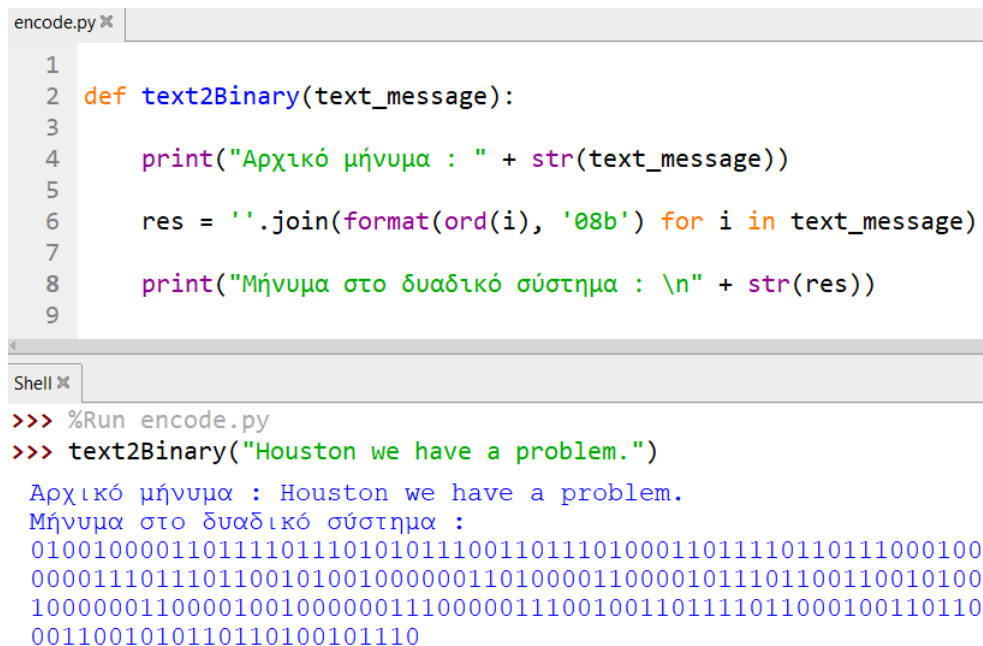


Ενότητα 1. Ψηφιακός κόσμος

1.1 Εισαγωγή

Οι φυσικές επιστήμες έχουν ως στόχο τη μελέτη και κατανόηση των φυσικών φαινομένων, και γενικότερα την κατανόηση του φυσικού κόσμου που μας περιβάλλει. Αντίστοιχα, στον 21^ο αιώνα, ένας άλλος κόσμος έχει αναδειχθεί ως κεντρικό μέρος της ζωής μας: ο ψηφιακός κόσμος. Η Πληροφορική, η επιστήμη που ασχολείται με την αναπαράσταση, την επεξεργασία και την αποθήκευση της πληροφορίας, είναι το εργαλείο μας για την κατανόηση και την εκμετάλλευση αυτού του νέου κόσμου. Όπως η Φυσική μελετά και εξηγεί τα φαινόμενα του φυσικού κόσμου, έτσι και η Πληροφορική αναλύει και επεξεργάζεται τα δεδομένα και τις διαδικασίες που συγκροτούν τον ψηφιακό κόσμο.

Σ' αυτό το κεφάλαιο, θα εξερευνήσουμε πώς αναπαρίσταται η πληροφορία και πώς αυτή η αναπαράσταση είναι η βάση για όλα τα ψηφιακά συστήματα που χρησιμοποιούμε καθημερινά. Από τους υπολογιστές και τα κινητά τηλέφωνα έως το Διαδίκτυο και τις εφαρμογές του, η Πληροφορική μας παρέχει τα εργαλεία για να δημιουργήσουμε, να επεξεργαστούμε και να κατανοήσουμε την πληροφορία με τρόπους που ήταν αδιανόητοι λίγες μόλις δεκαετίες πριν. Μέσα από αυτή την εξερεύνηση, θα δούμε πώς η αναπαράσταση της πληροφορίας μας επιτρέπει να κατανοήσουμε και να επηρεάσουμε τον ψηφιακό κόσμο, ανοίγοντας αμέτρητες δυνατότητες για το μέλλον.



