

B₁. Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

Πριν την κατάργηση της

$$\vec{F}_2 : F_1 - F_2 = m a \quad (1),$$

Και μετά την κατάργηση της

$$\vec{F}_2 : F_1 = 2 m a \text{ ή λόγω της (1),}$$

$$F_1 = 2 (F_1 - F_2) \text{ ή}$$

$$F_1 = 2F_2$$

B₂. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κινητό έχει εξίσωση κίνησης,

$$x = 10 + 5t \text{ (S.I.)},$$

δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + ut, \text{ με } x_0 = 10 \text{ m και } u = +5 \text{ m/s} = \text{σταθερή.}$$

Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (α).Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η βούρτσα και ο κουβάς με την βοήθεια εκτελούν ελεύθερη πτώση. Η δύναμη της βαρύτητας σε κάθε σώμα έχει μέτρο ανάλογο της μάζας του,

$$B = m \cdot g,$$

καθώς η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$ κατά την πτώση δεν αλλάζει.

B2. Σωστή η απάντηση (γ).Ενδεικτική αιτιολόγηση

Έστω $\vec{F}$ η δύναμη που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο και $\vec{B}$ το βάρος του. Εφόσον το κιβώτιο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει:}$$

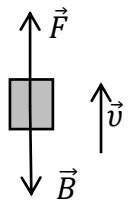
$$F = B = m \cdot g \quad (1)$$

Αρα για την ισχύ του γερανού ισχύει:

$$P = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta y}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta y}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$P = m \cdot g \cdot v \quad (2),$$

Εφόσον ο δεύτερος γερανός ανυψώνει σώμα διπλάσιας μάζας με ίδια ταχύτητα, όπως προκύπτει από την (2) θα έχει διπλάσια ισχύ σε σχέση με τον πρώτο.



B₁. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διήνυσε κάθε αυτοκίνητο. Οπότε:

$$\text{Αυτοκίνητο A: } S_A = \frac{(v_0 + 3v_0)t_1}{2} = \frac{4v_0t_1}{2}$$

Αυτοκίνητο B:

$$S_B = \frac{v_0t_1}{2}$$

$$\text{Άρα, } S_A = 4 S_B$$

B₂. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

i) από την αρχική θέση του κιβωτίου και για μετατόπιση Δx_1 :

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή}$$

$$K_1 - 0 = F\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 = F\Delta x_1 (1),$$

ii) από την αρχική θέση του κιβωτίου και για μετατόπιση $4\Delta x_1$:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή}$$

$$K_2 - 0 = F4\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = 4F\Delta x_1 \text{ και λόγω της (1),}$$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = 4\frac{1}{2}Mv_1^2 \quad \text{ή}$$

$$\boxed{v_2 = 2v_1}$$

B1. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Από το 2^ο νόμο του Newton,

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

και τον ορισμό της επιτάχυνσης,

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

προκύπτει ότι τα διανύσματα της συνισταμένης δύναμης της επιτάχυνσης και της μεταβολής της ταχύτητας είναι πάντοτε ομόρροπα.

B2. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου 2 m/s^2 . Από το 2^ο νόμο του Newton υπολογίζεται το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$:

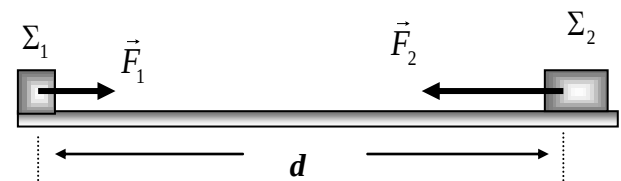
$$F = ma = 4\text{N}$$

Το έργο που παράγει η δύναμη $\vec{F}$ όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 4 \text{ m}$ είναι:

$$W_F = F\Delta x_{\text{συν}0} = 16\text{J}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο μικροί κύβοι Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_2 = 2 \cdot m_1$, είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση d . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε ταυτόχρονα δυο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_1$ στο κύβο Σ_1 και $\vec{F}_2$ στο κύβο Σ_2 , με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία και σε αντίθετες κατευθύνσεις.



A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης, τότε για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ θα ισχύει:

- α)** $F_1 = 2 \cdot F_2$ **β)** $F_1 = F_2$ **γ)** $F_2 = 2 \cdot F_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:

- α)** η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με την ταχύτητα του αυτοκινήτου
β) η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου
γ) η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από την ταχύτητα του περιπολικού.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή απάντηση η (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton για το κιβώτιο:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή}$$

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Για τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$ η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ έχει σταθερό μέτρο συνεπώς και η επιτάχυνση θα είναι σταθερού μέτρου και το κιβώτιο θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Για τη χρονική διάρκεια $t_1 \rightarrow t_2$ η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται έως τη χρονική στιγμή t_2 που μηδενίζεται.

Συνεπώς και η επιτάχυνση θα είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται έως τη χρονική στιγμή t_2 που μηδενίζεται.

Το κιβώτιο θα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση οπότε η ταχύτητα του θα αυξάνεται συνεχώς έως τη χρονική στιγμή t_2 .

B2. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την αλληλεπίδραση (σύγκρουση) ισχύει ο 3^{ος} νόμος του Newton:

$$\overrightarrow{F_{M,\mu}} = -\overrightarrow{F_{\mu,M}},$$

όπου $\overrightarrow{F_{M,\mu}}$ είναι η δύναμη που ασκεί ο Μάριος στη μαμά του και $\overrightarrow{F_{\mu,M}}$ η δύναμη που ασκεί η μαμά στον Μάριο.

Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν αντίστοιχες επιβραδύνσεις σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton:

$$F_{M,\mu} = F_{\mu,M} \quad \text{ή} \quad m_\mu a_\mu = m_M a_M \quad \text{ή} \quad \frac{m_\mu}{m_M} = \frac{a_M}{a_\mu}$$

$$\text{Εφόσον, } m_\mu > m_M \text{ τότε } a_\mu < a_M$$

B₁. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = \text{σταθερή} = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

και $U = m \cdot g \cdot y$ με $0 \leq y \leq h$ όπου y το ύψος από το έδαφος.

Σύμφωνα με την (1) για την κινητική ενέργεια

$$K = E - U = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot y \text{ με } 0 \leq y \leq h$$

B₂. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η στατική τριβή είναι μεταβλητή δύναμη και η μέγιστη τιμή της είναι η οριακή τριβή.

Το σώμα ξεκινά να κινείται όταν η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ γίνει οριακά μεγαλύτερη από την οριακή τριβή.

Η τριβή ολίσθησης σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα είναι σταθερή και έχει μέτρο μικρότερο από την οριακή τριβή.

B1.

Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με

$$v_A = 6 \text{ m/s} \quad (1)$$

Το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με

$$a_B = 4 \text{ m/s}^2 \text{ και } v_B = 4t \quad (2)$$

$$v_A = v_B \quad (3)$$

Από (1), (2), (3) προκύπτει ότι $t = 1,5 \text{ s}$.**B2.**

Σωστή απάντηση η (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η τιμή της F είναι συνεχώς θετική, άρα η φορά της δύναμης δεν μεταβάλλει και επειδή το σώμα δεν έχει αρχική ταχύτητα το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας συνεχώς αυξάνεται.

Συνεπώς η κινητική ενέργεια αυξάνεται.

Ή εναλλακτικά από το Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας και έργου:

$$\Delta K = W_F \quad (1)$$

Επειδή ταχύτητα και δύναμη παραμένουν ομόρροπες σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, συνεπώς δύναμη και μετατόπιση ομόρροπες άρα το έργο της δύναμης είναι παραγόμενο δηλ.

$$W_F > 0 \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει $\Delta K > 0$.

B1.

Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και έργου

$$\Delta K = W_F + W_T \quad (1)$$

επειδή το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα θα είναι

$$\Delta K = 0 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) λαμβάνουμε:

$$W_F + W_T = 0 \quad \text{ή} \quad W_T = -W_F$$

B2.

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$	$v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	$a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$
0	0	-2m/s	+6m/s²
1	+1	+4m/s	
2	+8	+10m/s	

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Αν θέσουμε $t = 0$, επειδή $x = 0$, θα είναι $x_0 = 0$. Επομένως η εξίσωση (2) γίνεται

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (3).$$

Αν στις (1) και (3) θέσουμε

$$t=1, x=1 \text{ και } t=2, x=8,$$

από το σύστημα που προκύπτει βρίσκουμε

$$v_0 = -2\text{m/s}, v_1 = 4\text{m/s}, v_2 = 10\text{m/s} \text{ και } a = 6\text{m/s}^2.$$

B1.

Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Επομένως η επιτάχυνση θα μεταβάλλεται όπως η δύναμη.

B2.

Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην περίπτωση (I) η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt είναι

$$\Delta x_{(I)} = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2.$$

Στην περίπτωση (II) η μετατόπιση στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι

$$\Delta x_{(II)} = \frac{1}{2} \alpha' (\Delta t)^2.$$

Από το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{F_1}{m} \text{ και } \alpha' = \frac{F_1 + F_2}{m},$$

$$\text{οπότε } \alpha < \alpha' \text{ άρα και } \Delta x_{(I)} < \Delta x_{(II)}. \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } W_{F1(I)} = F_1 \Delta x_{(I)} \text{ και } W_{F1(II)} = F_1 \Delta x_{(II)} \quad (2)$$

Από (1) και (2) συμπεραίνουμε:

$$W_{F1(I)} < W_{F1(II)}$$

B1.

Σωστή απάντηση η (γ).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα γνωρίζουμε ότι $F = m a$. Επομένως στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow t_1$ επειδή $F > 0$ και $F = \text{σταθερή}$ θα είναι $a > 0$ και $a = \text{σταθερή}$. Δηλαδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια αυξάνονται.

Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα v_1 δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2F}{m} \cdot t_1 \quad (1)$$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ επειδή $F = 0$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια παραμένουν σταθερά.

Η ταχύτητα v_2 τη χρονική στιγμή t_2 δίνεται από τη σχέση:

$$v_2 = v_1 = \frac{2F}{m} \cdot t_1 \quad (2)$$

Στο χρονικό διάστημα $t_2 \rightarrow t_3$ επειδή $F < 0$ και $F = \text{σταθερή}$ θα είναι $a < 0$ και $a = \text{σταθερή}$. Δηλαδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια μειώνονται.

Τη χρονική στιγμή t_3 το σώμα έχει ταχύτητα v_3 που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_3 = v_2 \cdot t_1 - \frac{F}{m} \cdot t_1 \quad (3)$$

Συνδυάζοντας την (2) και τη (3) λαμβάνουμε:

$$v_3 = \frac{F}{m} \cdot t_1 \neq 0$$

Μετά τη χρονική στιγμή t_3 είναι ευθύγραμμη ομαλή με την ταχύτητα v_3 που έχει αποκτήσει το σώμα τη χρονική στιγμή αυτή.

B2.

Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης

$$v = v_0 - at \text{ και } S = v_0 t - \frac{1}{2} at^2,$$

αν θέσουμε $v = 0$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος που απαιτείται μέχρι να σταματήσει το σώμα είναι

$$t_1 = \frac{v_0}{a} \quad (1)$$

και το αντίστοιχο διάστημα

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Αν η αρχική ταχύτητα είναι $2v_0$ οι αντίστοιχες σχέσεις γίνονται

$$t_2 = \frac{2v_0}{a} \text{ και } S_2 = \frac{4v_0^2}{2a} \quad \text{Οπότε από (1) προκύπτει: } t_2 = 2 \cdot t_1.$$

B1.

Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για κάθε σώμα, έχουμε

$$\Delta K_1 = W_F \text{ ή } -K_1 = -FS_1$$

$$\Delta K_2 = W_F \text{ ή } -K_2 = -FS_2.$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει

$$S_1 = S_2.$$

B2.

Σωστή απάντηση: «Ναι» μόνο στο σώμα Β.

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Τα σώματα Α, Γ και Δ εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, γιατί:

Για το Α και το Δ η μετατόπιση αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο.

Για το Γ παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση είναι μηδέν.

Επομένως σύμφωνα με τον 1^ο Νόμο του Νεύτωνα δεν δρά επάνω τους δύναμη.

Για το σώμα Β η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο και η εξίσωσή της είναι της μορφής $v = v_0 + at$.

Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και σύμφωνα με το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα δρα επάνω του σταθερή δύναμη.

ΣΩΜΑ	Απαιτείται δράση δύναμης για να αιτιολογηθεί η κίνηση του σώματος. (ναι/όχι)
Α	ΟΧΙ
Β	ΝΑΙ
Γ	ΟΧΙ
Δ	ΟΧΙ

B1.

Σωστή απάντηση η (γ)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αρχικά ο κύβος έχει επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Όταν διπλασιαστεί το μέτρο της δύναμης θα έχουμε

$$\alpha' = \frac{2F}{m} = 2\alpha = 1 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Οπότε } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \alpha' \text{ και } \Delta t = 2 \text{ s.}$$

B2.

Σωστή απάντηση η (α)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο 2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Άρα τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ δεν είναι δυνατόν να έχει μηδενική ταχύτητα.

B1.**Ενδεικτική απάντηση**

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις είναι αντίθετες σύμφωνα με τον 1^ο Ν. Νεύτωνα διότι το νήμα είναι αβαρές.

B2.**Ενδεικτική απάντηση**

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το σφυρί εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Έστω h_1 τη μετατόπιση του σφυριού μετά από χρόνο t_1

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \text{ για } t_1 = 1\text{s} \text{ τότε } h_1 = \frac{1}{2} g \quad (1)$$

Θεωρούμε h_2 τη μετατόπιση του σφυριού μετά από χρόνο $t_2 = 2t_1$ (2)

$$h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

Από την αντικατάσταση της σχέσης(2) και της (1) προκύπτει

$$h_2 = \frac{1}{2} g (2^2 t_1^2) = 4 \left(\frac{1}{2} g t_1^2 \right) = 4h_1$$

Άρα θα είναι 4 ορόφους πιο κάτω.

