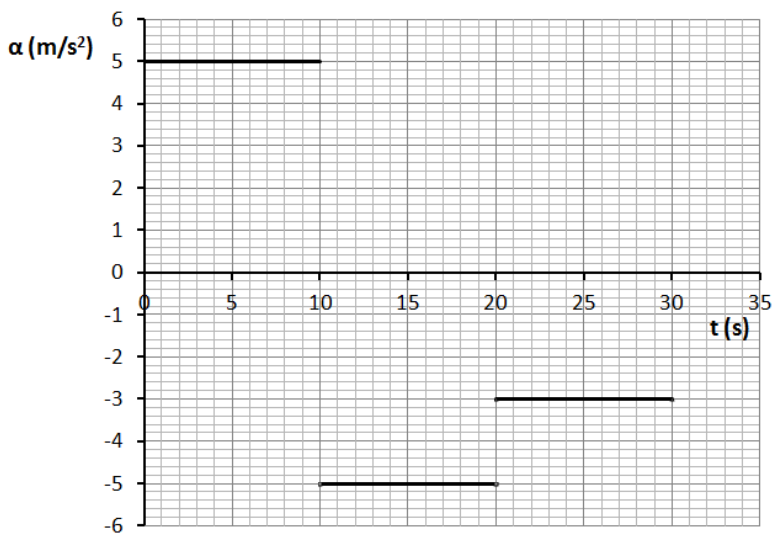
Δ1) Γενικά η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση, οπότε:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$ ή $\alpha_1 = \frac{+50\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_1 = +5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ ή $\alpha_2 = \frac{-50\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_2 = -5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3}$ ή $\alpha_3 = \frac{-30\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_3 = -3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Δ2)



Δ3) Οι μετατοπίσεις του σώματος είναι:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\Delta x_1 = \frac{50 \cdot 10}{2} = +250\text{ m}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\Delta x_2 = \frac{50 \cdot 10}{2} = +250\text{ m}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\Delta x_3 = \frac{-30 \cdot 10}{2} = -150\text{ m}$

Το ολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 650\text{ m}$,

και η μέση ταχύτητα του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{\text{ολικο}}} \text{ ή } v = \frac{650\text{ m}}{30\text{ s}} \text{ και τελικά } \boxed{v = \frac{65}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Δ4) Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 2 \cdot (-5) \cdot (+250) = -2500\text{ J}$.

Χρονικό διάστημα $20\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$: $W_{\Sigma F_3} = \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 = m \cdot \alpha_3 \cdot \Delta x_3 = 2 \cdot (-3) \cdot (-150) = +900\text{ J}$.

Και το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από $10\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$ είναι:

$$W = W_{\Sigma F_2} + W_{\Sigma F_3} \text{ ή } \boxed{W = -1600\text{ J}}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι :

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 4 \frac{m}{s^2}}$$

Δ2) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

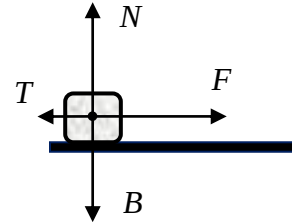
Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $\boxed{\mu = 0,2}$



Δ3) Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_1 = +50 \text{ m}}$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \quad \text{ή} \quad W_F = 3000 \text{ J}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη τελική θέση έχουμε:

$$K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} = W_F - W_T \quad \text{ή} \quad 0 - 0 = W_F - T \cdot \Delta x_{\text{ολικο}} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_{\text{ολικο}} = 150 \text{ m}}$$

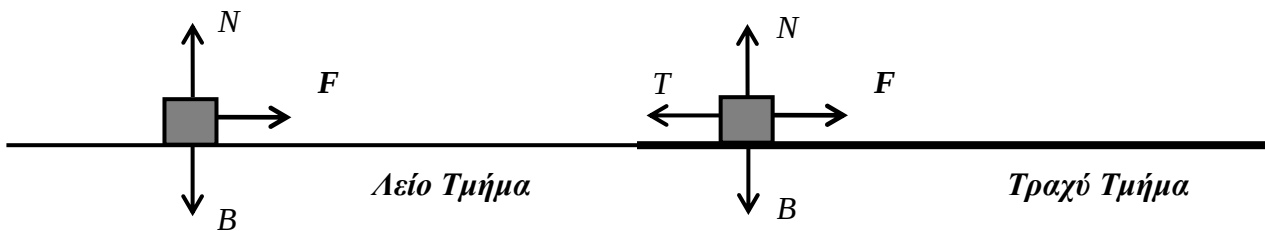
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο λείο τμήμα, από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{και τελικά} \quad a = 2 \frac{m}{s^2}$$

Το διάστημα είναι ίσο με τη μετατόπιση του κιβωτίου:

$$S = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad S = 25 \text{ m}$$



Δ2) Στο τραχύ τμήμα, από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = 0 \quad (1)$$

$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

Αλλά

$$T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά

$$\mu = 0,2$$

Δ3) Το κιβώτιο στο τραχύ τμήμα της διαδρομής του κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η ταχύτητα αυτή είναι ίση με την ταχύτητα στο τέλος της διαδρομής του στο λείο τμήμα, δηλαδή

$$v = a\Delta t \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}$$

Κατά τη διάρκεια του 7^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης, το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά

$$\Delta x = v\Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta x = 10 \text{ m} \quad (4)$$

και το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

$$W_F = F\Delta x \quad \text{ή} \quad W_F = 40 \text{ J}$$

Δ4) Η θερμότητα που μεταφέρεται είναι αριθμητικά ίση με το έργο της τριβής.

$$Q = |W_T|.$$

Επειδή $v = \text{σταθ}$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (1) έχουμε τελικά

$$Q = W_F = 40 \text{ J}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα στην διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, επομένως

$$v_1 = a \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = a \cdot t_1$$

και τελικά

$$\boxed{a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad \boxed{\Sigma F = 10 \text{ N}}$$

Δ2) Έχουμε $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ και $F_1 = \frac{3}{4} F_2$