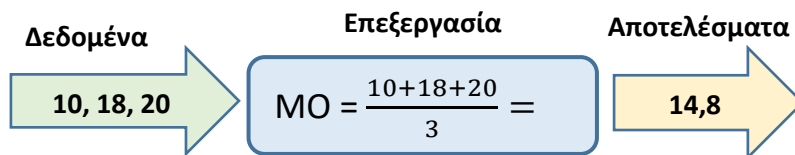
```
encode.py x
1
2 def text2Binary(text_message):
3
4     print("Αρχικό μήνυμα : " + str(text_message))
5
6     res = ''.join(format(ord(i), '08b') for i in text_message)
7
8     print("Μήνυμα στο δυαδικό σύστημα : \n" + str(res))
9

Shell x
>>> %Run encode.py
>>> text2Binary("Houston we have a problem.")
Αρχικό μήνυμα : Houston we have a problem.
Μήνυμα στο δυαδικό σύστημα :
0100100001101111011101010111001101110100011011110110111000100
0000111011101100101001000000110100001100001011101100110010100
1000000110000100100000011100000111001001101111011000100110110
0011001010110110100101110
```

Εικόνα 1.1. Ένα πρόγραμμα στη γλώσσα προγραμματισμού Python που εμφανίζει τη δυαδική αναπαράσταση ενός κειμένου/μηνύματος στην αγγλική γλώσσα. Ουσιαστικά το πρόγραμμα αυτό μεταφράζει ένα μήνυμα από την ανθρώπινη γλώσσα στη γλώσσα των υπολογιστών. Το πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί στο περιβάλλον Thonny (<https://thonny.org/>).

1.2 Δεδομένα – πληροφορία

Οι υπολογιστές είναι μηχανές επεξεργασίας δεδομένων. Ένα παράδειγμα επεξεργασίας δεδομένων είναι ο υπολογισμός του μέσου όρου της σχολικής βαθμολογίας μας. Τα δεδομένα εισόδου είναι οι βαθμοί των τριμήνων σε ένα μάθημα. Ο υπολογισμός του μέσου όρου των βαθμών όλων των τριμήνων αναλύεται στον υπολογισμό του αθροίσματός τους και στη διαίρεση αυτού με το πλήθος τους, δηλαδή 3. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει από έναν άνθρωπο αρκετά γρήγορα.



Στο παραπάνω παράδειγμα τα δεδομένα είναι οι βαθμοί του μαθητή.



Με τον όρο **δεδομένα (data)** εννοούμε πρωτογενή, ακατέργαστα, ανοργάνωτα στοιχεία γνώσης, τα οποία μπορούν να επεξεργαστούν από τον άνθρωπο ή τον υπολογιστή.

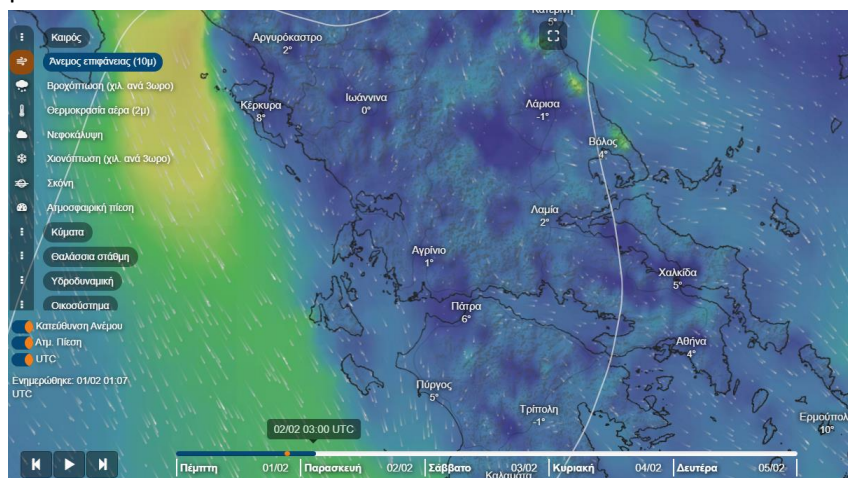
Η πληροφορία θα μπορούσε να είναι ότι έχει περάσει το μάθημα αφού $14,8 > 10$.



Με τον όρο **πληροφορία** εννοούμε τη σημασία που δίνει ο άνθρωπος σε ένα σύνολο δεδομένων τα οποία επεξεργάζεται.