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ισχύει:

$$v = at, \quad x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{άρα} \quad t = \sqrt{2\frac{x}{a}} \quad \text{και} \quad v = \sqrt{2xa} \quad (1)$$

Επίσης, ισχύει $\Sigma F = ma$ και με την αντικατάσταση στη σχέση (1) ισχύει $v^2 = 2x \frac{\Sigma F}{m}$

Για το Α αυτοκίνητο ισχύει $v_A^2 = 2 x_A \frac{\Sigma F}{m_A}$

Για το Β αυτοκίνητο ισχύει $v_B^2 = 2 x_B \frac{\Sigma F}{m_B}$

Για $x_A = x_B = d$

$$\frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{1000Kg}{4000Kg} = \frac{1}{4} \quad \text{άρα} \quad 2v_A = v_B$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το σωστό τρόπο υπολογισμού τον έχει σκεφτεί ο μαθητής Α διότι ο μαθητής Β δε γνωρίζει αν εκτός από τη δύναμη $F = 8 \text{ N}$ ασκείται στο αμαξάκι και κάποια άλλη δύναμη (όπως π.χ. η τριβή), με αποτέλεσμα η συνισταμένη δύναμη να είναι διαφορετική από 8 N.

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(15-10)m/s}{(2-1)s} = 5 \text{ m/s}^2$$

B₁.

Α) Σωστή απάντηση είναι η α.

Β) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στα δύο σώματα ασκείται η ίδια δύναμη F, για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt.

Για το σώμα Α, η μεταβολή της ταχύτητας είναι $\Delta v_A = v$ (1)Για το σώμα Β, η μεταβολή της ταχύτητας είναι $\Delta v_B = v - v_1$ (2)Από τη σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\Delta v_A > \Delta v_B$

Για για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt ισχύει:

$$\frac{\Delta v_A}{\Delta t} > \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad \text{δηλαδή} \quad a_A > a_B \quad \text{και εφόσον} \quad \Sigma F_A = \Sigma F_B \quad \text{συνεπάγεται} \quad \frac{\Sigma F}{m_A} > \frac{\Sigma F}{m_B}$$

Δηλαδή $m_A < m_B$

Συνεπώς σωστή είναι η πρόταση α).

B₂.Α) Ο παραπάνω συλλογισμός είναι **Λάθος**.Β) Ενδεικτική αιτιολόγησηΑπό τη γραφική παράσταση, για $t = 0$ s μέχρι και $t = 5$ s παρατηρούμε ότι η ταχύτητα είναι $v_{\text{αρχ}} = 0$ m/s και $v_{\text{τελ}} = 10$ m/s:

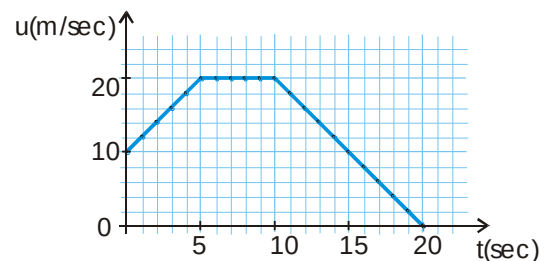
$$a_{0-5} = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{(10-0)\text{m/s}}{(5-0)\text{s}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

Από τη γραφική παράσταση, για $t = 10$ s μέχρι και $t = 20$ s παρατηρούμε ότι η ταχύτητα είναι $v_{\text{αρχ}} = 10$ m/s και $v_{\text{τελ}} = 20$ m/s:

$$a_{10-20} = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|(20-0)\text{m/s}|}{(20-10)\text{s}} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/s}^2$$

Παρατηρούμε ότι οι ισχύει $|a_{0-5}| = |a_{10-20}|$

Ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος διότι πρέπει να υπολογίζουμε τη μεταβολή της ταχύτητας σε κάθε χρονικό διάστημα Δt.



B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η επιβράδυνση a_1 του σώματος μάζας m , το χρονικό διάστημα $t = 0 \text{ s}$ μέχρι και $t = 4 \text{ s}$ είναι:

$$a_1 = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|0-4|}{|4-0|} = 1 \text{ m/s}^2 \quad \text{και} \quad F_1 = m a_1 \quad (1)$$

Η επιβράδυνση a_2 του ίδιου σώματος από το χρονικό διάστημα $t = 0 \text{ s}$ μέχρι και $t = 4 \text{ s}$ είναι:

$$a_2 = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|0-8|}{|4-0|} = 2 \text{ m/s}^2 \quad \text{και} \quad F_2 = m a_2 = 2m a_1 \quad (2)$$

Επειδή ισχύει για την εφαρμοζόμενη δύναμη σε κάθε περίπτωση $F_2 = 2 F_1$, όπως προκύπτει από τις σχέσεις (1) και (2), το μέτρο της επιτάχυνσης (ή της επιβράδυνσης) ενός σώματος είναι ανάλογο του μέτρου της εφαρμοζόμενης δύναμης. Άρα, το συμπέρασμα του μαθητή είναι σωστό.

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα μέσω της δύναμης ισούται με το έργο.

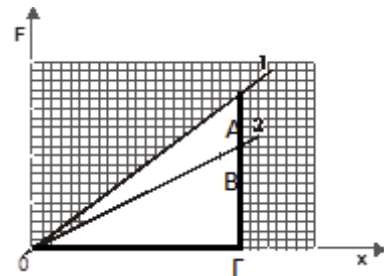
Επειδή η δύναμη είναι μεταβλητή $W_F = \text{εμβαδόν (E)}$ για μια συγκεκριμένη μετατόπιση (ΟΓ).

$$W_{F1} = E_{OAG} \quad \text{και} \quad W_{F2} = E_{OBG}$$

Παρατηρούμε ότι: $W_{F1} > W_{F2}$

Μέσω της δύναμης (1) μεταφέρεται περισσότερη ενέργεια.

Άρα η σωστή απάντηση είναι η α).



B1.

A) Σωστές είναι 10, 8, 4, 0.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στο σώμα ασκούνται η κατακόρυφη δύναμη F , το βάρος B και η κάθετη αντίδραση N από το δάπεδο. Όσο η δύναμη F έχει μέτρο $F \leq B$, ($B = 10 \text{ N}$), καθώς το μέτρο της F θα αυξάνεται, το σώμα δεν θα κινείται, οπότε αλλάζει το μέτρο της δύναμης N , ώστε να ισχύει $\Sigma F = 0$.

Επειδή $\Sigma F = 0$

$$F + N - B = 0 \text{ ή } N = B - F \text{ ή } N = 10 - F$$

Βάσει της τελευταίας σχέσης συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα.

F	N
0	10
2	8
6	4
10	0

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η **Όχι**.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Δίδεται ότι το σώμα φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα 5 m/s .

Από το θεώρημα της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας ισχύει:

$$E_{\text{τελ}} - E_{\text{αρχ}} = 0$$

$$(K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}) - (K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}) = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 + 0 \right) - (0 + mgh) = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = 10 \text{ m/s}$$

Παρατηρούμε ότι δεν ισχύει το θεώρημα της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας διότι η ταχύτητα που φτάνει στο έδαφος είναι 5 m/s .

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος και έστω h το ύψος της ταράτσας, συνεπώς για το σημείο της ταράτσας έχουμε:

Δυναμική ενέργεια της Α: $U_A = m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K_A=0$

Μηχανική ενέργεια: $E_{MHX,A} = U_A + K_A$ ή

$$E_{MHX,A,TAP} = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Δυναμική ενέργεια της Β: $U_B = 3 \cdot m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K_B=0$

Η Μηχανική ενέργεια της Β: $E_{MHX,B,TAP} = U_B + K_B$ ή

$$E_{MHX,B,TAP} = 3 \cdot m \cdot g \cdot h \quad (2)$$

Κατά την κίνηση των δυο σφαιρών ισχύει το θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

$$E_{MHX,A,TAP} = E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} \quad \text{ή}$$

$$E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} = m \cdot g \cdot h \quad \text{και} \quad E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} = K_A \quad \text{ή}$$

$$K_A = m \cdot g \cdot h \quad (3)$$

$$\text{Όμοια} \quad K_B = 3 \cdot m \cdot g \cdot h \quad (4)$$

$$(3) \text{ και } (4) \rightarrow \boxed{K_B = 3K_A}$$

B2. Σωστή απάντηση η (β).Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις μετατοπίσεις των κιβωτίων.

Έστω $m_A = m_B = m$ και $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$,

$$\text{Κιβώτιο Α: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = F \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{v_A = \sqrt{\frac{2 F \Delta x}{m}}} \quad (1)$$

$$\text{Κιβώτιο Β: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = \frac{F}{2} \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{v_B = \sqrt{\frac{F \Delta x}{m}}} \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2)} \rightarrow v_A = v_B \sqrt{2}$$

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σημείο που αρχικά και τελικά βρίσκεται ο κολυμβητής συμπίπτουν συνεπώς $\Delta x_{ολ}=0$

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από την εξίσωση της ταχύτητας συμπεραίνουμε ότι: $a = 5 \frac{m}{s^2}$ (1)

από τον 2^ο ν. του Νεύτωνα και την (1):

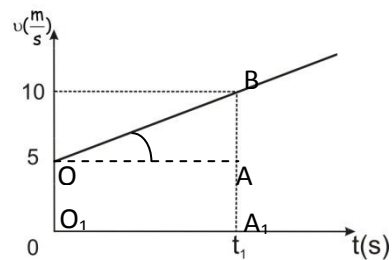
$$F = m \cdot 5 \quad (\text{S.I.})$$

δηλ. $F(t)=\text{σταθ}$ δηλ. ευθεία παράλληλη στον άξονα του χρόνου συνεπώς το (Γ) διάγραμμα είναι σωστό

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου μπορούμε να προσδιορίσουμε την στιγμιαία επιτάχυνση από την κλίση:

$$\alpha = \frac{AB}{OA}$$



Από το εμβαδόν της επιφάνειας του σχήματος (O_1OBA_1) μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση του κινητού: $\Delta x = x - x_0$. Συνεπώς για να υπολογίσουμε τη θέση x τη χρονική στιγμή t_1 πρέπει να γνωρίζουμε τη θέση x_0 τη χρονική στιγμή t_0

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Επειδή το επίπεδο είναι λείο ισχύει για τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο $\Sigma F = F$. Από τον 2^ο ν. του Νεύτωνα $\Sigma F = ma$ συμπεραίνουμε ότι από:

0s-15s η επιτάχυνση είναι θετική και $v_0 = 0$ συνεπώς η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται

15s-30s η επιτάχυνση είναι αρνητική, η ταχύτητα είναι θετική συνεπώς η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.

Συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας γίνεται μέγιστο τη χρονική στιγμή που η δύναμη F αλλάζει πρόσημο/φορά δηλ για $t = 15s$.

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά τη διαδρομή (I) το έργο της δύναμης του βάρους είναι παραγόμενο:

$$W_1 = m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad W_1 = 5000 \cdot g \quad (SI) \quad (1)$$

Κατά τη διαδρομή (II) η δύναμη του βάρους δεν παράγει έργο διότι είναι κάθετη στη μετατόπιση

$$W_2=0 \quad (2) \quad \text{από (1) και (2) προκύπτει: } W_1 > W_2$$

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η δύναμη της τριβής εξαρτάται από την κάθετη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια στο σώμα: N

Νόμος της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \quad (1)$$

και ο συντελεστής μ είναι ανεξάρτητος από το εμβαδόν της επιφάνειας επαφής και από την ταχύτητα.

Από την ισορροπία των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N - m \cdot g = 0 \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad (2)$$

Από (1) και (2) $T = \mu \cdot m \cdot g$, δηλαδή η τριβή είναι ανάλογη της μάζας των επιβατών.

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (γ)

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας - Έργου για ένα σώμα του οποίου το μέτρο της ταχύτητας μεταβάλλεται από την αρχική τιμή v_A στη τελική τιμή v_T έχουμε:

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v_T^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 \quad \text{ή} \quad W = \frac{1}{2} m \cdot (v_T^2 - v_A^2) \quad \text{ή} \quad W = \frac{1}{2} m \cdot (v_T + v_A) \cdot (v_T - v_A) \quad (1)$$

Από την (1) λαμβάνω για τα W_1 και W_2 αντίστοιχα:

$$W_1 = \frac{1}{2} m \cdot \left(30 \frac{m}{s}\right) \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right) \quad (2)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(50 \frac{m}{s}\right) \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right) \quad (3)$$

$$\text{Από (2) και (3)} \quad \boxed{W_2 > W_1}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση, συνεπώς ισχύει για κάθε σφαίρα:

$$\text{Σφαίρα (1): } h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad (1)$$

$$\text{Σφαίρα (2): } h_2 = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{2t_2}{t_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{h_1}{h_2} = 4}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β**B1.**

Χρονική στιγμή t (s)	Ταχύτητα v (m/s)	Διάστημα s (m)
0	0	0
1	4	2
2	8	8
4	16	32

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-Από τον πίνακα $v_0=0$ και επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερής φοράς $s = |\Delta x|$ 2^η σειρά: Από την εξίσωση κίνησης: $\Delta x = \frac{v}{2} \cdot t$ αντικαθιστώντας τις τιμές από τον πίνακα:

$$\Delta x = 2 \text{ m}$$

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση της κίνησης από την εξίσωση: $v = \alpha \cdot t$ ή $\boxed{\alpha = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ (1)3^η σειρά: Όταν $\Delta x=8\text{m}$ τότε από την εξίσωση $\boxed{\Delta x = \frac{1}{2} \alpha t^2}$ (3) και την (1) υπολογίζω $t = \pm 2\text{s}$

κρατάω την θετική λύση

Από την εξίσωση $\boxed{v = \alpha \cdot t}$ (2) και την (1) υπολογίζω την $\boxed{v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ 4^η σειρά: Για $v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, την (1) και την εξίσωση (2) υπολογίζω $\boxed{t = 4\text{s}}$ (4)Από την εξίσωση (3), την (1) και (4) υπολογίζω $\boxed{\Delta x = 32\text{m}}$ **B2.** Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τα σώματα εκτελούν ελεύθερη πτώση, συνεπώς για κάθε σώμα ισχύει:

Σώμα (1): $\Delta x_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ (1)

Σώμα (2): $\Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot (t - 1)^2$ (2)

Η μεταξύ τους απόσταση είναι $d = \Delta x_1 - \Delta x_2$, $d = \frac{1}{2} g \cdot (t^2 - (t - 1)^2)$ ή

$$d = \frac{1}{2} g \cdot (2t - 1) \quad t > 1 \quad (1)$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Η απόσταση του μοτοσικλετιστή από το σημείο Α ισούται με την μετατόπιση του μοτοσικλετιστή: Δx .