Επιλύοντας το σύστημα έχουμε τελικά:

$$F_1 = 6 \text{ N} \quad \text{και} \quad F_2 = 8 \text{ N}$$

Δ3) Έχουμε $\Delta x_2 = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t_2)^2$ και τελικά $\boxed{\Delta t_2 = 2 \text{ s}}$

Άρα

$$v_2 = a \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και}$$

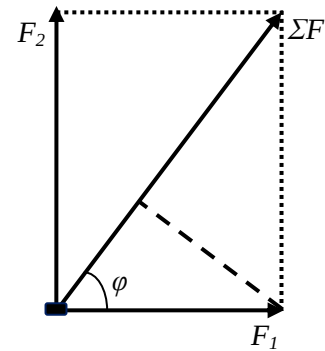
$$K = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{K = 40 \text{ J}}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 16 \text{ m}$$

Το έργο της δύναμης F_1 είναι:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \cos \varphi \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = 6 \cdot 16 \cdot 0,6 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{F_1} = 57,6 \text{ J}}$$



Ενδεικτική Λύση

Δ1) Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με μηδενική αρχική ταχύτητα.

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

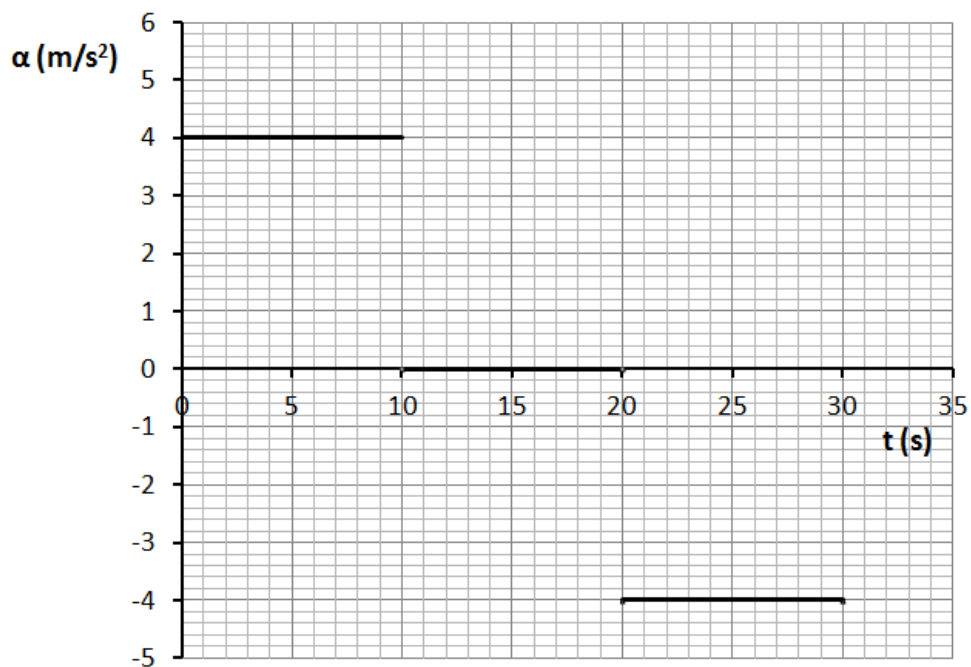
.

Δ2) Γενικά η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση, οπότε:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$ ή $\alpha_1 = \frac{+40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\alpha_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ ή $\alpha_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

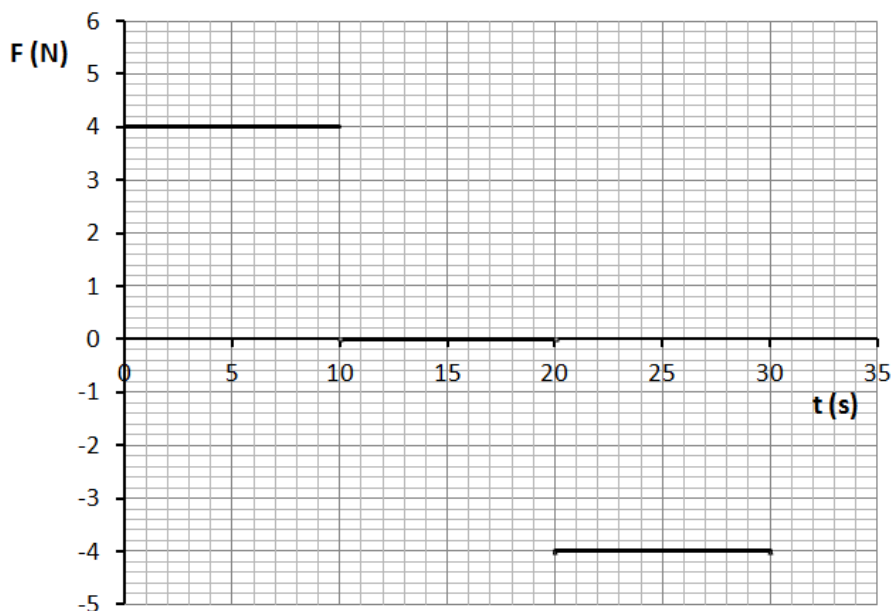
Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3}$ ή $\alpha_3 = \frac{-40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\alpha_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



Δ3) Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $F-T = m\alpha_1$ ή $F_1 = 5\text{ N}$

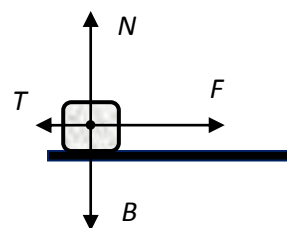
Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $F-T = 0\text{ N}$ ή $F_2 = 1\text{ N}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $F-T = m\alpha_3$ ή $F_1 = -3\text{ N}$



Δ4) Το εμβαδόν του τραpezιού που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων v , t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος.