Ωστόσο, υπάρχουν υπολογισμοί που δεν είναι εύκολο να γίνουν γρήγορα με χαρτί και μολύβι, ούτε ακόμη και με τη χρήση αριθμομηχανής, όπως ο υπολογισμός των φόρων όλων των Ελλήνων πολιτών που απαιτεί εκατομμύρια υπολογισμούς. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ένα καλά σχεδιασμένο πρόγραμμα υπολογιστή μπορεί να δώσει αποτελέσματα σε λίγα μόλις δευτερόλεπτα.

Αντίστοιχο παράδειγμα αποτελεί η πρόβλεψη του καιρού. Τα δεδομένα σε αυτή την περίπτωση αποτελούν οι μετρήσεις για διάφορες καταστάσεις της ατμόσφαιρας, όπως η ατμοσφαιρική πίεση, η θερμοκρασία, η υγρασία, από μετεωρολογικούς σταθμούς σε διάφορα σημεία της χώρας. Τα δεδομένα αυτά τροφοδοτούν υπολογιστικά μοντέλα που υλοποιούν αλγορίθμους οι οποίοι προσομοιώνουν τις φυσικές διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στην ατμόσφαιρα και υπολογίζουν την εξέλιξη του καιρού τις επόμενες ώρες ή και μέρες. Η εικόνα 1.2 είναι από το σύστημα «Ποσειδών» (<https://poseidon.hcmr.gr>).



Εικόνα 1.2. Μετεωρολογικά δεδομένα από το σύστημα ΠΟΣΕΙΔΩΝ

Ένα ακόμα παράδειγμα επεξεργασίας δεδομένων είναι το παρακάτω:

Έστω ότι έχετε έναν πίνακα με θερμοκρασίες καταγεγραμμένες κάθε ώρα σε έναν τομέα της πόλης:

Ώρα	Θερμοκρασία (°C)
08:00	20
09:00	22
10:00	23
11:00	25

Αυτά είναι δεδομένα. Τώρα, αν προσθέσουμε μια ερμηνεία σε αυτά τα δεδομένα, π.χ. "Η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά 5 βαθμούς από τις 08:00 έως τις 11:00", τότε αυτή η πληροφορία αντλείται από τα δεδομένα. Η πληροφορία είναι η ερμηνεία και η σημασιολογική αξία που παίρνουμε από τα δεδομένα.

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι τα δεδομένα είναι οι ακατέργαστες πληροφορίες, ενώ η πληροφορία είναι το αποτέλεσμα της επεξεργασίας και ερμηνείας αυτών των δεδομένων.

Άλλα παραδείγματα δεδομένων είναι :

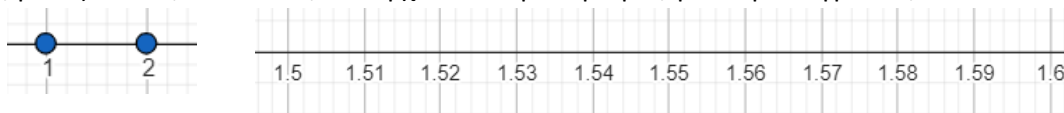
- Η θερμοκρασία σήμερα στην Αθήνα είναι 25°C.
- Η υγρασία είναι 60%.
- Η ταχύτητα του ανέμου είναι 10 χιλιόμετρα την ώρα.

Ενώ η πληροφορία θα μπορούσε να είναι :

- Ο καιρός στην Αθήνα είναι ζεστός και υγρός, με μέτριο άνεμο.

1.3 Αναπαράσταση πληροφορίας

Η πληροφορία μπορεί να αναπαρασταθεί με δύο τρόπους: αναλογικά και ψηφιακά. Η αναλογική πληροφορία παίρνει όλες τις δυνατές τιμές εντός ενός συγκεκριμένου εύρους, όπως ακριβώς συμβαίνει με τους πραγματικούς αριθμούς. Στην άλλη περίπτωση, μεταξύ των ακέραιων αριθμών 1 και 2 δεν υπάρχει άλλος ακέραιος αριθμός. Πρόκειται για δύο διακριτές τιμές. Ο τρόπος αυτός αναπαράστασης της πληροφορίας λέγεται ψηφιακός. Ωστόσο, μεταξύ του 1,5 και του 1,6 υπάρχουν άπειροι αριθμοί, για παράδειγμα ο 1,52.