Επειδή α σταθερή ισχύει:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot (2t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot 4t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

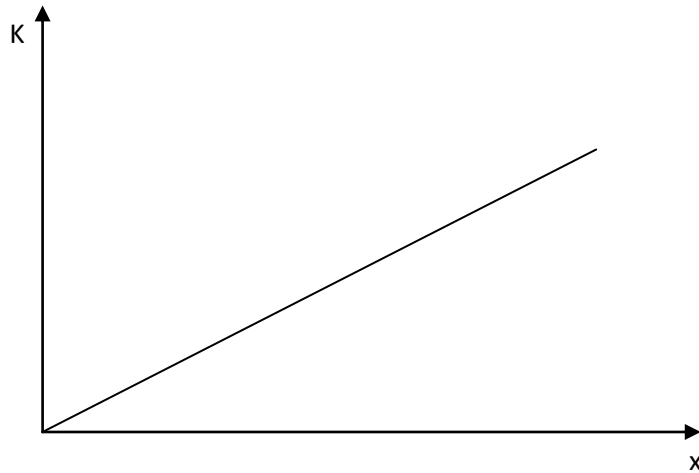
$$\boxed{\Delta x_2 = 40m} \quad (2)$$

B2.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας -Έργου για την κίνηση του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων x_0 και x

$$K - K_0 = W \quad \text{ή} \quad K = F \cdot x$$

επειδή $F = \text{σταθ.}$ προκύπτει ότι η γραφική παράσταση $K=f(x)$ είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Επειδή η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα

$$\Sigma F = W \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad \alpha = \frac{W}{m} = g = \text{σταθ}$$

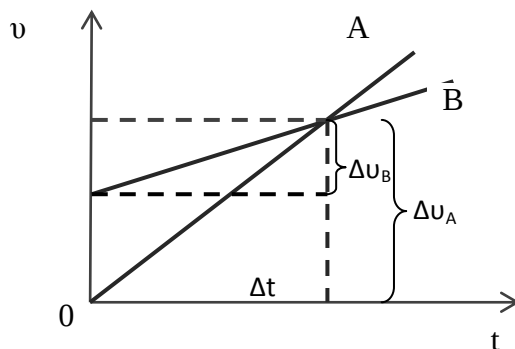
Δηλ. τα δυο σώματα κινούνται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση g δηλ. εκτελούν ελεύθερη πτώση.Αν h το ύψος του μπαλκονιού από το έδαφος θα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t_A = t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Από τη μορφή των γραφικών παραστάσεων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο προκύπτει ότι τα οχήματα εκτελούν Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση και η επιτάχυνση καθενός προκύπτει από τη κλίση της αντίστοιχης ημιευθείας.



Έτσι έχουμε:

$$\alpha_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\alpha_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad (2)$$

Από το σχήμα:

$$\Delta v_B < \Delta v_A \quad (3)$$

Από (1), (2) και (3) συμπεραίνουμε:

$$\boxed{\alpha_A > \alpha_B}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Επειδή η αντίσταση του αέρα στη γη θεωρείται αμελητέα

$$F = W_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad a_{\Gamma} = \frac{W_{\Gamma}}{m} = g_{\Gamma} = \text{σταθ}$$

Στην Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα:

$$F = W_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad a_{\Sigma} = \frac{W_{\Sigma}}{m} = g_{\Sigma} = \frac{g_{\Gamma}}{6} = \text{σταθ}$$

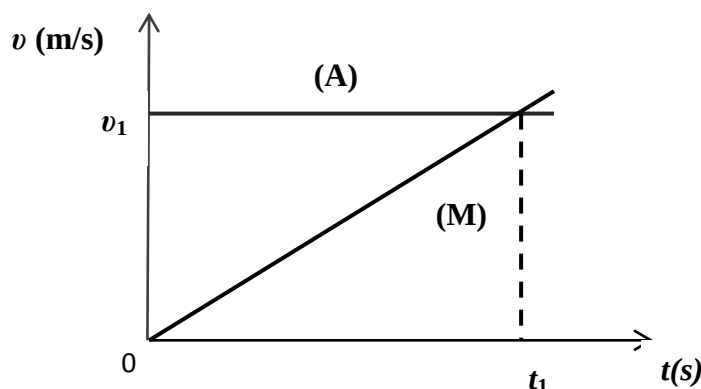
$$\text{Ισχύει: } h = \frac{1}{2} g_{\Gamma} \cdot t_{\Gamma}^2 \quad \text{ή} \quad t_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2h}{g_{\Gamma}}} \quad \text{όμοια} \quad t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{2h}{g_{\Sigma}}} \quad \text{ή} \quad t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{2h}{\frac{g_{\Gamma}}{6}}} \quad \text{ή}$$

$$t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{12h}{g_{\Gamma}}} > t_{\Gamma}$$

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Από τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση από το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζεται από τη γραφική παράσταση και τους άξονες ταχύτητας και του χρόνου.

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και του μοτοσικλετιστή διατηρεί σταθερό πρόσημο συνεπώς ισχύει $S = |\Delta x|$



Έτσι έχουμε:

$$S_A = v_1 \cdot t_1 \quad (1)$$

$$S_M = \frac{1}{2} v_1 \cdot t_1 \quad (2)$$

Συνεπώς από (1) και (2):

$$S_B < S_A$$

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

$$v_A = 36 \frac{km}{h} \quad \text{ή} \quad v_A = 36 \frac{1000 m}{3600s} \quad \text{ή} \quad v_A = 10 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$v_\Sigma = 1 \frac{cm}{s} \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 1 \frac{1m}{100s} \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = \frac{1}{100} \frac{m}{s} \quad (2)$$

Από (1) και (2): $\boxed{\frac{v_A}{v_\Sigma} = 1000}$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Αν τα σώματα μετακινηθούν, εφόσον βρίσκονται σε επαφή, θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση a . Εφαρμόζω το 2^ο ν. του Νεύτωνα για το σώμα μάζας m_2 στο σχήμα α και το σώμα μάζας m_1 στο β Σχήμα α (m_2):

$$\Sigma F_2 = F_2 = m_2 \cdot a$$

Σχήμα β: (m_1):

$$\Sigma F_1 = F_1 = m_1 \cdot a$$

Επειδή $m_1 > m_2$ προκύπτει $F_1 > F_2$

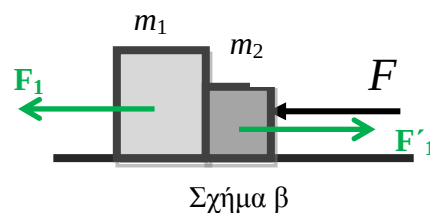
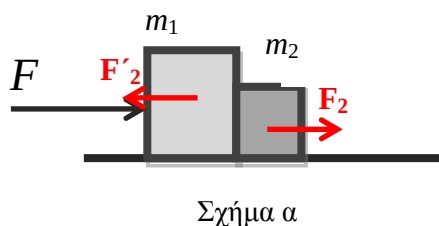
Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει

Σχήμα α (m_1):

$$F'_2 = F_2$$

Σχήμα β: (m_2):

$$F'_1 = F_1$$



B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση θέσης ενός κινητού που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι της μορφής:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Από τα δεδομένα έχουμε $x_0 = 0$ και $v_0 = 0$.

Επομένως η εξίσωση θέσης του κινητού είναι:

$$x = \frac{1}{2} a t^2, \text{ δηλαδή παραβολή.}$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta x.$$

Η τελική ταχύτητα του οχήματος είναι μηδέν και λύνοντας ως προς Δx λαμβάνουμε:

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2a}.$$

B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το εμβαδόν του τραpezίου που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων v , t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος. Επομένως: $\Delta x = \frac{10+8}{2} \cdot 4 = 36 \text{ m}$.

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγησηα' τρόπος

Τα αυτοκίνητα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Γενικά από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε: $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot S$.

Η τελική ταχύτητα είναι μηδέν και λύνοντας ως προς S λαμβάνουμε: $S = \frac{v_0^2}{2a}$.

Έχουμε: $S_1 = \frac{v_{01}^2}{2a_1}$ και $S_2 = \frac{v_{02}^2}{2a_2}$. Διαιρώντας κατά μέλη

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} \cdot \frac{a_2}{a_1} \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2) \text{ και } T_1 = T_2 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3)$$

Η σχέση (1) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (2),(3) γίνεται: $\frac{S_1}{S_2} = 1$

β' τρόπος

Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για τα δύο αυτοκίνητα έχουμε:

$$-T_1 \cdot S_1 = K_{τελ,1} - K_{αρχ,1} \xrightarrow{K_{τελ,1}=0} T_1 \cdot S_1 = K_{αρχ,1} \text{ και}$$

$$-T_2 \cdot S_2 = K_{τελ,2} - K_{αρχ,2} \xrightarrow{K_{τελ,2}=0} T_2 \cdot S_2 = K_{αρχ,2}$$

Αλλά από την εκφώνηση έχουμε $T_1 = T_2$ και $K_{αρχ,1} = K_{αρχ,2}$ επομένως και $S_1 = S_2$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο της δύναμης ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν το οποίο περικλείεται από τη γραμμή που αποδίδει τη δύναμη και τους αντίστοιχους άξονες, επομένως:

$$W_1 = 20\text{J}, \quad W_2 = 10\text{J} \quad \text{και} \quad W_3 = 10\text{J}$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μόνη δύναμη που ασκείται στις δύο πέτρες είναι τα βάρη τους, επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Επομένως:

$$K_{\alpha\rho\chi,A} + U_{\alpha\rho\chi,A} = K_{\tau\epsilon\lambda,A} + U_{\tau\epsilon\lambda,A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 + mgH = K_{\tau\epsilon\lambda,A} \quad \text{και}$$

$$K_{\alpha\rho\chi,B} + U_{\alpha\rho\chi,B} = K_{\tau\epsilon\lambda,B} + U_{\tau\epsilon\lambda,B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 + mgH = K_{\tau\epsilon\lambda,B}$$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια δίδεται από τη σχέση:

$$U = m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } m \text{ η μάζα της σφαίρας και } y \text{ η απόσταση από το έδαφος.}$$

Επομένως η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι μια ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων.

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγησηα' τρόπος

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad v = v_0 + a t \quad (2).$$

$$\text{Από την (1) έχουμε: } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3) \quad (\Delta x = x - x_0 \text{ και } s = |\Delta x|)$$

$$\text{Απαλείφοντας τον χρόνο στις σχέσεις (2) και (3) καταλήγουμε στη σχέση } v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

β' τρόπος

Εφαρμόζοντας διαδοχικά το ΘΜΚΕ και τον 2^ο Ν. Νεύτωνα έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \Sigma F \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m a \cdot s, \text{ και}$$

$$\text{τελικά } v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το διάγραμμα

στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (η ταχύτητα είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται) και την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του μηδενίζεται.

Στη συνέχεια στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ η ταχύτητα γίνεται αρνητική και το μέτρο της αυξάνεται, επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με φορά του αρνητικού ημιάξονα.

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{αρχ} = mgh = 120 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \text{ ή } K_{τελ} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ J}.$$

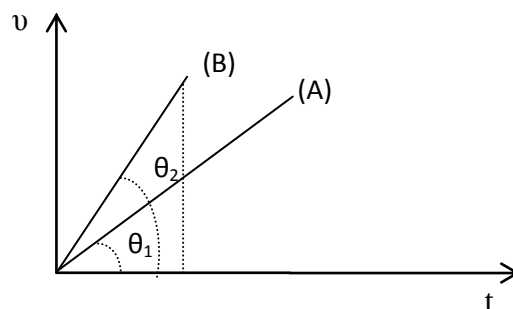
Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{τελ} \text{ ή } U_{τελ} = 80 \text{ J}$$

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση.