Επομένως: $\Delta x = \frac{30+10}{2} \cdot 40 \text{ (SI)}$ ή $\boxed{\Delta x = 800 \text{ m}}$



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad \boxed{T = 1 \text{ N}}$$

Το έργο της δύναμης T είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi \quad \text{ή} \quad W_T = 1 \cdot 800 \cdot (-1) \quad \text{ή} \quad \boxed{W_T = -800 \text{ J}}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

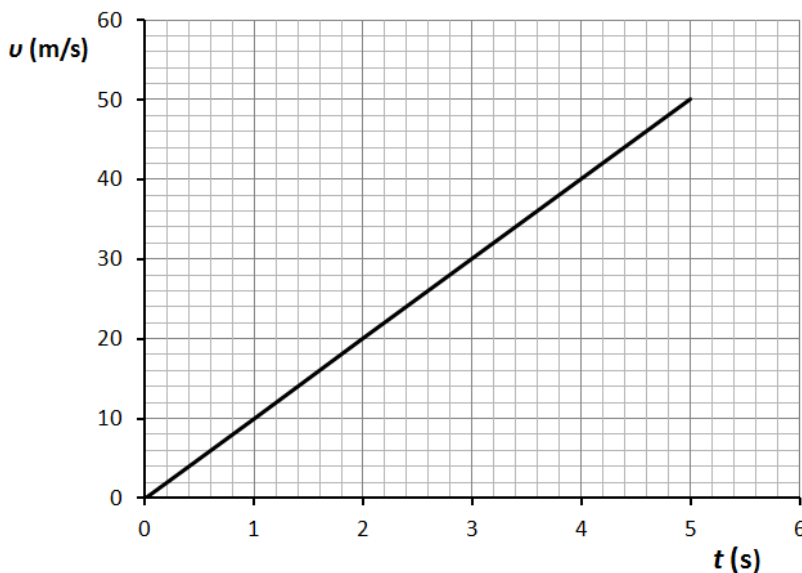
$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad \text{ή} \quad T = 1 \text{ N} \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $a = 10 \frac{m}{s^2}$

Δ2)



Δ3) Από το προηγούμενο διάγραμμα η μετατόπιση του σώματος είναι:

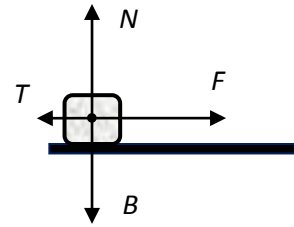
$$\Delta x = \frac{50 \cdot 5}{2} = 125 \text{ m.}$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 625 \text{ J.}$$

Δ4) Ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

Επομένως



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|W_T|}{\Delta t} \quad \eta \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|-1 \cdot 125|}{5} \quad \eta \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 25 \frac{J}{s}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε:

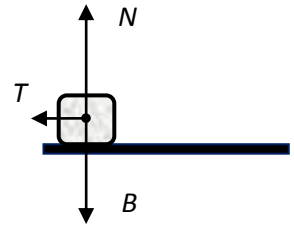
$$v = v_1 - |\alpha|\Delta t \Rightarrow 0 = v_1 - |\alpha|(t_2 - t_1) \text{ και τελικά } |\alpha| = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 12 \text{ s}$.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \text{ ή } T = ma \text{ ή } T = 5 \text{ N} \quad (1)$$

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = B \quad (2)$$



Αλλά

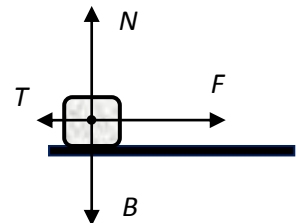
$$T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \text{ ή } T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $\mu = 0,25$

Δ3) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma' \text{ ή } F - T = ma' \text{ όπου } a' = \frac{v_1}{t_1} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



και τελικά $F = T + ma' \text{ ή λόγω της σχέσης (1) } F = 15 \text{ N}$

Δ4) α' τρόπος

Έχουμε $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a' t_1^2 \text{ ή } \Delta x_1 = 40 \text{ m}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_T \text{ ή } 0 - 0 = F \cdot \Delta x_1 + W_T \text{ ή } W_T = -600 \text{ J}$$

β' τρόπος

Η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$

$$\text{με } \Delta x_2 = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \text{ ή } \Delta x_2 = v_1 (t_2 - t_1) - \frac{1}{2} \alpha (t_2 - t_1)^2 \text{ ή } \Delta x_2 = 80 \text{ m}$$

$$W_T = -T \cdot \Delta x \text{ ή } W_T = -T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \text{ και τελικά } W_T = -600 \text{ J}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το βάρος του θαλάμου είναι:

$$B = m \cdot g \text{ ή } B = 5000 \text{ N.}$$

Χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$:

$$\Sigma F_1 = B - F_1 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_1 = 500 \text{ N}}$$

Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με μηδενική αρχική ταχύτητα.

Χρονικό διάστημα $4 \text{ s} \rightarrow 8 \text{ s}$: $\Sigma F_2 = B - F_2 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_2 = 0 \text{ N}}$

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Χρονικό διάστημα $8 \text{ s} \rightarrow 12 \text{ s}$: $\Sigma F_3 = B - F_3 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_3 = -500 \text{ N}}$

Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

Χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Sigma F_1}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_1 = +1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $4 \text{ s} \rightarrow 8 \text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Sigma F_2}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

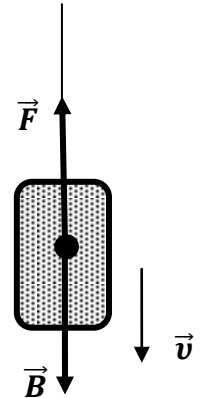
Χρονικό διάστημα $8 \text{ s} \rightarrow 12 \text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Sigma F_3}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_3 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Δ2) Για τις ταχύτητες έχουμε