Υπάρχει δηλαδή μια συνέχεια η οποία δε διακόπτεται όσο κι αν προχωρήσουμε σε ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων.

Ένα παράδειγμα αναλογικής πληροφορίας που συναντάμε καθημερινά είναι το ρολόι με τους δείκτες. Δίπλα η ώρα είναι 5 το απόγευμα στο Λονδίνο σε αναλογική και σε ψηφιακή μορφή. Τι ρολόι θα προτιμούσατε εσείς; Αναλογικό ή ψηφιακό; Γιατί πιστεύετε ότι τα ρολόγια με τους δείκτες άντεξαν στο πέρασμα του χρόνου;



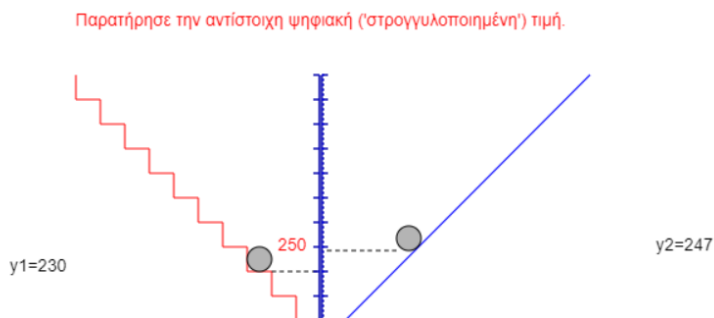
17:00

Η αναλογική πληροφορία συναντάται σε μετρήσεις φυσικών μεγεθών, όπως η ένταση του ήχου, η φωτεινότητα, ή θερμοκρασία, η ατμοσφαιρική πίεση κ.λπ. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα διαφοράς μεταξύ αναλογικής και ψηφιακής πληροφορίας αποτελεί η σκάλα σε αντιδιαστολή με μια ανηφόρα.

Ψηφιακή Κλίμακα

Αναλογική Κλίμακα

Και στις δύο περιπτώσεις ανεβαίνεις. Στην πρώτη περίπτωση όμως, ανεβαίνεις μόνο στο ύψος που βρίσκεται κάθε σκαλί. Κάθε ύψος είναι διακριτό, ενώ στην περίπτωση του ανηφορικού δρόμου, αν κάνεις πολύ μικρά βήματα, μπορείς να ανέβεις σε ύψος που βρίσκεται ανάμεσα σε δύο σκαλιά.



Εικόνα: 1.3. Αναπαράσταση της διαφοράς μεταξύ ψηφιακής και αναλογικής πληροφορίας

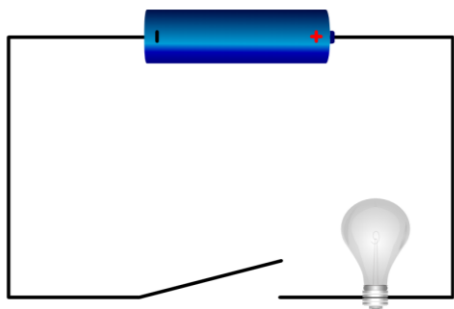


Με τον όρο **ψηφιακό (digital)** εννοούμε ένα σύστημα που παίρνει τιμές από ένα σύνολο διακριτών τιμών, ενώ σε ένα **αναλογικό (analog)** σύστημα οι τιμές είναι συνεχόμενες, δηλαδή πάντα μεταξύ δύο τιμών υπάρχουν και άλλες τιμές, όπως συμβαίνει στον φυσικό κόσμο.

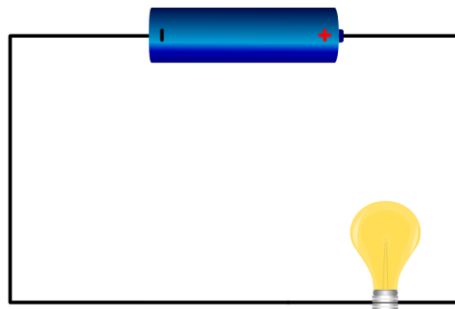
Συνήθως, οι ψηφιακές τεχνολογίες έχουν το πλεονέκτημα της ευκολίας στον χειρισμό και της επεξεργασίας, ενώ η αναλογική πληροφορία συνδέεται στενά με την αναπαράσταση φαινομένων στον πραγματικό κόσμο.