Από το δοθέν διάγραμμα η κλίση του διαγράμματος της ταχύτητας του κιβωτίου Β είναι μεγαλύτερη από αυτή του Α.



$$(\varepsilon\varphi\theta_1 < \varepsilon\varphi\theta_2 \text{ ή } \alpha_A < \alpha_B)$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{αρχ} = mgh = 120 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \text{ ή } K_{τελ} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ J}.$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{τελ} \text{ ή } U_{τελ} = 80 \text{ J}$$

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τη χρονική t_1 η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου είναι: $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ (1)

Τη χρονική t_2 η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m4v_1^2 \quad \text{ή λόγω της (1)} \quad K_2 = 4K_1$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι αθλητές έκαναν τα πρώτα 50 m σε χρόνο 10 s κινούμενοι με σταθερή επιτάχυνση, επομένως

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Η ταχύτητα τους στο τέλος των 50 μέτρων είναι:

$$v = at \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}.$$

Τα υπόλοιπα 50 m οι αθλητές τα διήνυσαν σε χρόνο

$$t' = \frac{s}{v} \quad \text{ή} \quad t' = 5 \text{ sec.}$$

Επομένως ο η επίδοση των αθλητών είναι:

$$t_{ολικο} = 10 + 5 = 15 \text{ sec.}$$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μόνη δύναμη που δέχεται το μπαλάκι στην άνοδο αλλά και στη κάθοδο είναι το βάρος του. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τα μέτρα της δύναμης και της επιτάχυνσης έχουμε

$$B = ma \text{ ή } mg = ma \text{ ή } g = a \quad (1)$$

Κατά την άνοδο το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμο ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, επομένως

$$v = v_0 - at \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gt_a \Rightarrow t_a = \frac{v_0}{g} \quad (2)$$

Το τελικό ύψος h που θα φτάσει το μπαλάκι είναι

$$h = v_0 t_a - \frac{1}{2} a t_a^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (3)$$

Κατά την κάθοδο το μπαλάκι εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h , άρα έχουμε

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g t_\kappa^2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2} g t_\kappa^2 \text{ και τελικά}$$

$$t_\kappa = \frac{v_0}{g} \quad (4)$$

Από τις (2) και (4)

$$t_a = t_\kappa$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

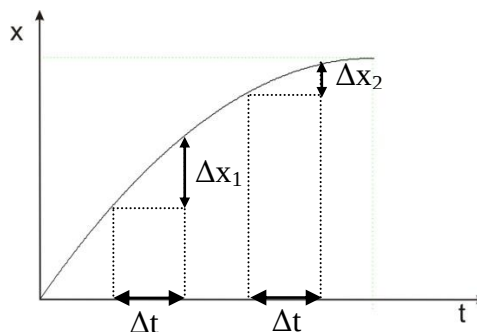
Το κιβώτιο μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 δέχεται, σύμφωνα με το διάγραμμα, οριζόντια (συνισταμένη) δύναμη ίδιας φοράς και μεταβλητού μέτρου, επομένως συνεχώς επιταχύνεται και τελικά τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα την αποκτά τη χρονική στιγμή t_2 .

Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης, επομένως τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση το κιβώτιο την έχει τη χρονική στιγμή t_1 .

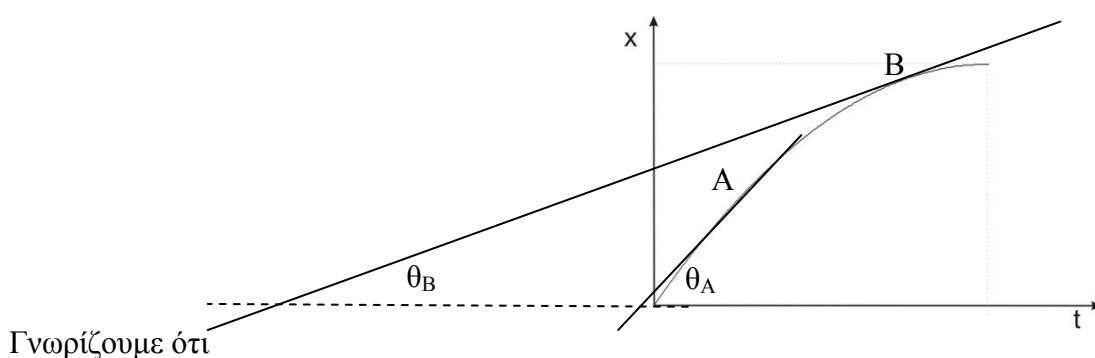
B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου του σκιέρ παρατηρούμε ότι προϊόντος του χρόνου, η μετατόπιση του για το ίδιο χρονικό διάστημα (Δt) μειώνεται ($\Delta x_1 > \Delta x_2$).

Επομένως $\frac{\Delta x_1}{\Delta t} > \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$ ή $v_1 > v_2$, η ταχύτητα συνεχώς μειώνεται, άρα ο σκιέρ εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση.



Η διαφορετικά συγκρίνουμε την κλίση της καμπύλης σε δυο διαφορετικά σημεία στο A και το B



Γνωρίζουμε ότι

$$v_A = \varepsilon\phi\theta_A \text{ και } v_B = \varepsilon\phi\theta_B \quad (1)$$

Από το σχήμα:

$$\theta_A > \theta_B \text{ συνεπώς } \varepsilon\phi\theta_A > \varepsilon\phi\theta_B \quad (2)$$

Από (1) και (2) συμπεραίνουμε

$$v_A > v_B$$

Δηλ. το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ μειώνεται, συνεπώς εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση άρα σωστό το (γ)

B2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη αρχική θέση έως τη θέση x:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = Fx \text{ ή } K - 0 = Fx \text{ ή } K = Fx \quad (1),$$

όπου F η δύναμη που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο.

Εφαρμόζοντας διαδοχικά το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για όλες τις θέσεις του κιβωτίου και έχοντας υπόψη την (1) συμπληρώνουμε τον πίνακα.

x	K
0	0
2x	2K
3x	3K
4x	4K

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση της θέσης του κινητού είναι: $x = 5t + 2t^2$ (S.I), δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ με } x_0 = 0, v_0 = +5 \text{ m/s και } a = +4 \text{ m/s}^2.$$

Τα v_0 και a έχουν το ίδιο πρόσημο, οπότε το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση ταχύτητας,

$$v = v_0 + at = 5 + 4t \text{ (S.I).}$$

Άρα για $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα έχει μέτρο 25 m/s .

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{αρχ} = mgh = 120 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \text{ ή } K_{τελ} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ J.}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{τελ} \text{ ή } U_{τελ} = 80 \text{ J}$$

B₁. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου ($a = f(t)$) και τον άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος Δv . Οπότε:

$$0 - 2s: \Delta v = +8 \text{ m/s}$$

$$2s - 4s: \Delta v = 0$$

$$4s - 6s: \Delta v = -4 \text{ m/s}$$

Άρα στη χρονική διάρκεια 0 - 6s η ταχύτητα έχει μεταβληθεί κατά + 4 m/s και καθώς το όχημα δεν έχει αρχική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή $t_1 = 6s$, η τιμή της θα είναι ίση με + 4 m/s.

B₂. Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις μετατοπίσεις των κιβωτίων.

Έστω $m_A = m_B = m$ και $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$,

$$\text{Κιβώτιο A: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = F \Delta x \quad \text{ή} \quad v_A = \sqrt{\frac{2 F \Delta x}{m}}$$

$$\text{Κιβώτιο B: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = \frac{F}{2} \Delta x \quad \text{ή} \quad v_B = \sqrt{\frac{F \Delta x}{m}}$$

$$\text{Άρα, } v_A = v_B \sqrt{2}$$

B₁. Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m / s. Θεωρώντας ότι τα ηχητικά κύματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:

$$S = v_{\eta\chi} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{S}{v_{\eta\chi}} = 3,5 \text{ s}$$

B₂. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη θέση που τα οχήματα ξεκινούν να επιβραδύνονται μέχρι να ακινητοποιηθούν:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -\Sigma F \cdot \Delta x,$$

όπου v - η αρχική ταχύτητα των οχημάτων.

Η μετατόπιση του φορτηγού θα είναι μεγαλύτερη καθώς έχει μεγαλύτερη μάζα.

ΘΕΜΑ Β**B1. A)**

Κινητική Ενέργεια (J)	Δυναμική Ενέργεια (J)	Μηχανική Ενέργεια (J)
0	80	80
20	60	80
40	40	80
80	0	80

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = 80 \text{ J} = \text{σταθερή}$$

B2. Σωστή απάντηση η (γ)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την αλληλεπίδραση των μαθητριών (ώθηση) ισχύει ο 3^{ος} νόμος του Newton:

$\vec{F}_{M,A} = -\vec{F}_{A,M}$, όπου $\vec{F}_{M,A}$ είναι η δύναμη που ασκεί η Μαρία στην Αλίκη και $\vec{F}_{A,M}$ η δύναμη που ασκεί η Αλίκη στη Μαρία. Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν επιταχύνσεις στις μαθήτριες σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton:

$$F_{M,A} = F_{A,M} \text{ ή } m_A a_A = m_M a_M \text{ ή } \frac{m_A}{m_M} = \frac{a_M}{a_A}$$

$$\text{Εφόσον, } m_M > m_A \text{ τότε } a_M < a_A.$$

B1. Σωστή απάντηση η (α)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η μάζα δεν μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο.

Η ελκτική δύναμη που ασκεί ο πλανήτης στον αστροναύτη έχει μέτρο $w = m g$. Εφόσον στην επιφάνεια του Δία το g_{Δ} είναι μεγαλύτερο σε σχέση με το g στην επιφάνεια της Γης, η ελκτική δύναμη στον Δία θα έχει μεγαλύτερο μέτρο.

B2. Σωστή απάντηση η (α)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η κινητική ενέργεια υλικού σημείου υπολογίζεται από τον τύπο:

$$K = \frac{1}{2} m v^2. \text{ Διπλασιάζοντας την ταχύτητα η κινητική ενέργεια τετραπλασιάζεται οπότε } K' = 4J.$$

Άρα η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι 3J (αύξηση).

B1. Σωστή απάντηση η (β)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το βάρος του κύβου έχει μέτρο

$$B = m g \text{ (1).}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης δηλαδή:

$$g_{\Gamma} = 6,25 g_{\Sigma},$$

άρα σύμφωνα με την (1)

$$B_{\Gamma} = 6,25 B_{\Sigma}.$$

Επίσης εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο:

$$F = ma \text{ ή } a = \frac{F}{m}$$

προκύπτει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ίδιο τόσο στην Γη όσο και στη Σελήνη.

B2. Σωστή απάντηση η (γ)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση της μπίλιας. Οπότε:

$$0 - 20\text{s}: \Delta x_1 = +100 \text{ m}$$

$$20\text{s} - 30\text{s}: \Delta x_2 = -25 \text{ m}$$

Άρα στη χρονική διάρκεια 0 - 30s:

$$\Delta x_{\text{ολ}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = +75 \text{ m και}$$

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 125 \text{ m}$$

B1. Σωστή απάντηση η (β)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι η ταχύτητα της πέτρας δηλ.:

$$v = \frac{dx}{dt} = a \cdot t$$

B2. Σωστή απάντηση η (α)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η κινητική ενέργεια υλικού σημείου υπολογίζεται από τον τύπο:

$K = \frac{1}{2}mv^2$. Όταν η ταχύτητα διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια τετραπλασιάζεται οπότε

$$K' = 4 \cdot K$$

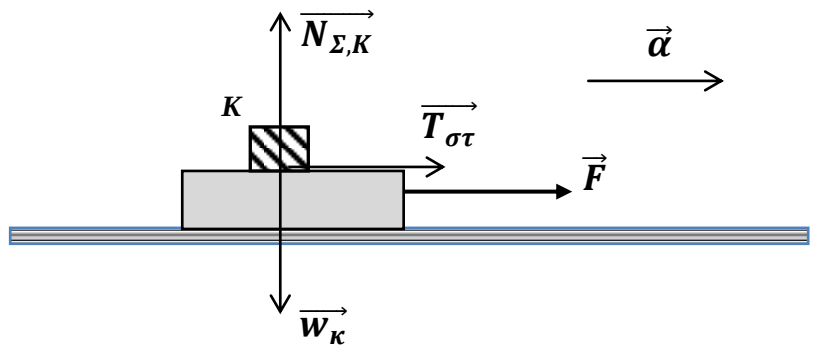
Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μεταλλική σφαίρα από το σημείο Α στο σημείο Β:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \text{ ή } K' - K = W_w \text{ ή } 4K - K = W_w \text{ ή } W_w = 3K,$$

όπου W_w το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη μετατόπιση της από τη θέση Α στην θέση Β.

B₁.

A) Στον κύβο ασκούνται το βάρος $\vec{w}_K$, η κάθετη δύναμη επαφής από τη σανίδα $\vec{N}_{\Sigma,K}$ και η στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma\tau}$.

**B)** Σωστή απάντηση η (γ).Ενδεικτική αιτιολόγηση

Ο κύβος παραμένει ακίνητος ως προς το σύστημα αναφοράς της σανίδας. Το σύστημα σανίδα-κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά και τα δύο σώματα που το αποτελούν κινούνται με κοινή επιτάχυνση σταθερού μέτρου a , ως προς το σύστημα αναφοράς του εδάφους.

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο, απαιτείται δύναμη ίδιας κατεύθυνσης (αιτία) με την επιτάχυνση (αποτέλεσμα).

Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτή είναι η δύναμη της στατικής τριβής.

B₂. Σωστή απάντηση η (α).Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αμαξάκι Α:

$$K_A = \frac{1}{2} m(2v)^2 = 2mv^2$$

Αμαξάκι Β:

$$K_B = \frac{1}{2} 2mv^2 = mv^2$$

Άρα

$$K_A = 2K_B$$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$$\vec{v} = \text{σταθ} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{T}, \text{ όπου } \vec{T}, \text{ η τριβή ολίσθησης.}$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κινητό έχει εξίσωση θέσης,

$$x = 5t + 8t^2 \text{ (S.I.)},$$

δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ με } x_0 = 0, v_0 = +5 \text{ m/s και } a = +16 \text{ m/s}^2.$$

Τα v_0 και a έχουν το ίδιο πρόσημο, οπότε το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση ταχύτητας,

$$v = v_0 + at = 5 + 16t \text{ (S.I.)}.$$

Άρα για $t = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα έχει μέτρο 37 m/s .

B₁. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αφού οι μεταλλικές σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση, κινούνται με την ίδια επιτάχυνση η οποία είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

Εφόσον οι μεταλλικές σφαίρες αφήνονται από το ίδιο ύψος h , ο χρόνος πτώσης είναι ίδιος και υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Άρα φτάνουν στο έδαφος με ταχύτητες ίδιου μέτρου:

$$v = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

B₂. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και τους άξονες ταχύτητας και χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο. Οπότε:

$$S = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400 \text{ m}$$

Η μέση ταχύτητα του σώματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{400}{40} = 10 \text{ m/s}$$

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (α)

B) Όταν ένα σώμα κινείται από μία θέση 1 σε μία θέση 2, η διαφορά των δυναμικών ενεργειών του σώματος ($U_1 - U_2$) μεταξύ των θέσεων 1 και 2 ισούται με το έργο του βάρους του σώματος.

Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος.

Και οι δύο σφαίρες στο ύψος h έχουν δυναμική ενέργεια

$$U_1 = m \cdot g \cdot h,$$

ενώ όταν φθάνουν στο έδαφος έχουν δυναμική ενέργεια

$$U_2 = 0.$$

Και για τις δύο σφαίρες :

$$W_{B1} = W_{B2} = m \cdot g \cdot h - 0 = m \cdot g \cdot h.$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Σύμφωνα με το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, επειδή η μάζα m του κιβωτίου είναι σταθερή, το διάγραμμα της μεταβολής του μέτρου της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο θα είναι της ίδιας μορφής με αυτό του μέτρου της δύναμης.

Στο χρονικό διάστημα $0 - t_1$ το μέτρο της επιτάχυνσης είναι σταθερό και η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$ το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται οπότε η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη.

Τη χρονική στιγμή t_2 η δύναμη μηδενίζεται, οπότε, σύμφωνα με τον 1^ο Νόμο του Νεύτωνα, το κιβώτιο συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

B1.

Σωστή απάντηση είναι η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφόσον η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο, το κιβώτιο θα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση.

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, αφού η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή, θα είναι και η τιμή της δύναμης σταθερή. Άρα το διάγραμμα της τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο θα είναι μία ευθεία παράλληλη στον άξονα του χρόνου.

B2.

Σωστή απάντηση είναι η (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{ολικο}^2$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$t_{ολικο} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο ύψος h το σφαιρίδιο έχει δυναμική ενέργεια $U = m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K = 0$ και μηχανική ενέργεια:

$$E = U + K = m \cdot g \cdot h$$

Έστω ότι σε ύψος h' από το έδαφος η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου έχει γίνει ίση με την κινητική του.

Η δυναμική του ενέργεια θα είναι : $U' = m \cdot g \cdot h'$,

η κινητική του ενέργεια : $K' = U'$

και η μηχανική ενέργεια: $E' = K' + U' = 2U' = 2m \cdot g \cdot h'$.

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας προκύπτει :

$$E' = E \quad \text{ή} \quad 2m \cdot g \cdot h' = m \cdot g \cdot h \quad \text{και}$$

$$\text{τελικά } h' = \frac{h}{2}.$$

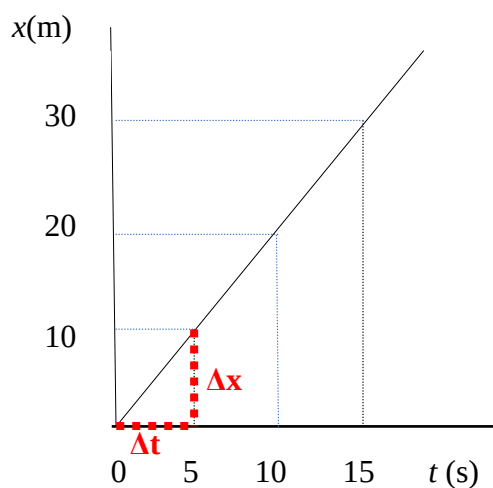
$$\text{Όπως παραπάνω βρίσκουμε ότι} \quad t_E = \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Οπότε

$$\frac{t_{ολικο}}{t_E} = \sqrt{2}$$

B1.**A)**

Χρονική στιγμή $t(s)$	Ταχύτητα $v(m/s)$	Θέση $x(m)$
5	2	10
10	2	20
15	2	30

B)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η κλίση της ευθείας είναι ίση με την ταχύτητα του κινητού.

$$\text{Κλίση} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{5 \text{ s}} \quad \text{δηλ.} \quad \boxed{v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (α).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

B) Το έργο του βάρους ισούται με τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας $U_1 - U_2$ που έχει ένα σώμα μεταξύ δύο θέσεων 1 και 2, όταν αυτό μετακινείται από τη θέση 1 στη θέση 2.

Θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το οριζόντιο επίπεδο.

Και για τα τρία κιβώτια

$$U_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } U_2 = 0$$

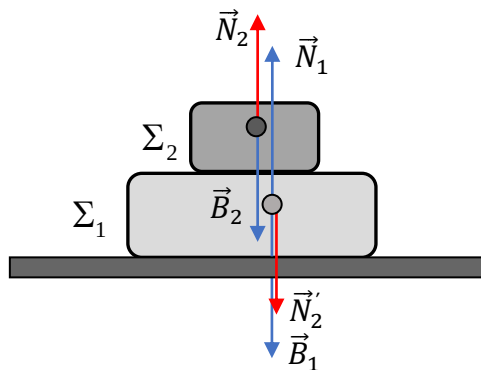
$$\text{Συνεπώς } W_A = W_B = W_\Gamma = m \cdot g \cdot h$$

B1.**A)** και B)Στο σώμα Σ_1 ασκούνται οι δυνάμεις:

- i) Από απόσταση: το βάρος $\vec{B}_1$ από τη Γη,
- ii) Από επαφή: η δύναμη $\vec{N}_1$ από το δάπεδο (αντίδραση) και η $\vec{N}_2'$ από το Σ_2 .

Στο σώμα Σ_2 ασκούνται οι δυνάμεις:

- i) Από απόσταση: το βάρος $\vec{B}_2$ από τη Γη,
- ii) Από επαφή: η δύναμη $\vec{N}_2$ από το Σ_1 .



Γ) Ζεύγος Δράσης-Αντίδρασης αποτελούν οι δυνάμεις: $\vec{N}_2$ (ασκείται στο Σ_2 από το Σ_1) - $\vec{N}_2'$ (ασκείται στο Σ_1 από το Σ_2)

B2.**A)** Σωστή απάντηση είναι η (α)**B)** Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφόσον το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση σύμφωνα με τον 2^ο ν. του Νεύτωνα η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό θα έχει σταθερό μέτρο και κατεύθυνση αντίθετη της μετατόπισης: $\Sigma F = m \cdot a$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη ότι το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι καταναλισκόμενο:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W \text{ ή } \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F \Delta x \text{ ή } \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -m a \Delta x \text{ ή}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot \Delta x$$

Εναλλακτικά

Από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης:

$$v = v_0 - a \cdot t \quad (1) \text{ και } \Delta x = v_0 t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (2)$$

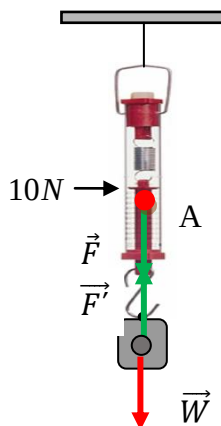
Από τις (1) και (2) απαλοίφοντας το χρόνο καταλήγουμε στη σχέση:

$$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot \Delta x$$

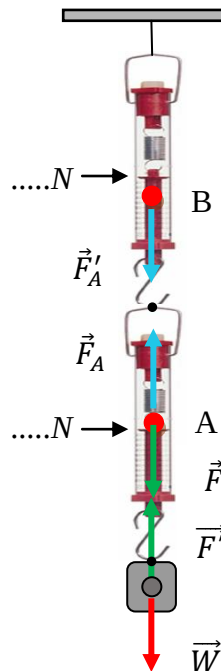
B1.

Α) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Β) Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 1:

Στο σώμα ασκούνται δυο δυνάμεις: η $\vec{F}'$ από το ελατήριο και το βάρος $\vec{W}$ από τη γη.

Το σώμα ισορροπεί συνεπώς από τον 1^ο ν. του Νεύτωνα

$$F' = W \quad (1)$$

Στο ελατήριο Α ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα η οποία είναι ανάλογη της επιμήκυνσης του ελατηρίου (νόμος Hooke).

Από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα $\vec{F}' - \vec{F}$ αποτελούν το ζεύγος (Δράση-Αντίδραση) και συνεπώς

$$F' = F = 10\text{N} \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2) } F = W = 10\text{N} \quad (3)$$

Σχήμα 2:

Στο ελατήριο Α ασκούνται δυο δυνάμεις η δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα και η $\vec{F}_A$ από το ελατήριο Α, από την εκφώνηση στο ελατήριο δεν ασκείται η δύναμη του βάρους.

Εφαρμόζοντας τον 1^ο ν. του Νεύτωνα για το ελατήριο Α λαμβάνουμε:

$$F_A = F = 10\text{N} \quad (4)$$

Ελατήριο Β ασκείται η δύναμη $\vec{F}'_A$ από το ελατήριο Α, από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα $\vec{F}_A - \vec{F}'_A$ αποτελούν το ζεύγος (Δράση-Αντίδραση) και συνεπώς

$$F_A = F'_A \quad (5)$$

Από τις (4) και (5) συμπεραίνω ότι

$$F = F_A = F'_A = 10\text{N}$$

Συνεπώς και το δεύτερο ελατήριο το οποίο αποκτά την ίδια επιμήκυνση με το πρώτο.

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

B) Η εξίσωση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι $v = v_0 + \alpha \cdot t$.
Αν θέσουμε

$$v = 3v_0 \text{ τότε } 3v_0 = v_0 + \alpha \cdot t$$

από όπου προκύπτει ότι

$$t = \frac{2v_0}{\alpha}$$

Αν στην εξίσωση του διαστήματος

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

αντικαταστήσουμε την παραπάνω σχέση για το χρόνο έχουμε

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{2v_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2} \alpha \cdot \left(\frac{2v_0}{\alpha}\right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{4v_0^2}{\alpha}.$$

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, άρα το ύψος και ο χρόνος πτώσης συνδέονται με τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2} g' \cdot t^2,$$

όπου g' η επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια του πλανήτη.

Από αυτήν προκύπτει ότι

$$g' = 2h/t^2 = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (α)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Χρονικό διάστημα $0 - t_1$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με

$$\alpha = F/m \quad \text{και} \quad v = \alpha \cdot t = (F/m) \cdot t_1 > 0$$

Χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με

$$v = (F/m) \cdot t_1.$$

Χρονικό διάστημα $t_2 - t_3$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με

$$\alpha' = F'/m.$$

Επειδή

$$F' = F/2 \text{ θα είναι } \alpha' = F/(2m)$$

Η ταχύτητα σε αυτό το χρονικό διάστημα θα είναι

$$v' = v - \alpha' t \text{ ή } v' = (F/m)t_1 - (F'/m)(t_3 - t_2)$$

$$\text{ή} \quad v' = (F/m) \cdot t_1 - (F/2m) \cdot (t_3 - t_2).$$

$$\text{Αλλά } t_1 = t_3 - t_2 = 1\text{s}.$$

$$\text{Άρα } v' = (F/2m) \cdot t_1 > 0.$$

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Η κίνηση είναι ΕΟ επιβραδυνόμενη αφού η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

Το μέτρο της κλίσης του διαγράμματος είναι $\left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = 4 \text{ m/s}^2$.

Άρα η επιτάχυνση είναι $a = -4 \text{ m/s}^2$.

Το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία του διαγράμματος και τους άξονες εκφράζει αριθμητικά τη μετατόπιση του κινητού κατά το διάστημα $0 - 5 \text{ s}$.

Επομένως $\Delta x = 50 \text{ m}$.

Εναλλακτικά, για τον υπολογισμό της μετατόπισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις της ΕΟ επιβραδυνόμενης κίνησης:

$$v = v_0 - |a| t \quad (1) \quad \text{και}$$

$$\Delta x = v_0 t - |a| t^2 \quad (2).$$

Θέτοντας $v=0$ και απαλείφοντας τον χρόνο βρίσκουμε

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2|a|} = 50 \text{ m}.$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β).

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Στην αρχική θέση της η σφαίρα έχει:

δυναμική ενέργεια $U_{\text{αρχ}} = mgh = 120 \text{ J}$, ενώ η αρχική κινητική ενέργεια είναι $K_{\text{αρχ}} = 0$.

Στην θέση που απέχει $h - h/3 = 2h/3$ έδαφος έχει δυναμική ενέργεια $U = 2mgh/3 = 80 \text{ J}$.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων της σφαίρας λαμβάνουμε:

$$K + U = K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}, \text{ δηλ. } K = 40 \text{ J}.$$

Εναλλακτικά

Μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

$$K - K_{\text{αρχ}} = W_B = mgh/3 \text{ από όπου προκύπτει } K = K_{\text{αρχ}} + mgh/3 = 40 \text{ J}$$

B1.**A)** Σωστή απάντηση είναι η (β)**B)** Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Όταν βρεθούν στην ίδια θέση τα δύο κινητά, θα ισχύει

$$x_A = x_B,$$

οπότε

$$\begin{aligned} 6t &= 2t^2 \text{ ή} \\ 2t^2 - 6t &= 0 \text{ ή} \\ 2t(t-3) &= 0 \end{aligned}$$

απ' όπου προκύπτει

$$t = 0 \text{ και } t = 3$$

Οπότε, μετά την εκτός από την αρχική θέση στην οποία βρίσκονται τα κινητά τη χρονική στιγμή $t = 0$, θα συναντηθούν ξανά τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$.