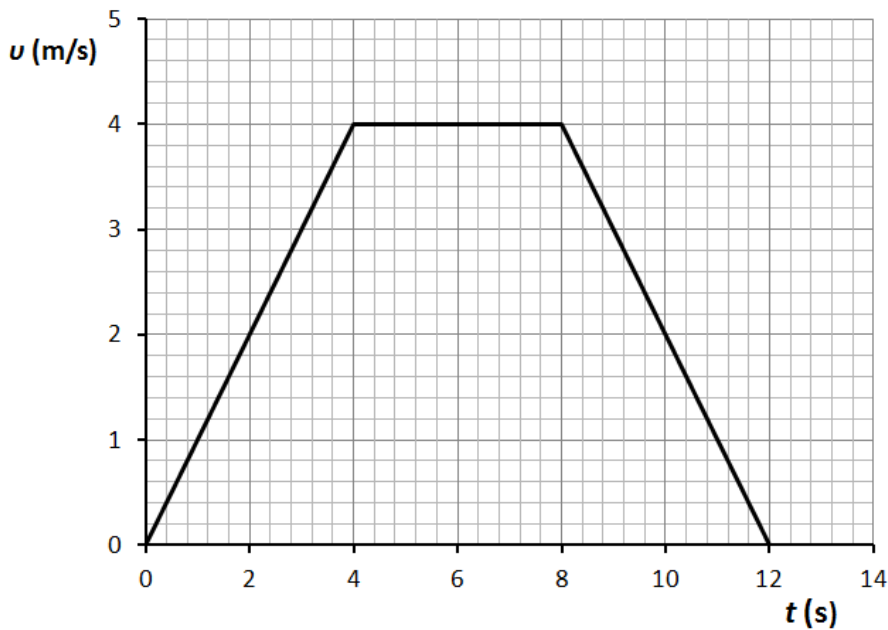
Χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$: $v_1 = \alpha_1 t \text{ ή } \boxed{v_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$: $\boxed{v_2 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Χρονική στιγμή $t_3 = 12 \text{ s}$: $v_3 = v_2 - |\alpha_3| \cdot t \text{ ή } \boxed{v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$



Δ3)



Το ολικό μήκος της διαδρομής είναι ίσο με το εμβαδό του τραπεζίου :

$$\Delta x = E \quad \text{ή} \quad \Delta x = 32 \text{ m.}$$

Δ4) Η μετατόπιση του θαλάμου από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$ είναι:

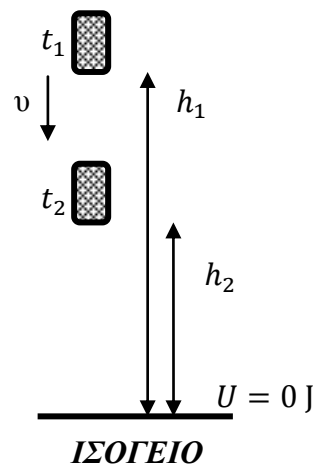
$$\Delta x_2 = v_2 \cdot (t_2 - t_1) \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_2 = +16 \text{ m}}$$

και το έργο της δύναμης F_2 είναι:

$$W_{F_2} = F_2 \Delta x_2 \sin \varphi \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = 5000 \cdot 16 \cdot (-1) \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = -80.000 \text{ J}$$

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του θαλάμου στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι:

$$\Delta U = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{ή} \quad \Delta U = 5000 \cdot (-16) = \text{ή} \quad \boxed{\Delta U = -80.000 \text{ J}}$$



Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για τη ταχύτητα του αυτοκινήτου ισχύει

$$v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \alpha = \frac{v_0}{t_1} \text{ και τελικά } \alpha = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$\left(v_0 = 72 \frac{Km}{h} = 72 \frac{1000 m}{3600 s} = 20 \frac{m}{s} \right)$$

Δ2) Από τη σχέση $v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t$ για $\Delta t = 2s$ έχουμε $v = 10 \frac{m}{s}$ και

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ή } K = 50.000 \text{ J}$$

Δ3) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } F = 5.000 \text{ N}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος και στις δύο περιπτώσεις έχουμε:

$$K_{τελικη} - K_{αρχικη} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv^2 = F \cdot S \quad (1)$$

$$K'_{τελικη} - K'_{αρχικη} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv'^2 = F \cdot S' \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε

$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{S}{S'} \text{ ή } \left(\frac{v}{v'} \right)^2 = \frac{S}{S'} \text{ ή } \left(\frac{72}{36} \right)^2 = \frac{S}{S'} \text{ και τελικά } S = 4S'$$

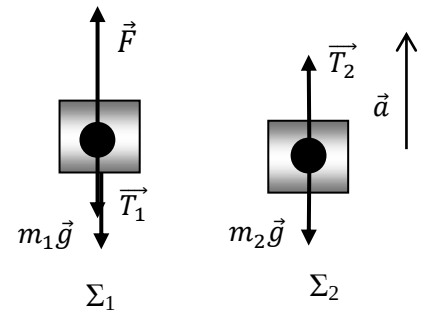
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Επειδή τα σώματα συνδέονται με μη εκτατό και τεντωμένο νήμα έχουν την ίδια επιτάχυνση $\vec{a}$.

Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για κάθε σώμα ξεχωριστά θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$\Sigma_1: F - m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma_2: T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \quad (2)$$



Δ2) Επειδή τα σώματα συνδέονται με αβαρές και τεντωμένο νήμα ισχύει:

$$T_1 = T_2 \text{ (μέτρα).}$$

Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για το σύστημα των δύο σωμάτων θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - m_1 \cdot g - T_1 + T_2 - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{ή} \quad 90 - 40 - 20 = 6a \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 5 \frac{m}{s^2}}.$$

Δ3)

$$W_{o\lambda} = W_{w_1} + W_{w_2} \quad \text{ή} \quad W_{o\lambda} = -m_1 \cdot g \cdot h - m_2 \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{o\lambda} = -600J}$$

Δ4) Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση, $\Delta y = h = 10m$:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \quad \text{ή} \quad \boxed{t = 2s}$$

Και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της όταν τα σώματα έχουν μετατοπιστεί (ανυψωθεί) κατά 10 m:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}.$$

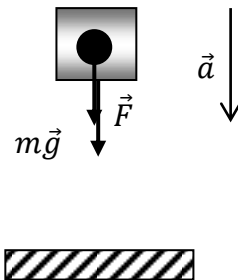
$$\text{Άρα, } K_{o\lambda} = K_1 + K_2 \quad \text{ή} \quad K_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{K_{o\lambda} = 300J}.$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Ο κύβος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η τιμή της επιτάχυνσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης για $t_1 = 2s$ και $\Delta y = h = 30m$:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{a = 15 \frac{m}{s^2}}$$

και κατεύθυνση αυτή του σχήματος.