1.4 Δυαδικοί αριθμοί – Η γλώσσα των υπολογιστών

Η αναπαράσταση των δεδομένων στους υπολογιστές και γενικότερα σε όλες τις ψηφιακές συσκευές (κινητά τηλέφωνα, ταμπλέτες) γίνεται στη δυαδική γλώσσα (binary language). Αυτή η γλώσσα αποτελείται από δύο μόνο ψηφία: 0 και 1. Όλα τα δεδομένα σ' έναν υπολογιστή κωδικοποιούνται σε σειρές 0 και 1, είτε αυτές είναι κείμενο, είτε φωτογραφίες, είτε βίντεο. Αυτό συμβαίνει γιατί οι υπολογιστές μπορούν να αναγνωρίζουν μόνο δύο καταστάσεις: ανοιχτό (0) και κλειστό (1).



Εικόνα 1.4. Ανοιχτό κύκλωμα, δε διέρχεται ρεύμα. Η κατάσταση αυτή αναπαρίσταται με το **0**.



Εικόνα 1.5. Κλειστό κύκλωμα, διέρχεται ρεύμα. Η κατάσταση αυτή αναπαρίσταται με το **1**.



Για την αναπαράσταση των δεδομένων χρειάστηκε ένα αριθμητικό σύστημα με δύο μόνο ψηφία, το 0 και το 1, το **δυναδικό σύστημα**. Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιείται στους υπολογιστές, όπως χρησιμοποιείται από τους ανθρώπους το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.

Τα **δυναδικά ψηφία 0 και 1** αντιστοιχούν στις δύο καταστάσεις που «αντιλαμβάνεται» ο υπολογιστής.



Το δυαδικό ψηφίο, που ονομάζεται **bit** (binary digit), παίρνει τις τιμές 0 ή 1, και είναι η βασική μονάδα πληροφορίας των υπολογιστών.

Τα δυαδικά ψηφία χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση όλων των μορφών δεδομένων στον υπολογιστή: αριθμοί, χαρακτήρες, εικόνες, μουσική, βίντεο κ.λπ. Ό,τι βλέπουμε στον υπολογιστή ή ακούμε από αυτόν ή ό,τι υπολογίζουμε με αυτόν είναι αποτέλεσμα των κατάλληλων συνδυασμών 0 και 1.

Στο δεκαδικό σύστημα οι αριθμοί αναλύονται με τη βοήθεια δυνάμεων του 10. Για παράδειγμα ο αριθμός 8128 αναλύεται ως εξής: $8128 = 8000 + 100 + 20 + 8 = 8 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

Αντίστοιχα στο δυαδικό σύστημα οι αριθμοί αναλύονται με τη βοήθεια δυνάμεων του 2. Στην περίπτωση του 56 έχουμε: $56 = 32 + 16 + 8 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 111000_2$

Έτσι, για να αναπαραστήσουμε αριθμούς ή σύμβολα χρησιμοποιούμε ακολουθίες από 0 και 1. Για παράδειγμα, ο αριθμός 56 στο δυαδικό σύστημα αναλύεται σε δυνάμεις του δύο ως εξής:

$$56 = 32 + 16 + 8 = 2^5 + 2^4 + 2^3$$



1	1	1	0	0	0
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

Η δύναμη του 2 που αντιστοιχεί σε κάθε ψηφίο εξαρτάται από τη θέση του, οπότε το πρώτο ψηφίο από δεξιά είναι οι μονάδες (2^0), το δεύτερο οι δυάδες (2^1), το τρίτο οι τετράδες (2^2) κ.ο.κ. Παρακάτω δίνονται κάποια παραδείγματα μετατροπής δυαδικών αριθμών στους αντίστοιχους δεκαδικούς:

$$101010 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 2 = 42$$

$$100001 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 1 = 33$$

$$1000000 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + \dots + 0 \cdot 2^0 = 64 + 0 = 64$$