B2.**A)** Σωστή απάντηση είναι η (β).**B)** Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Στην αρχική θέση της η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια

$$U_{\text{αρχ}} = mgh = 120 \text{ J},$$

ενώ η αρχική κινητική ενέργεια είναι $K_{\text{αρχ}} = 0$.Στην θέση που απέχει $h - h/3 = 2h/3$ έδαφος έχει δυναμική ενέργεια

$$U = 2mgh/3 = 80 \text{ J}.$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων της σφαίρας:

$$K + U = K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}, \text{ λαμβάνουμε } K = 40 \text{ J}.$$

Εναλλακτικά

Μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

$$K - K_{\text{αρχ}} = W_B = mgh/3 \text{ από όπου προκύπτει } K = K_{\text{αρχ}} + mgh/3 = 40 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β**B₁****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

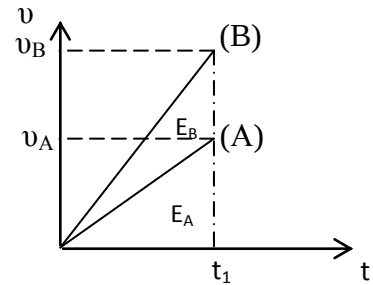
Η μετατόπιση Δx_A και Δx_B των κινητών Α και Β ισούται αλγεβρικά με τα εμβαδά των χωρίων που περικλείονται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας $v - t$ και του άξονα των χρόνων.

$$\Delta x_A = E_A \quad \text{ή με βάση το σχήμα} \quad E_A = \frac{1}{2} \cdot v_A \cdot t_1 \quad (1)$$

$$\Delta x_B = E_B \quad \text{ή με βάση το σχήμα} \quad E_B = \frac{1}{2} \cdot v_B \cdot t_1 \quad (2)$$

$$\text{Από το διάγραμμα έχουμε:} \quad v_A < v_B \quad (3)$$

Σύμφωνα με τις (1), (2) και (3) είναι $E_A < E_B$, άρα $\Delta x_A < \Delta x_B$

**B₂.****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η β.**B)** Αιτιολόγηση

Η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ έχει μέτρο $F_{\text{ολ}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5 \text{ N}$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F_{\text{ολ}} = m \cdot a$ προκύπτει η επιτάχυνση $a = 2,5 \text{ m/s}^2$

B₁**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η β.**B)** Αιτιολόγηση

Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο απέχει από το σηματοδότη απόσταση x_A , ενώ το ποδήλατο απέχει απόσταση x_{Π} .

Οι εξισώσεις μετατόπισης της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t_1^2, \Delta x_{\Pi} = \frac{1}{2} \cdot a_{\Pi} \cdot t_1^2 \text{ και } \Delta x_A = 4 \cdot \Delta x_{\Pi}$$

άρα

$$\frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot a_{\Pi} \cdot t_1^2$$

Προκύπτει :

$$a_A = 4 \cdot a_{\Pi}$$

B₂**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

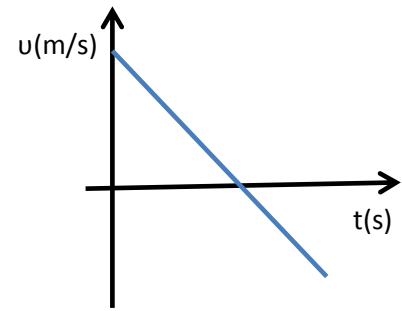
Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας $v = 5 \cdot t$ έχει την ίδια μορφή με $v = a \cdot t$ της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης

Άρα $a = 5 \text{ m/s}^2 = \text{σταθερή}$

Αφού η επιτάχυνση είναι σταθερή και η μάζα του σώματος είναι επίσης σταθερή, επομένως και η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων, σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F = m \cdot a$, είναι επίσης σταθερή.

B1.**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η **α**.**B)** Αιτιολόγηση

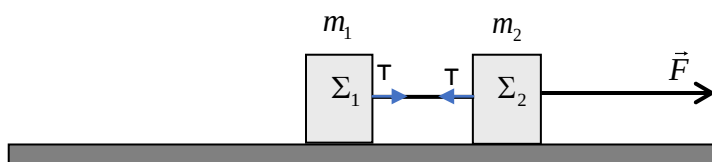
Το διάστημα που εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το κινητό, είναι πάντα θετικός αριθμός. Άρα όταν το σώμα κινείται το διάστημα πάντα αυξάνεται, αφού δεν εξαρτάται από τη φορά της κίνησης.

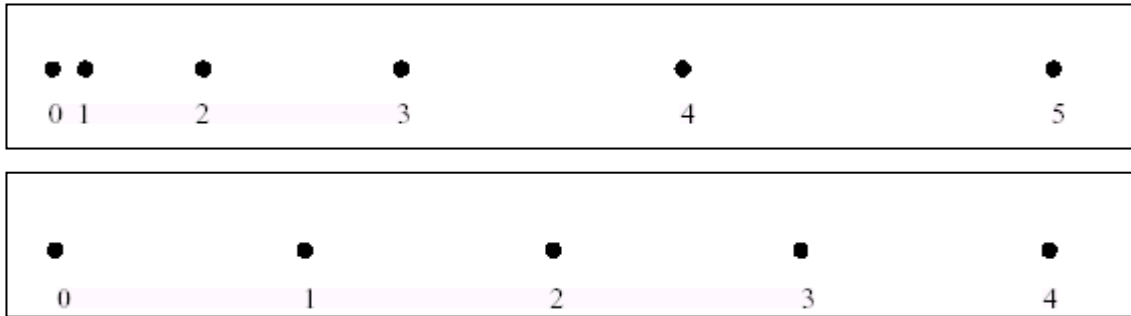
**B2.****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η **β**.**B)** ΑιτιολόγησηΙσχύει $m_1 = m_2 = m$

Για κάθε κιβώτιο:

$$\Sigma F_{\Sigma 1} = T = m_1 \cdot a = m \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma F_{\Sigma 2} = F - T = m_2 \cdot a = m \cdot a \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει : $F - T = T$ άρα $F = 2T$.

B₁.**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων από 2s μέχρι 3s είναι $\Delta t = 1s$

Από τη μέτρηση της μετατόπισης μεταξύ των κουκίδων 2 και 3 σε κάθε χαρτοταινία διαπιστώνουμε ότι $\Delta x_2 > \Delta x_1$.

Από τη σχέση της μέσης ταχύτητας $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ προκύπτει $v_2 > v_1$.

B₂.**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

Το έργο για την άνοδο $W_{B(\text{άνοδος})} = -B \cdot h$

Το έργο για την κάθοδο $W_{B(\text{κάθοδος})} = +B \cdot h$

Συνολικά το έργο : $W_B = W_{B(\text{άνοδος})} + W_{B(\text{κάθοδος})} = 0$

Το έργο του βάρους για τη συνολική μετατόπιση είναι μηδέν.

B₁.**A)** Σωστή απάντηση είναι η β.**B)** Αιτιολόγηση

Καθώς το κέρμα ανεβαίνει, το βάρος έχει κατεύθυνση αντίθετη της μετατόπισης. Άρα για οποιαδήποτε μετατόπιση h , ανεβαίνοντας είναι

$$W(\text{ανόδου}) = - B \cdot h$$

Καθώς το κέρμα κατεβαίνει το βάρος έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτή της κίνησης. Άρα

$$W(\text{καθόδου}) = + B \cdot h$$

B₂.**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

Η μεταλλική σφαίρα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h . Δηλαδή εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Η ταχύτητα της μεταλλικής σφαίρας ακριβώς πριν ακουμπήσει το έδαφος είναι:

$$v_{\text{τελ}} = g \cdot \Delta t \quad (1)$$

Το ύψος που διένυσε είναι:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

Με την αντικατάσταση του Δt της σχέσης (1) στη (2) προκύπτει:

$$h = \frac{v_{\text{τελ}}^2}{2g} \quad (3)$$

Εφόσον η $v_{\text{τελ}} = v$ ισχύει

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (4)$$

Όταν η σφαίρα ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος έχει διπλάσια ταχύτητα $2v$, τότε το ύψος γίνεται με την αντικατάσταση της σχέσης (4)

$$h' = \frac{(2v)^2}{2g} = 4h$$

Εναλλακτικός τρόπος λύσης:

Από την Α. Δ. Μ. Ε. για την πτώση της σφαίρας από ύψος h και ταχύτητα v ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος, έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$$

Προκύπτει

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Το νέο ύψος h' για ταχύτητα $2v$, ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος είναι:

$$h' = \frac{(2v)^2}{2g} = 4h$$

B₁.**A)** Σωστή απάντηση είναι η β.**B)** ΑιτιολόγησηΑσκείται στατική τριβή T στην οριζόντια διεύθυνση

Το κιβώτιο είναι ακίνητο, άρα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_1 - F_2 + T = 0 \quad \text{ή} \quad T = F_2 - F_1 = -1\text{N}$$

Δηλαδή η στατική Τριβή έχει μέτρο 1N και φορά προς τα αριστερά.

**B₂.****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

Η κινητική ενέργεια εκφράζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Το σώμα αρχικά είναι ακίνητο, με τη δράση της δύναμης F , που έχει σταθερό μέτρο, κινείται αρχικά από 0 μέχρι x_A με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.Από 2^ο ν. του Νεύτωνα ισχύει,

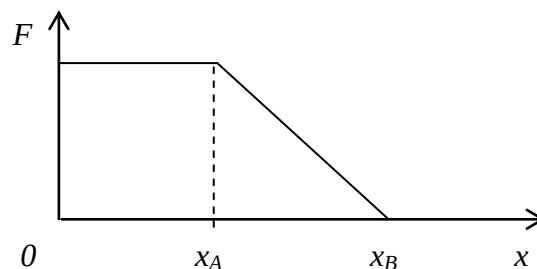
$$F = m \cdot a,$$

δηλαδή, όταν μειώνεται η δύναμη, μειώνεται και η επιτάχυνση.

Από το x_A μέχρι το x_B , το μέτρο της δύναμης F ελαττώνεται μέχρι να μηδενισθεί.

Συνεπώς, το μέτρο της ταχύτητας συνεχίζει να αυξάνεται, αλλά με μειούμενη επιτάχυνση.

Αύξηση της ταχύτητας συνεπάγεται και αύξηση της κινητικής ενέργειας.



B₁.**Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η **α**.**B)** ΑιτιολόγησηΟι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι κάθετες μεταξύ τους.

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Η συνισταμένη έχει μέτρο

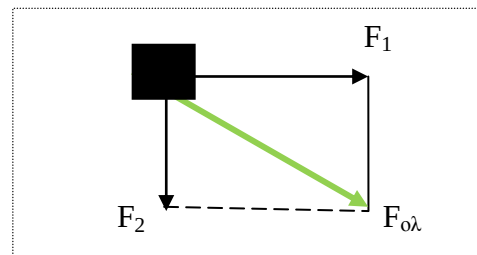
$$F_{ολ} = 5 \text{ N}$$

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$F_{ολ} = m \cdot a$$

Άρα η επιτάχυνση είναι

$$a = 2,5 \frac{m}{s^2}$$

**B₂.****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η **γ**.**B)** Αιτιολόγηση

Για τη σφαίρα Α είναι:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 \quad \text{ή} \quad h = g \cdot t_A^2 \quad (1)$$

Για τη σφαίρα Β είναι:

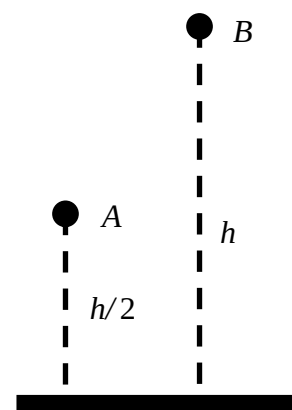
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$g \cdot t_A^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2$$

Συνεπώς

$$t_B = \sqrt{2} \cdot t_A$$



B1.**A)** Σωστή απάντηση είναι η γ.**B)** Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση της μπίλιας πάνω στον άξονα x'x είναι:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 30} = \Delta x_{0 \rightarrow 20} + \Delta x_{20 \rightarrow 30} \quad (1)$$

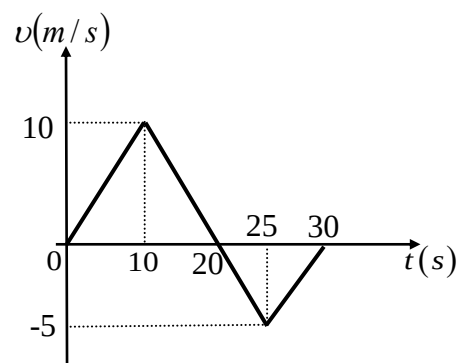
Από τη γραφική παράσταση υπολογίζεται το εμβαδόν των τριγώνων

$$\Delta x_{0 \rightarrow 20} = E_{\mu\beta 1} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (+10) \text{ m} = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_{20 \rightarrow 30} = E_{\mu\beta 2} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (-5) \text{ m} = -25 \text{ m}$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 30} = 75 \text{ m} \text{ και άρα } x_{30} = 75 \text{ m}$$

**B2.****Ενδεικτική απάντηση****A)** Σωστή απάντηση είναι η α.**B)** Αιτιολόγηση

Η μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και κινείται από το σημείο Α στο σημείο Β.

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και έργου (Θ. Μ. Κ. Ε.) ισχύει:

$$K_B - K_A = W_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot (2v)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_B \quad \text{Άρα}$$

$$\Delta U = -W_B = -3K$$

Ή εναλλακτικά

Για την κίνηση της μεταλλικής σφαίρας ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (στη σφαίρα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους):

$$\Delta E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta(K+U) = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta U = -\Delta K \quad (1)$$

$$\Delta K = K_{TEA} - K_{APX} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad \Delta K = 3K_{APX} \quad (2)$$

Από (1) και (2) καταλήγουμε: $\Delta U = -3K_{APX}$ ή $\Delta U = -3K$

B₁.**A)** Σωστή απάντηση είναι η **β**.**B)** Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για την ελεύθερη πτώση που εκτελεί η πέτρα Β ισχύει:

$$h_B = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2 \quad (1)$$

$$\text{Ισχύει } t_A = 2t_B$$

Για την ελεύθερη πτώση που εκτελεί η πέτρα Α ισχύει:

$$h_A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (2t_B)^2 \quad (2)$$

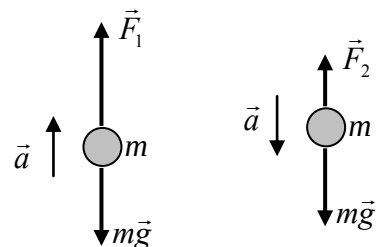
Από το συνδυασμό με τη σχέση (1) και (2) προκύπτει:

$$h_A = 4h_B$$

B₂.**A)** Σωστή απάντηση είναι η **α**.**B)** Ενδεικτική ΑιτιολόγησηΌταν η μεταλλική σφαίρα κινείται προς τα πάνω, με εφαρμογή του 2^{ου} ν. του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F_1 = m \cdot a$$

$$F_1 - m \cdot g = m \cdot a \quad (1)$$

Όταν η μεταλλική σφαίρα κινείται προς τα κάτω, με εφαρμογή του 2^{ου} ν. του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F_2 = m \cdot a$$

$$m \cdot g - F_2 = m \cdot a \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$F_1 - m \cdot g = m \cdot g - F_2$$

Τελικά προκύπτει

$$F_1 + F_2 = 2 \cdot m \cdot g$$

B1.

A) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ_2 είναι:

το βάρος της B_2 , και η τάση του νήματος T_2 .

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ_1 είναι:

το βάρος της B_1 , και οι τάσεις των νημάτων T_1 και T_0 .

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

B) Για τη σφαίρα Σ_2 ισχύει

$$\Sigma F_2 = 0 \text{ ή } T_2 = B_2 \text{ (1).}$$

Για τη σφαίρα Σ_1 ισχύει

$$\Sigma F_1 = 0 \text{ ή } T_0 = B_1 + T_1 \text{ (2).}$$

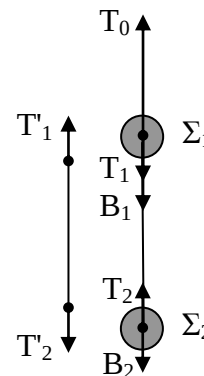
Αν T'_1 και T'_2 οι δυνάμεις που ασκούν οι σφαίρες στο νήμα που τις ενώνει ισχύει με βάση τον 3ο νόμο του Νεύτωνα

$$T'_1 = T_1 \text{ (3) και } T'_2 = T_2 \text{ (4).}$$

Το νήμα είναι αβαρές και τεντωμένο, επομένως $T'_1 = T'_2$ και με την βοήθεια των σχέσεων (3) και (4),

$$T_1 = T_2 \text{ (5).}$$

$$\text{Τελικά } T_2 = T_1 = B_2 \text{ και } T_0 = B_1 + B_2.$$

**B2.** Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Γενικά από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot d.$$

Η τελική ταχύτητα είναι μηδέν και λύνοντας ως προς d λαμβάνουμε:

$$d = \frac{v_0^2}{2a} \text{ (1).}$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (1) για αρχικές ταχύτητες $v_0 = v_1$ και $v_0 = v_2$ έχουμε

$$d_1 = \frac{v_1^2}{2a} \text{ και } d_2 = \frac{v_2^2}{2a}.$$

Διαιρώντας κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $v_2 = 2v_1$ έχουμε $d_2 = 4d_1$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας (E_{MHX} =σταθερή) :

$$E_{MHX} = K + U \text{ ή } K = E_{MHX} - U \text{ ή } K = E_{MHX} - mgy.$$

Η γραφική παράσταση της τελευταίας σχέσης είναι μια ευθεία με αρνητική κλίση ($-mg$).

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης της σφαίρας) έχουμε:

$$\Sigma F = ma \text{ ή } F - mg = m2g \text{ ή } F = 3mg \text{ και τελικά } B = \frac{F}{3}$$

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το διάγραμμα στο χρονικό διάστημα ($2 \rightarrow 3\text{s}$) η ταχύτητα είναι σταθερή, επομένως σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο είναι μηδέν.

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα και στις δύο περιπτώσεις (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης του κιβωτίου) έχουμε:

$$\text{Περίπτωση I: } \Sigma F_I = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma_1$$

$$\text{Περίπτωση II: } \Sigma F_{II} = ma \quad \text{ή} \quad 2F - T = ma_2$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις έχουμε $F = ma_2 - ma_1$ ή $F = 4 \text{ N}$.

B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του, δηλαδή στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$, το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση, επομένως η ταχύτητά του συνεχώς αυξάνεται.

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα και στις δύο περιπτώσεις (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης του κιβωτίου) έχουμε:

$$\text{Περίπτωση I: } \Sigma F_I = ma \quad \text{ή} \quad F_1 = ma$$

$$\text{Περίπτωση II: } \Sigma F_{II} = ma \quad \text{ή} \quad F_1 - \frac{F_1}{3} = ma' \quad \text{ή} \quad \frac{2F_1}{3} = ma'$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις έχουμε τελικά $a' = \frac{2a}{3}$

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

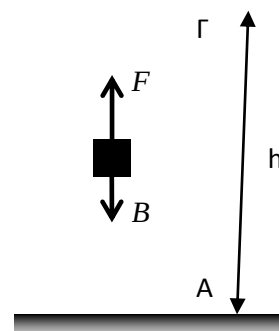
Κατά την άνοδο, στο σώμα ασκούνται η δύναμη $\vec{F}$ και το βάρος $\vec{B}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση Α έως τη θέση Γ που απέχει h από το έδαφος έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \quad \text{ή}$$

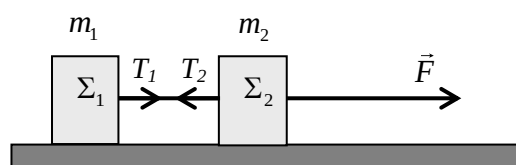
$$\Delta K = W_F + W_B \quad \text{ή}$$

$$\Delta K = F \cdot h - m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \Delta K = 50 \text{ J.}$$

**B2. Σωστή η απάντηση (β)**Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα κατά την οριζόντια διεύθυνση.

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα ($m_1 = m_2 = m$) έχουμε:



$$\text{Σώμα 1: } \Sigma F_1 = ma \quad \text{ή} \quad T_1 = ma \quad (1)$$

$$\text{Σώμα 2: } \Sigma F_2 = ma \quad \text{ή} \quad F - T_2 = ma \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις και δεδομένου ότι

από 3ο νόμο του Νεύτωνα $T_1 = T_2 = T$ (το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα είναι αβαρές και τεντωμένο) έχουμε:

$$F = 2ma \quad \text{ή} \quad \frac{F}{2} = ma \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά

$$T = \frac{F}{2}.$$

B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η σφαίρα και στις δύο περιπτώσεις εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως στη Γη

$$h = \frac{1}{2} g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2$$

στον πλανήτη Α

$$h = \frac{1}{2} g_A t_A^2$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2 = g_A t_A^2 \quad \text{ή}$$

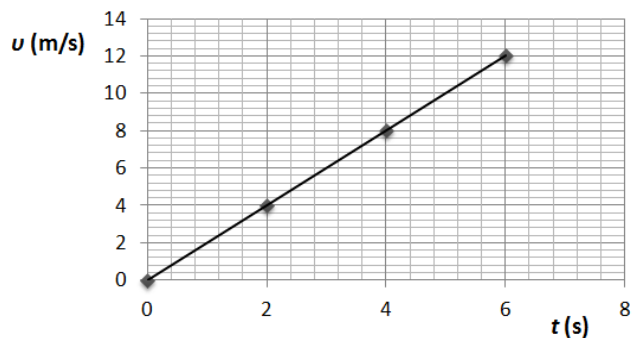
$$g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2 = g_A (3t_{\Gamma})^2$$

$$\text{ή } g_{\Gamma} = 9g_A.$$

B2. Α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)	Θέση x (m)
0	2	0	0
2	2	4	4
4	2	8	16
6	2	12	36

Β) Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$ δίδεται το διπλανό διάγραμμα.



Γ) Η κλίση της ευθείας στο παραπάνω διάγραμμα ισούται με

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{δηλαδή με την επιτάχυνση του σώματος.}$$

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους κάθε σφαίρας ισούται με

$$W_1 = m_1 g h_1 \text{ και}$$

$$W_2 = m_2 g h_2.$$

Αλλά

$$W_1 = m_1 g h_1$$

$$\text{ή } W_1 = \frac{m_2}{2} g 2h_2 \text{ ή}$$

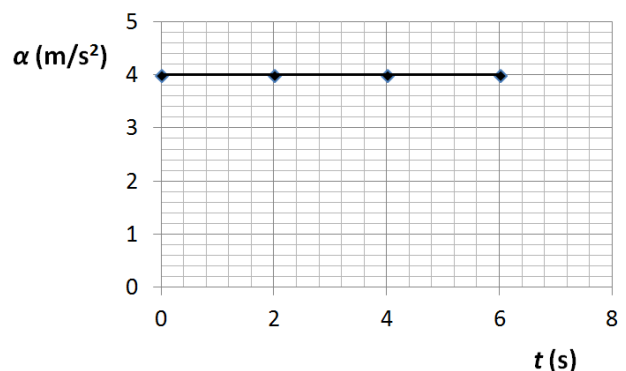
$$W_1 = m_2 g h_2 \text{ και τελικά}$$

$$\boxed{W_1 = W_2}$$

B2. Α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)
0	4	0
2	4	8
4	4	16
6	4	24

Β) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$ δίδεται το διπλανό διάγραμμα.



Γ) Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ του οριζόντιου άξονα t και της γραμμής που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$ ισούται με

$$E = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

εκφράζει δηλαδή τη μεταβολή της ταχύτητας (Δv) για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$.

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους για μια μικρή μετατόπιση του αλεξιπτωτιστή είναι

$$\Delta W = mg\Delta\psi$$

και ο ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του αλεξιπτωτιστή είναι

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = m \cdot g \cdot \frac{\Delta\psi}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$P = m \cdot g \cdot v \quad (1)$$

Οι ταχύτητες που απέκτησαν οι αλεξιπτωτιστές μέχρι τη στιγμή που άνοιξαν τα αλεξίπτωτά τους είναι

$$v_1 = gt_1 \quad \text{και} \quad v_2 = gt_2 \quad \text{ή}$$

$$v_2 = g2t_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = 2v_1 \quad (2)$$

$$\text{Από την (1)} \quad P_2 = mgv_2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} P_2 = mg2v_1 \quad \text{και τελικά}$$

$$P_2 = 2P_1$$

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η δύναμη το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ s}$ είναι σταθερή και το κιβώτιο αρχικά είναι ακίνητο επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$ είναι

$$v_1 = a\Delta t \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{F}{m}\Delta t$$

ταχύτητα του κιβωτίου το χρονικό διάστημα $1 \text{ s} \rightarrow 2 \text{ s}$ είναι σταθερή, άρα τη χρονική στιγμή

$$t = 2 \text{ s} \quad \text{η ταχύτητα του είναι} \quad v_2 = v_1.$$

Η δύναμη το χρονικό διάστημα $2 \text{ s} \rightarrow 3 \text{ s}$ είναι σταθερή, με φορά αντίθετη της ταχύτητας, επομένως το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου

$$\text{τη χρονική στιγμή } t = 3 \text{ s} \text{ είναι } v_3 = v_2 - |\alpha|\Delta t$$

$$\text{ή} \quad v_3 = \frac{F}{m}\Delta t - \frac{F}{m}\Delta t \quad \text{και τελικά}$$

$$v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ΕΟΜ κίνηση συνεπώς το μέτρο της επιτάχυνσης είναι σταθερό, δηλ. $a = \text{σταθ.}$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα: $F = m \cdot a$ συμπεραίνουμε ότι και το μέτρο της δύναμης θα είναι σταθερό δηλ. $F = \text{σταθερό.}$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Υπολογισμός ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t=3s$.

Η κίνηση του κιβωτίου διακρίνεται σε τρία στάδια:

1^ο στάδιο: 0-1s

$F_1 = \text{σταθ.}$ σύμφωνα με τον 2^ο ν. Νεύτωνα $a_1 = \frac{F_1}{m} = \text{σταθ.}$ δηλ. το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΜ κίνηση.

Συνεπώς η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή t_1 δίδεται από τη σχέση: $v_1 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1$ (1)

2^ο στάδιο: 1s -2s

$F_2 = 0N$ σύμφωνα με τον 1^ο ν. του Νεύτωνα το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΚ. Συνεπώς η ταχύτητα παραμένει σταθερή και τη χρονική στιγμή θα δίδεται από τη σχέση: $v_2 = v_1 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1$ (2)

3^ο στάδιο: 2s -3s

$F_3 = \text{σταθερ.}$ σύμφωνα με τον 2^ο ν. του Νεύτωνα $a_3 = \frac{F_3}{m}$ το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΜ κίνηση επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα v_2 . Συνεπώς

$$v_3 = v_2 + \frac{F_3}{m} \Delta t_3 \text{ και αντικαθιστώντας από τη (2)}$$

$$v_3 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1 + \frac{F_3}{m} \cdot \Delta t_3 \text{ ή } \boxed{v_3 = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1 + F_3 \cdot \Delta t_3}{m}} \text{ (3)}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές από το διάγραμμα λαμβάνουμε: $v_3 = -10 \frac{m}{s}$ δηλ. $v_3 < 0$

Συνεπώς σωστό το γ

ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στον αλεξιπτωτιστή ασκούνται δυο δυνάμεις: το βάρος του w και η αντίσταση του αέρα F_A .

Κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή το έργο του βάρους είναι παραγόμενο ενώ της αντίστασης του αέρα καταναλισκόμενο.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας έργου για την κίνηση του αθλητή:

$\Delta K = W_B + W_{F_A}$ ή $K - 0 = W_B + W_{F_A}$ ή $K = W_B + W_{F_A}$ ή με $W_{F_A} < 0$ επειδή το έργο της F_A καταναλισκόμενο συνεπώς $K < W_B$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στον (Α) ασκούνται οι δυνάμεις:

Από επαφή: η κάθετη δύναμη από το δάπεδο (F_{NA}),
η δύναμη F_A από το σκοινί

Από απόσταση: η δύναμη του βάρους (W_A)

Ισχύει: $F_{NA} = W_A$ και από 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τον (Α)

$$\alpha_A = \frac{F_A}{m_A} \quad (1)$$

Στον (Β) ασκούνται οι δυνάμεις:

Από επαφή: η κάθετη δύναμη από το δάπεδο (F_{NB}), η δύναμη F_B από το σκοινί

Από απόσταση: η δύναμη του βάρους (W_B)

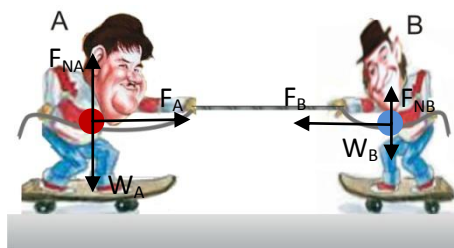
Ισχύει: $F_{NB} = W_B$ και από 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τον (Β)

$$\alpha_B = \frac{F_B}{m_B} \quad (2)$$

Επειδή το σκοινί δεν έχει μάζα ισχύει: $F_A = F_B = F$ (3)

επομένως από (1) και (2) (3) και τη σχέση $m_A = 2 \cdot m_B$ προκύπτει: $\alpha_B = 2 \cdot \alpha_A$

Συνεπώς σωστό το γ



ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (B)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα. Εφόσον η αρχική και η τελική θέση είναι ίδιες το έργο του βάρους θα είναι μηδέν

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και τον άξονα του χρόνου. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\Delta x = E_1 - E_2$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

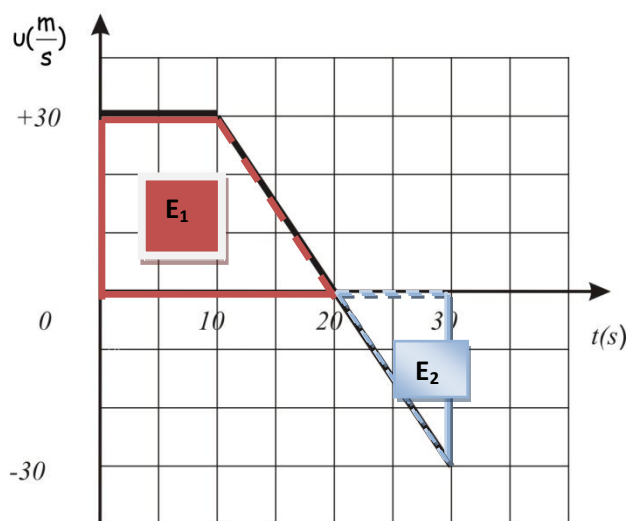
$$E_1 = \frac{10 + 20}{2} \cdot 30 \text{ m} \quad \boxed{\Delta x_1 = +450 \text{ m}} \quad (1)$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

$$E_2 = \frac{10 \cdot 30}{2} \text{ m} \quad \boxed{\Delta x_2 = -150 \text{ m}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει: $\Delta x = +300 \text{ m}$

Συνεπώς σωστό το (α)



ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

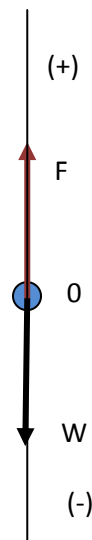
Στον πίθηκο ασκούνται οι δυνάμεις

Από επαφή: από το κλαδί η F Από απόσταση το βάρος W

Ο πίθηκος ισορροπεί:

Από τον 1^ο ν. του Νεύτωνα ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F - W = 0$ ή $F = W$ ή $\boxed{F = m \cdot g}$ Με αριθμητική αντικατάσταση $F=400\text{N}$. Από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα ισχύει: $F'=F$ όπου F' η δύναμη που ασκείται από τον πίθηκο στο κλαδί

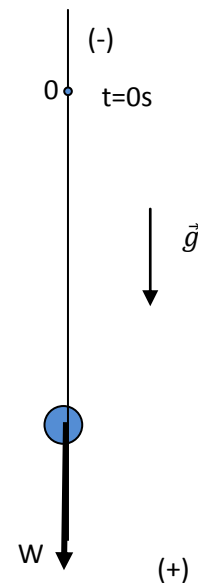
Συνεπώς σωστή η απάντηση η(β)

**B2.** Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική ΑιτιολόγησηΗ σφαίρα εκτελεί ΕΟΜ κίνηση με επιτάχυνση $\vec{g}$.Με θέση $x=+10\text{m}$, $a = +10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $t=2\text{s}$ και ζητούμενο την αρχική ταχύτηταΑπό την εξίσωση κίνησης έχουμε: $x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Αντικαθιστώντας τις αρχικές τιμές λαμβάνουμε:

$$+10\text{m} = v_0 \cdot 2\text{s} + \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2\text{s})^2 \quad \boxed{v_0 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad (1)$$

Η σχέση (1) δείχνει ότι η αρχική ταχύτητα έχει φορά προς τα άνω, συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (α)



ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας - έργου για την μπάλα:

$$\Delta K = W_{F_{ολ}} \quad \text{ή} \quad K_{τελική} - K_{αρχική} = W_{F_{ολ}} \quad \text{ή} \quad 4 \cdot K_{αρχική} - K_{αρχική} = W \quad \text{ή} \quad \boxed{3 \cdot K_{αρχική} = W}$$

Συνεπώς σωστή η απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στα αντίστοιχα σχήματα:

Σχήμα (Α)

$$F_1 - W = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F_1 = \frac{W}{2} + W \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F_1 = \frac{3 \cdot W}{2}} \quad (1)$$

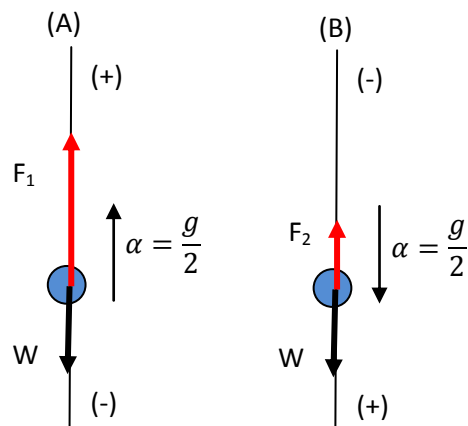
Σχήμα (Β)

$$W - F_2 = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F_2 = W - \frac{W}{2} \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F_2 = \frac{W}{2}} \quad (2)$$

Συγκρίνοντας την (1) και (2) συμπεραίνουμε: $\boxed{F_1 = 3 \cdot F_2}$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)



ΘΕΜΑ Β**B1.**

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
A	20	80	100
B	40	60	100
Γ	90	10	100

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ) για την κίνηση της μπάλας:

$$E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = K + U \quad (1)$$

Κάνουμε τις αντίστοιχες αριθμητικές αντικαταστάσεις στην σχέση (1)

Σημείο Α: $100\text{J} = K_A + 80\text{J} \quad \boxed{K = 20\text{J}} \quad (2)$

Σημείο Β: Από την ΑΔΜΕ $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},B} = E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},A}$ ή $\boxed{E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},B} = 100\text{J}}$

$$100\text{J} = 40\text{J} + U_B \quad \boxed{U_B = 60\text{J}} \quad (3)$$

Σημείο Γ: Από την ΑΔΜΕ $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},\Gamma} = E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},A}$ ή $\boxed{E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},\Gamma} = 100\text{J}}$

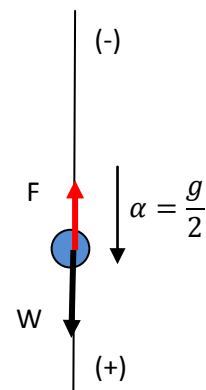
$$100\text{J} = K_\Gamma + 10\text{J} \quad \boxed{K = 90\text{J}} \quad (4)$$

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα:

$$W - F = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F = W - \frac{W}{2} \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F = \frac{W}{2}}$$



Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

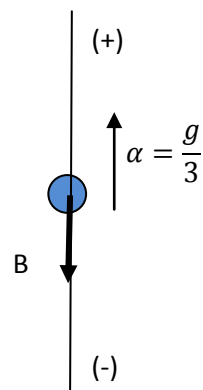
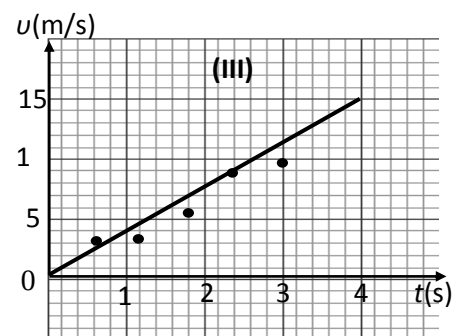
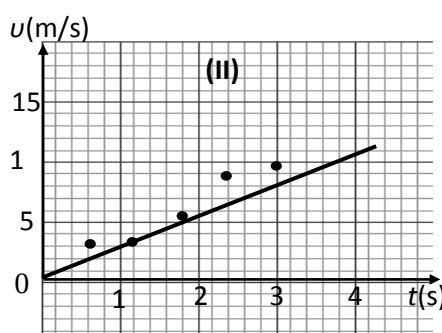
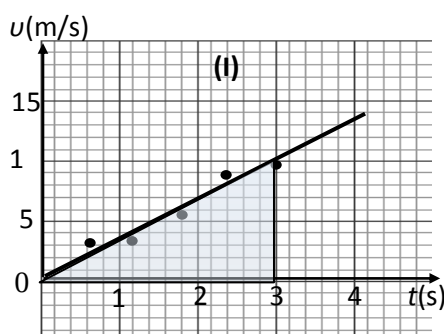
ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα:

$$F - B = m \cdot \frac{g}{3} \quad \text{ή} \quad F = \frac{W}{3} + W \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F = \frac{4 \cdot W}{3}} \quad (1)$$

Από την (1) προκύπτει ότι σωστή απάντηση είναι η (β)

**B2.** Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από τα τρία διαγράμματα στο (I) έχει χαραχθεί σωστά η ευθεία που παριστάνει τα πειραματικά δεδομένα διότι σε αυτή τα πειραματικά σημεία βρίσκονται εκατέρωθεν.

Η επιτάχυνση υπολογίζεται από την κλίση της παραπάνω ευθείας, δηλ. στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος (I) υπολογίζω την εφαπτόμενη της γωνίας α :

$$\alpha = \frac{1 \frac{m}{s}}{3s} \quad \text{ή} \quad \boxed{a = \frac{1}{3} \frac{m}{s^2}}$$

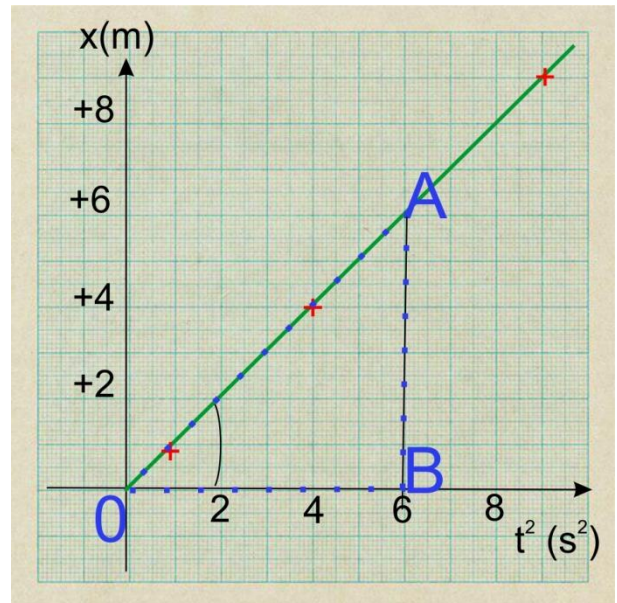
ΘΕΜΑ Β**B1.** Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το τετράγωνο του χρόνου.

Παρατηρούμε ότι τα σημεία βρίσκονται σέ μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων δηλ. η θέση συνδέεται με το χρόνο με μια εξίσωση της μορφής:

$x = \kappa \cdot t^2$ με κ την κλίση της ευθείας και στην περίπτωση μας είναι η εφαπτόμενη της γωνίας O στο ορθογώνιο τρίγωνο OAB :

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{AB}{OB} \\ \kappa &= \frac{6m}{6s^2} \\ \kappa &= 1 \frac{m}{s^2} \quad (1)\end{aligned}$$



Από το νόμο της μετατόπισης στην ΕΟΜ κίνηση και τη σχέση (1) προκύπτει για την επιτάχυνση της κίνησης:

$$\frac{\alpha}{2} = 1 \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 2 \frac{m}{s^2}}$$

συνεπώς από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη θα είναι 2000N και από το νόμο της ταχύτητας στην ΕΟΜ κίνηση η ταχύτητα για $t=2s$ χωρίς αρχική ταχύτητα προκύπτει:

$$v = 4 \frac{m}{s}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η β

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Οι δυο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση συνεπώς με εφαρμογή του Θεωρήματος Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για τη κίνησή τους θα ισχύει για την κινητική ενέργεια που φθάνουν στο έδαφος:

$$\begin{aligned}\text{Σφαίρα Α:} \quad K_1 &= m \cdot g \cdot h_1 & K_1 &= m \cdot g \cdot 2h_2 \\ K_1 &= 2 \cdot K_2\end{aligned}$$

Επομένως σωστή η (γ)

B1.

Ύψος από το έδαφος h (m)	Κινητική ενέργεια K (J)	Δυναμική ενέργεια U (J)	Ταχύτητα v (m/s)
180	0	3600	0
100	1600	2000	40
0	3600	0	60

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = \text{σταθερή} \quad \text{κα ίση με}$$

$$U_{\text{στο } h=180\text{m}} = 3600 \text{ J} = K_{\text{στο } h=0\text{m}}$$

Επίσης από την εξίσωση κίνησης υπολογίζεται ο χρόνος πτώσης:

$$y = 180 - h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2(180-h)}{g}}$$

και στη συνέχεια από την εξίσωση της ταχύτητας στην ελεύθερη πτώση, $v = gt$, συμπληρώνεται η τελευταία στήλη του πίνακα.

Η ταχύτητα εναλλακτικά μπορεί να υπολογισθεί και από τη σχέση (1):

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{2K}{m}}} \quad (1)$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ).Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και το διάστημα που διανύει υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S = \frac{1}{2} a t^2, \quad \text{οπότε για } t_2 = 2t_1 \text{ θα είναι } S_2 = 4S_1$$