Δ2) Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$F + m \cdot g = m \cdot a \quad \text{ή} \quad m = \frac{F}{a - g} \quad \text{ή} \quad \boxed{m = 4kg}.$$

Δ3) Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκκίνησης έως το σημείο ακριβώς πριν έρθει σε επαφή με το έδαφος:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_F \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - 0 = +m \cdot g \cdot h + F \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{K_{τελ} = 1800J}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή που ο κύβος απέχει $y = 18m$ από το έδαφος περικλείει δυναμική ενέργεια ως προς αυτό:

$$U = mgy \quad \text{ή} \quad U = 720J,$$

και έχει μετατοπιστεί ως προς τη θέση εκκίνησης κατά

$$\Delta y' = h - y \quad \text{ή} \quad \Delta y' = 12m.$$

Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση, $\Delta y' = 12m$:

$$\Delta y' = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y'}{a}} \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{1,6}s$$

και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της:

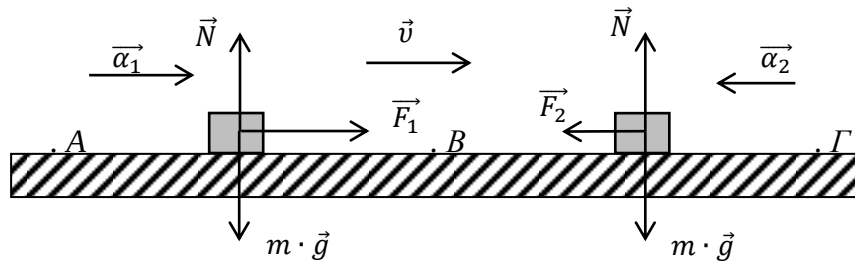
$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 15\sqrt{1,6} \frac{m}{s},$$

Στη συνέχεια για την κινητική ενέργεια του κύβου ισχύει,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = 720J.$$

Άρα,

$$\boxed{\frac{K}{U} = 1}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Έστω A, B και Γ οι θέσεις του κιβωτίου τις χρονικές στιγμές $t = 0$, t_1 και t_2 αντίστοιχα και $(AB) = \Delta x_1 = 16m$.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του κιβωτίου από το A στο B, :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = +F_1 \cdot \Delta x_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_B = 8 \frac{m}{s}}.$$

Δ2) $0 \rightarrow t_1$: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση μέτρου α_1 , που υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας :

$$\Sigma F = m \cdot \alpha_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Από την εξίσωση της επιτάχυνσης μπορεί να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 :

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{v_B - 0}{t_1 - 0} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_B}{\alpha_1} \quad \text{ή} \quad t_1 = 4s,$$

Οπότε για την εξίσωση της ταχύτητας ισχύει:

$$v = \alpha_1 \cdot t = 2 \cdot t \quad (S.I), \quad \text{για } 0 \leq t \leq 4s.$$

$t_1 \rightarrow t_2$: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\overrightarrow{v_B}$ και επιβράδυνση $\overrightarrow{\alpha_2}$, που η τιμή της υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας :

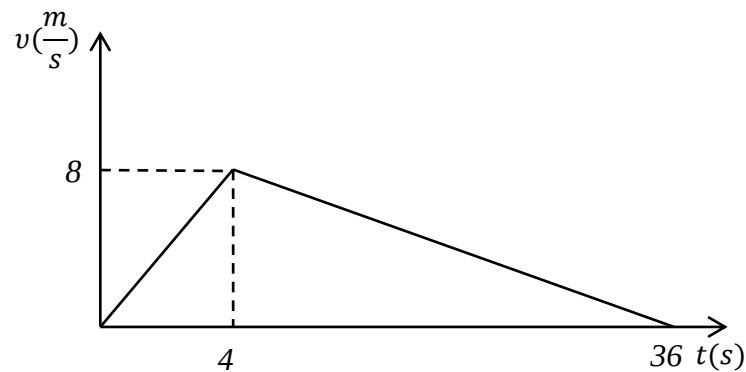
$$\Sigma F = m \cdot \alpha_2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{-F_2}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = -0,25 \frac{m}{s^2}.$$

Από την εξίσωση της επιβράδυνσης μπορεί να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_2 :

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{0 - v_B}{t_2 - t_1} \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \frac{-v_B}{\alpha_2} = 32s \quad \text{ή} \quad t_2 = 36s$$

Οπότε για την εξίσωση της ταχύτητας ισχύει:

$$v = v_B + a_2 \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 8 - 0,25 \cdot t \quad (S.I), \quad \text{για } 4s \leq t \leq 36s.$$



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του κινητού, άρα:

$$\Delta x_{ολ} = \frac{36 \cdot 8}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 144 \text{ m}.$$

Δ4) Από την εξίσωση μετατόπισης από $t_1 \rightarrow t_2$, με $\Delta t = t_2 - t_1$ ή $\Delta t = 32s$, έχουμε:

$$\Delta x_2 = v_B \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 128 \text{ m}$$

$$\text{και, } W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = -F_2 \cdot \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{F_2} = -1280J}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο χρονικό διάστημα $0 - 5 \text{ s}$ η δύναμη είναι σταθερή, επομένως, σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F = m \cdot a$ και η επιτάχυνση a θα είναι σταθερή.