$$111111 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$$

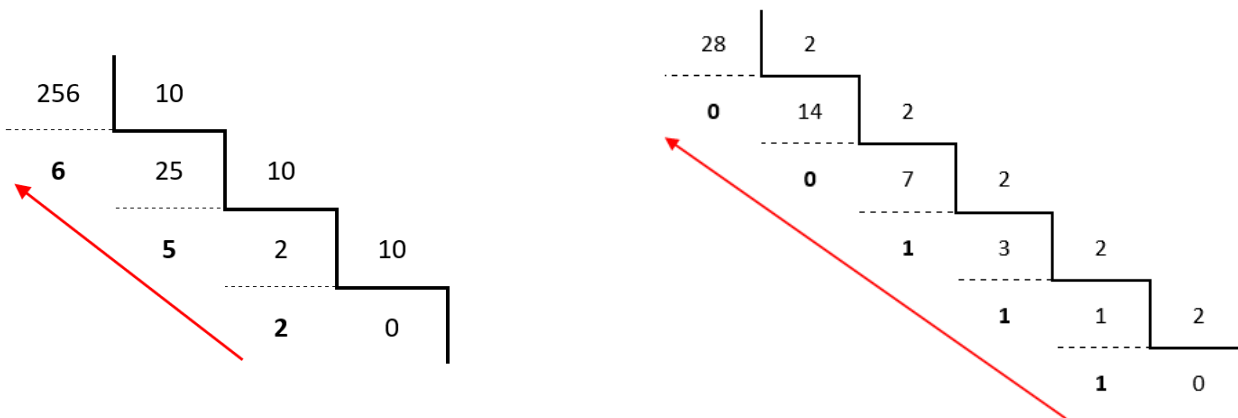


Δραστηριότητα 1

Υπολογίστε τους αριθμούς i) 11, ii) 100, iii) 111, iv) 1000, v) 1111, vi) 10000 στο δυαδικό σύστημα. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να βρείτε πόσο κάνει $11111111+1$ στο δυαδικό σύστημα, χωρίς να εκτελέσετε την πρόσθεση;

Η μετατροπή ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα είναι μια λίγο πιο σύνθετη διαδικασία. Αρχικά διαιρούμε με το 2. Το υπόλοιπο της διαίρεσης (0 ή 1) είναι το πρώτο δυαδικό ψηφίο. Στο πηλίκο εφαρμόζουμε την ίδια διαδικασία μέχρι να γίνει 0. Παρατηρήστε ότι με αυτή τη μέθοδο λαμβάνουμε τα δυαδικά ψηφία σε αντίστροφη σειρά. Δηλαδή το ψηφίο των μονάδων είναι το πρώτο. Έτσι ο αριθμός 28 είναι στο δυαδικό σύστημα ο 11100. Πράγματι έχουμε: $11100 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 = 16 + 8 + 4 = 28$

Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και στο δεκαδικό σύστημα, όπου όλοι οι αριθμοί αναλύονται σε δυνάμεις του 10, όπως, για παράδειγμα, το $256 = 200 + 50 + 6 = 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$



Ένας δεύτερος πιο διαισθητικός τρόπος αναπαράστασης ενός δεκαδικού αριθμού στο δυαδικό σύστημα είναι ο εξής: Προσπαθώ να αναλύσω το 28 σε άθροισμα δυνάμεων του 2. Παρατηρώ ότι η μεγαλύτερη δύναμη του 2, που είναι μικρότερη από το 28, είναι το 16. Άρα, έχει σίγουρα μια δεκαεξάδα. Αν αφαιρέσουμε τη δεκαεξάδα, έχουμε $28 - 16 = 12$. Το 12 αναλύεται σε 8 και 4. Άρα, το 28 γράφεται $28 = 16 + 12 = 16 + 8 + 4 = 2^4 + 2^3 + 2^2$. Στις δυνάμεις που λείπουν θέτω το ψηφίο 0 και έτσι παίρνω τον αριθμό 11100.

Όμοια, το 44 περιέχει μέσα του το 32, άρα έχει μια 32άδα συν $44 - 32 = 12$. Το 12 έχει μια οκτάδα και μια τετράδα. Άρα, το 44 γράφεται :

$$44 = 32 + 12 = 32 + 8 + 4 = 2^5 + 2^3 + 2^2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Επομένως, η δυαδική αναπαράσταση του 44 είναι ο αριθμός 101100.