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Η επιτάχυνση θα έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Δ2) Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$m = \frac{F}{a} = 4 \text{ kg}.$$

Δ3) 0-5 s: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Όταν $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα είναι:

$$v_1 = 14 \text{ m/s}.$$

5-10 s: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με:

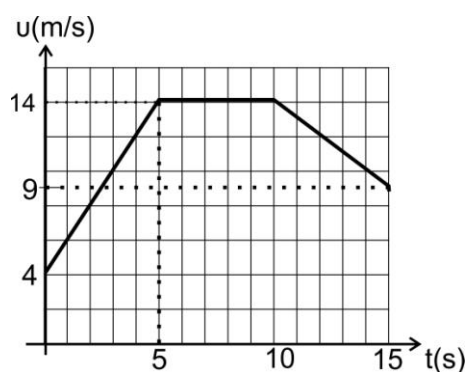
$$v_2 = v_1 = 14 \text{ m/s}.$$

10-15 s: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με:

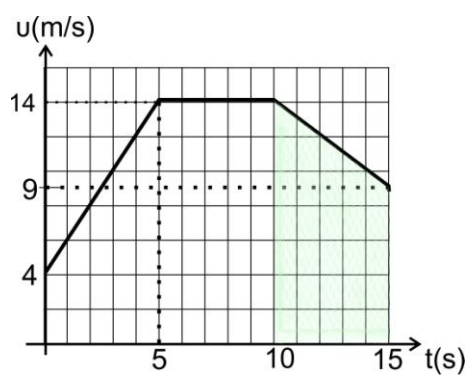
$$|a'| = \frac{|F|}{m} = 1 \text{ m/s}^2.$$

Όταν $t = 15 \text{ s}$ η ταχύτητα είναι:

$$v_3 = v_2 - |a'| \Delta t = 9 \text{ m/s}.$$



Δ4) Στο χρονικό διάστημα 10-15s η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδό του αντίστοιχου τραπεζίου:



$$\Delta x = \frac{(14 + 9)}{2} \cdot 5 \text{ m} \quad \text{ή} \quad \Delta x = 57,5 \text{ m}$$

Το έργο είναι:

$$W = F \cdot \Delta x = -230 \text{ J.}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 2500 \text{ N}.$$

Δ2) Από την εκκίνηση του μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$ το αυτοκίνητο έχει μετατόπιση

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 20 \text{ m}.$$

Άρα θα απέχει από το φανάρι Φ2 απόσταση:

$$s = d - x = 480 \text{ m}.$$

Δ3) Κατά τη διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, το αυτοκίνητο μέχρι να φθάσει στο φανάρι Φ2 χρειάζεται χρόνο

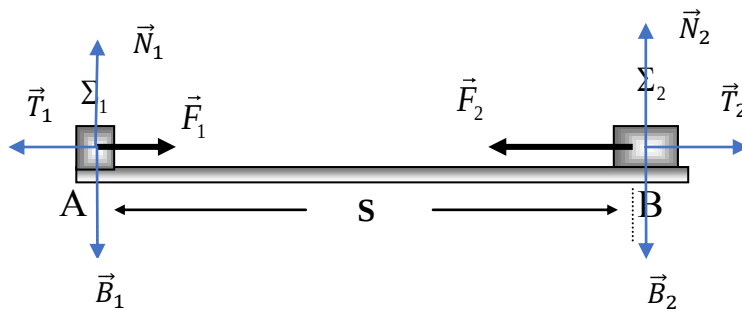
$$\Delta t = \frac{s}{v_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 48 \text{ s}.$$

Επομένως φθάνει στο Φ2 τη χρονική στιγμή:

$$t = t_2 + \Delta t \quad \text{ή} \quad t = 52 \text{ s}.$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου βρίσκουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \quad \text{ή} \quad \Sigma W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \quad \text{ή} \quad \Sigma W = 37500 \text{ J}.$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Λόγω της ισορροπίας στον κατακόρυφο άξονα

Για τον κύβο Σ_1 :

$$\Sigma F_{y1} = 0 \quad \text{ή} \quad N_1 - B_1 = 0 \quad \text{ή} \quad N_1 = m_1 \cdot g$$

$$T_1 = \mu \cdot N_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 20 \text{ N}$$

Όμοια για τον κύβο Σ_2 :

$$T_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g = 40 \text{ N.}$$

Δ2) Κύβος Σ_1 :

Επειδή $\Sigma F_x = F_1 - T_1 = 0$, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Κύβος Σ_2 :

Επειδή $\Sigma F_x = F_2 - T_2 > 0$ και $\Sigma F_x = \text{σταθ}$,

η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με

$$\alpha = \frac{F_2 - T_2}{m_2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ3) Οι κύβοι θα συναντηθούν σε ένα σημείο που απέχει απόσταση x από το σημείο Α.

Οι εξισώσεις κίνησης για κάθε κύβο είναι:

Κύβος Σ_1 :

$$x = v_1 \cdot t \quad (1)$$

Κύβος Σ_2 :

$$s - x = v_2 \cdot t - \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) βρίσκουμε ότι:

$$t = 10 \text{ s και } x = 50 \text{ m.}$$

Δ4) Η ενέργεια μεταφέρθηκε στον κύβο Σ_1 μέσω του έργου της $\vec{F}_1$:

$$W_{F1} = F_1 \cdot x \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 1000 \text{ J.}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = -T \cdot x = -24 \text{ J}$$

Δ2) Από τη σχέση υπολογισμού του έργου σταθερής δύναμης

$$W_F = F \cdot x \text{ βρίσκουμε } F = 8 \text{ N.}$$

Δ3) Ο κύβος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Οι εξισώσεις της μετατόπισης και της ταχύτητας είναι αντίστοιχα

$$x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (1)$$

$$v = \alpha \cdot t \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$\alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = m\alpha \text{ ή } F - T = m\alpha$$

απ' όπου βρίσκουμε ότι:

$$m = 1 \text{ kg.}$$

Δ4) Από τον τύπο της κινητικής ενέργειας:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

βρίσκουμε

$$v = 6 \frac{m}{s}.$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης α' θα είναι

$$\alpha' = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = 3 \frac{m}{s^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$F = m \cdot \alpha' \text{ ή } F = 3 \text{ N.}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Από την εξίσωση κίνησης

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

υπολογίζουμε την επιτάχυνση

$$\alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad F - T = m \cdot \alpha$$

απ' όπου

$$T = 10 \text{ N} \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N - B = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad \text{ή} \quad N = 200 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του σώματος και $\vec{N}$ είναι η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

$$\text{Οπότε} \quad \mu = \frac{T}{N} \quad \text{ή} \quad \mu = 0,05.$$

Δ3) Ο χρόνος στον οποίο το κιβώτιο αποκτά ταχύτητα $2 \frac{m}{s}$ υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$v = \alpha \cdot t' \quad \text{και} \quad t' = 1 \text{ s}.$$

Στο χρόνο αυτό η μετατόπιση του κιβωτίου είναι:

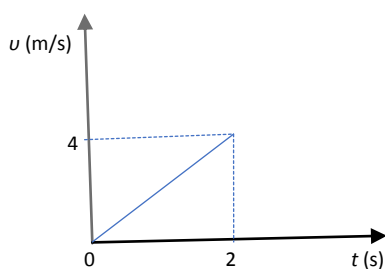
$$\Delta x' = \frac{1}{2} \alpha \cdot t'^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x' = 1 \text{ m}.$$

Το έργο της δύναμης της τριβής είναι:

$$W_T = - T \cdot x \quad \text{ή} \quad W_T = - 10 \text{ J}.$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t'' = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα του κιβωτίου είναι:

$$v'' = \alpha \cdot t'' \quad \text{ή} \quad v'' = 4 \frac{m}{s}.$$



Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο συσσωμάτωμα ασκείται συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F = F - B \text{ ή } F - (m_1 + m_2)g = 10 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του συσσωματώματος.

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Η χρονική στιγμή κατά την οποία αποκολλάται το Σ_2 υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης Q

$$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{απ' όπου προκύπτει } t = 4 \text{ s.}$$

Δ3) Τη στιγμή της αποκόλλησης η ταχύτητα είναι κοινή για τα δύο σώματα και ίση με:

$$v = at = 8 \text{ m/s.}$$

Δ4) Όταν αποκολληθεί το σώμα Σ_2 , το σώμα Σ_1 συνεχίζει να κινείται με την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$\Sigma F' = F - B_1 = F - m_1 \cdot g = 30 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}_1$ είναι το βάρος του Σ_1 .

Η επιτάχυνση του Σ_1 είναι :

$$\alpha' = \frac{\Sigma F}{m_1} \quad \text{ή} \quad \alpha' = 10 \frac{m}{s^2}.$$

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 1 \text{ s}$ το σώμα Σ_1 ανέρχεται κατά:

$$\Delta h = v \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta h = 13 \text{ m.}$$

Τη χρονική στιγμή $t_{ολ} = t + \Delta t = 5 \text{ s}$, το Σ_1 βρίσκεται σε ύψος

$$h_{ολ} = h + \Delta h \quad \text{ή} \quad h_{ολ} = 29 \text{ m από το έδαφος.}$$

Η βαρυτική δυναμική του ενέργεια είναι

$$U = m_1 \cdot g \cdot h_{ολ} \quad \text{ή} \quad U = 870 \text{ J.}$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα, στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B = 0 \text{ ή } N = B \text{ ή } N = mg,$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του σώματος και $\vec{N}$ η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

Το μέτρο της τριβής είναι

$$T = \mu mg = 10 \text{ N}.$$

Η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή και υπολογίζεται από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{F - T}{m}.$$

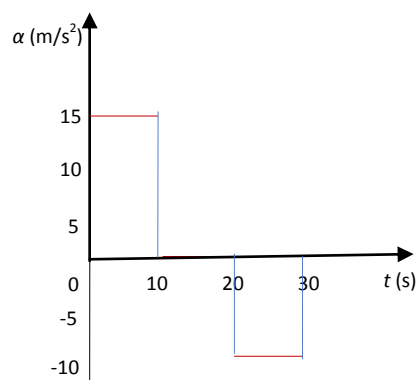
Οπότε

$$0 - 10 \text{ s: } \alpha_1 = 15 \text{ m/s}^2$$

$$10 - 20 \text{ s: } \alpha_2 = 0$$

$$20 - 30 \text{ s: } \alpha_3 = -10 \text{ m/s}^2$$

Το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου θα είναι



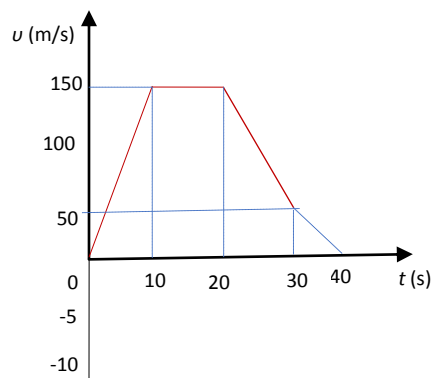
Η ταχύτητα είναι:

$$t_1 = 10 \text{ s: } v_1 = \alpha_1 \Delta t_1 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 10 \text{ s} - t_3 = 20 \text{ s: } v_2 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_4 = 30 \text{ s: } v_3 = v_2 - |\alpha_3| \Delta t_3 = 50 \text{ m/s}$$

Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου θα είναι:



Δ3) Μετά το 30^ο δευτερόλεπτο στο σώμα ασκείται μόνο η τριβή. Το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος τότε είναι:

$$a_4 = \frac{T}{m} = 5 \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική στιγμή κατά την οποία σταματάει το σώμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_3 - |a_4| \Delta t$$

θέτοντας $v = 0$, οπότε $\Delta t = 10 \text{ s}$ και $t_{\text{stop}} = 30 + \Delta t = 40 \text{ s}$.

Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{\text{ολ}} = t_{\text{stop}}.$$

Δ4) Από το εμβαδό του σχήματος που σχηματίζεται από το διάγραμμα $v - t$ για το χρονικό διάστημα $0 - 40 \text{ s}$ υπολογίζουμε τη μετατόπιση του σώματος από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει:

$$x = 3500 \text{ m}.$$

Οπότε το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = - T \cdot x = - 35000 \text{ J}.$$

Ενδεικτική λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα 0-5 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 20 \text{ N.}$$

Το χρονικό διάστημα 5-7 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F' = -F_2 = -10 \text{ N.}$$

Μετά το 7^ο δευτερόλεπτο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

βρίσκουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a = 10 \frac{m}{s^2}$$

και τη χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$ η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a' = -5 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 50 \frac{m}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή $t' = 7 \text{ s}$ θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v' = v - |a'| \cdot (t' - t) \quad \text{ή} \quad v' = 40 \frac{m}{s}.$$

Μετά το 7^ο δευτερόλεπτο το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα. Επομένως τη χρονική στιγμή $t_3 = 10 \text{ s}$ θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v'^2 \quad \text{ή} \quad K = 1600 \text{ J.}$$

Δ3) Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης βρίσκουμε ότι

$$\text{για το χρονικό διάστημα 0-5 s:} \quad \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 = 125 \text{ m,}$$

$$\text{για το χρονικό διάστημα 5-7 s:} \quad \Delta x_2 = v \Delta t_2 - \frac{1}{2} |a'| \Delta t_2^2 = 90 \text{ m,}$$

$$\text{για το χρονικό διάστημα 7-10 s:} \quad \Delta x_3 = v' \Delta t_3 = 120 \text{ m.}$$

Η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα 0 – 10 s είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 335 \text{ m.}$$

Δ4)

$$W_{F1} = F_1 \Delta x_1 = 3750 \text{ J και } W_{F2} = -F_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2) = -2150 \text{ J.}$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στη θέση $x = 0$, από το διάγραμμα $F - x$, παρατηρούμε ότι $F = 30 \text{ N}$.

Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση $T = \mu \cdot N$, αλλά επειδή το σώμα ισορροπεί στον άξονα y (κατακόρυφο άξονα) έχουμε ότι $\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g$. Συνδυάζοντας τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει ότι:

$$T = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = 10 \text{ N}.$$

Εφαρμόζοντας τώρα το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά η φορά της κίνησης) προκύπτει:

$$F - T = m \cdot a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Παρομοίως, για τη θέση $x = 7,5 \text{ m}$ έχουμε ότι $F = 0$ οπότε και πάλι από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά ίδια με προηγούμενως) προκύπτει:

$$-T = m \cdot a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ2) Το έργο της δύναμης F , για την μετατόπιση από $x = 0 \text{ m}$ μέχρι $x = 5 \text{ m}$, θα είναι ίσο με το εμβαδό του τραπεζιού που φαίνεται στο διάγραμμα $F - x$, έχει δε βάσεις 10 N και 30 N και ύψος 5 m . Επομένως:

$$W_F = + \frac{30+10}{2} \cdot 5 \Rightarrow W_F = 100 \text{ J}.$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης το έργο της T , για την μετατόπιση από $x = 0 \text{ m}$ μέχρι $x = 5 \text{ m}$, θα είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow W_T = -50 \text{ J}.$$

Δ4) Στη θέση $x = 5 \text{ m}$ διαπιστώνουμε από το διάγραμμα $F - x$ ότι είναι $F = 10 \text{ N}$. Επειδή όμως και $T = 10 \text{ N}$, αυτό σημαίνει ότι στη θέση αυτή θα είναι $\sum F = 0$. Πριν από τη θέση $x = 5 \text{ m}$ είναι $F > T$, άρα η κίνηση του σώματος ήταν επιταχυνόμενη, ενώ μετά τη θέση $x = 5 \text{ m}$ γίνεται $F < T$ άρα η κίνηση μετατρέπεται σε επιβραδυνόμενη. Στη θέση $x = 5 \text{ m}$ που γίνεται η αλλαγή της κίνησης από επιταχυνόμενη σε επιβραδυνόμενη θα έχουμε τη μέγιστη ταχύτητα.

Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου, μεταξύ της αρχικής θέσης και της θέσης $x = 5 \text{ m}$, προκύπτει:

$$K_{\max} - K_0 = W_F + W_T + W_w + W_N \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = W_F + W_T + W_w + W_N.$$

Καθώς το έργο του βάρους (w) και της κάθετης αντίδρασης (N) είναι μηδέν, αφού οι συγκεκριμένες δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση, αν αντικαταστήσουμε στην προηγούμενη εξίσωση τα έργα της δύναμης F (ερώτημα Δ2) και της τριβής (ερώτημα Δ3) προκύπτει ότι:

$$v_{max} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F και για την μετατόπιση Δx_1 :

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J.}$$

Δ2) Από το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά να κινείται ισχύει ότι :

$$0 - 0 = W_F + W_T.$$

Το έργο της τριβής, για τη συνολική κίνηση, θα είναι ίσο με

$$W_T = T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \cdot \sin 180^\circ.$$

Το μέτρο της δύναμης της τριβής να δίνεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα y θα έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Άρα το έργο της τριβής θα δίνεται από τη σχέση

$$W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2).$$

Εισάγοντας την τελευταία σχέση για το έργο της τριβής, αλλά και το έργο της δύναμης F που υπολογίστηκε στο (Δ1) στην εξίσωση του θεωρήματος έργου-ενέργειας προκύπτει:

$$0 - 0 = 3600 - \mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \Rightarrow \mu = 0,2.$$

Δ3) Μετά την κατάργηση της δύναμης F το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση εξαιτίας της τριβής. Από το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε:

$$-T = m \cdot a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ4) Αν τη στιγμή που καταργείται η δύναμη F η ταχύτητα του κιβωτίου είναι ίση με v_1 , τότε για την κίνηση που θα επακολουθήσει θα ισχύει ότι:

$$\Delta x_2 = x_{\text{stop}} = \frac{v_1^2}{2 \cdot |a|} \Rightarrow v_1 = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του κιβωτίου, τη στιγμή που παύει να δρα η δύναμη F , θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow K = 1000 \text{ J.}$$