Δραστηριότητα 2

Να μετατρέψετε στο δυαδικό σύστημα τους αριθμούς i) 2, ii) 4, iii) 8, iv) 16, v) 64.

Τι παρατηρείτε;

Υπάρχουν διάφορα συστήματα αρίθμησης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Κάποια από αυτά είναι το οκταδικό και το δεκαεξαδικό. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα βασικά χαρακτηριστικά αυτών των συστημάτων. Στην τελευταία στήλη φαίνεται η αναπαράσταση του αριθμού 47 του δεκαδικού συστήματος σε κάθε ένα από αυτά τα αριθμητικά συστήματα.

Σύστημα	Βάση	Ψηφία	Μεγαλύτερος Τριψήφιος	Μικρότερος Τετραψήφιος	Παράδειγμα
Δυαδικό (Binary)	2	0,1	111	1000	101111
Οκταδικό (Octal)	8	0,1,2,3,4,5,6,7	777	1000	57
Δεκαδικό (Decimal)	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	999	1000	47
Δεκαεξαδικό (HexaDecimal)	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F	FFF	1000	2F

Παρατηρήστε ότι στο δεκαεξαδικό σύστημα χρησιμοποιούνται και γράμματα ως ψηφία, επειδή τα ψηφία 0-9 δεν είναι αρκετά. Έτσι το A είναι το 10, το B το 11, κ.ο.κ.

Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά οι αναπαραστάσεις του αριθμού 47 σε άλλα αριθμητικά συστήματα.

$$101111_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 4 + 2 + 1 = 47$$

$$57_8 = 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 40 + 7 = 47$$

$$2F_{16} = 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 32 + 15 = 47$$

Δεκαδικό	Δυαδικό	Δεκαεξαδικό
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16	10000	10
17	10001	11
18	10010	12
19	10011	13
20	10100	14
21	10101	15
22	10110	16
23	10111	17

Δεκαδικό	Δυαδικό	Δεκαεξαδικό
24	11000	18
25	11001	19
26	11010	1A
31	11111	1F
32	100000	20
63	111111	3F
64	1000000	40
255	11111111	FF
256	100000000	100
1023	1111111111	3FF
1024	10000000000	400



Δραστηριότητα 3

- Τι κοινό έχουν οι δυαδικές αναπαραστάσεις των αριθμών που είναι δυνάμεις του 2;
- Τι κοινό έχουν οι αμέσως προηγούμενοί τους αριθμοί;
- Να αναζητήσετε στο Διαδίκτυο πληροφορίες για το λατινικό σύστημα αρίθμησης, που χρησιμοποιούσαν οι Ρωμαίοι. Ποιος αριθμός δεν μπορεί να αναπαρασταθεί στο σύστημα αυτό;



Πως καταλαβαίνουμε σε ποιο αριθμητικό σύστημα ανήκει ένας αριθμός;

Αν κάποιος μας δώσει τον αριθμό 256 ξέρουμε πολύ καλά ότι δεν είναι στο δυαδικό σύστημα γιατί τα ψηφία 2,5,6 δεν ανήκουν σε αυτό. Ο αριθμός όμως 10 μπορεί να είναι σε οποιοδήποτε αριθμητικό σύστημα. Όταν έχουμε στο ίδιο κείμενο αναπαραστάσεις αριθμών σε διαφορετικά αριθμητικά συστήματα, χρησιμοποιούμε το συμβολισμό του δείκτη, ο οποίος μας δείχνει τη βάση του συστήματος. Για παράδειγμα:

$$10_2 = 2, \quad 10_8 = 8, \quad 10_{16} = 16$$

και

$$256 = 100000000_2 = 400_8 = 100_{16}$$



Παράδειγμα 1

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη γλώσσα προγραμματισμού Python για να ελέγξουμε τις μετατροπές αριθμών από ένα αριθμητικό σύστημα σε ένα άλλο;

Απάντηση

>>> bin(4) '0b100'	>>> bin(6) '0b110'	>>> bin(12) '0b1100'	>>> bin(15) '0b1111'	>>> bin(32) '0b100000'
>>> 0b100 4	>>> 0b110 6	>>> 0b1100 12	>>> 0b1111 15	>>> 0b100000 32
>>> bin(2023) '0b11111100111'	>>> hex(2023) '0x7e7'	>>> oct(2023) '0o3747'		
>>> 0b11111100111 2023	>>> 0x7e7 2023	>>> 0o3747 2023		

Οι εντολές (συναρτήσεις) **bin**, **oct**, **hex** μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς στο δυαδικό, οκταδικό και δεκαεξαδικό σύστημα αντίστοιχα. Αντίστροφα αν θέσουμε το πρόθεμα **0b** πριν από ένα δυαδικό αριθμό η Python μας επιστρέφει τον αριθμό στο δεκαδικό σύστημα. Το αντίστοιχο πρόθεμα για το οκταδικό σύστημα είναι **0o** ενώ για το δεκαεξαδικό είναι **0x**.



Παράδειγμα 2

Μετατροπή των αριθμών 256, 431, 4095, 2024 σε δεκαεξαδική μορφή.

Απάντηση

Ας υπολογίσουμε τις πρώτες 3 δυνάμεις του 16 με χρήση του διερμηνευτή της Python:

```
>>> 16*16
```

```
256
```

```
>>> 16*16*16
```

```
4096
```

$256 = 16^2 = 1 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0$, άρα $256_{10} = 100_{16}$.

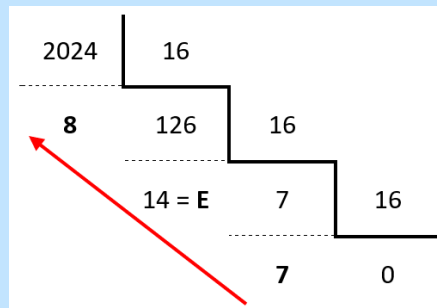
Το 431 έχει μέσα του μια φορά το $16^2 = 256$. Το υπόλοιπο είναι $431 - 256 = 175$. Η επόμενη δύναμη του 16 είναι το $16^1 = 16$. Το 175 περιέχει 10 δεκαεξάδες και περισσεύουν 15. Θυμηθείτε ότι στο δεκαεξαδικό το 15 = F και 10 = A.

Άρα έχουμε $431 = 256 + 175 = 256 + 160 + 15 = 1 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 1AF$

Και μπορούμε να γράψουμε $431_{10} = 1AF_{16}$

Παρατηρούμε ότι το $4096 = 16^3 = 1000_{16}$. Το 4095 είναι ο αμέσως προηγούμενος αριθμός. Όμως, δεν υπάρχει μικρότερος τετραψήφιος αριθμός από τον 1000. Άρα, ο προηγούμενος είναι ο μεγαλύτερος τριψήφιος αριθμός που μπορεί να σχηματιστεί στο δεκαεξαδικό σύστημα, και είναι ο $FFF = 4095$.

Για το 2024 μπορούμε να εκτελέσουμε μια διαδικασία παρόμοια με αυτή της μετατροπής ενός αριθμού από το δεκαδικό στο δυαδικό, μόνο που, αντί να διαιρούμε με το 2, διαιρούμε με το 16 που είναι η βάση του αριθμητικού συστήματος. Τα πιθανά υπόλοιπα είναι 0,..9,A,B,C,D,E,F, οπότε αν βγει διψήφιος αριθμός στο δεκαδικό τον μετατρέπουμε αμέσως στο αντίστοιχο ψηφίο του στο δεκαεξαδικό. Στο παράδειγμα του διπλανού σχήματος $14 = E$.



Δραστηριότητα 4

Υπολογίστε με χρήση του προθέματος **0b** της Python τους αριθμούς

i) 1, ii) 10, iii) 11111, iv) 100000, v) 1111111, vi) 10000000, στο δυαδικό σύστημα. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να βρείτε πόσο κάνει $100000000-1$ στο δυαδικό σύστημα;



Δραστηριότητα 5

Υπολογίστε στο δεκαεξαδικό σύστημα με χρήση της εντολής **hex** της Python τους αριθμούς:

i) 16, ii) 16^4 , iii) 16^7 , iv) 160. Τι παρατηρείτε; Να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα.



Δραστηριότητα 6

Με χρήση των **bin** και **0x** να μετατρέψετε τους παρακάτω αριθμούς από το δεκαεξαδικό σύστημα στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

i) 11, ii) 44, iii) FF, iv) 99, v) 1, vi) 10, vii) 100. Τι παρατηρείτε; Να ερμηνεύσετε τα αποτελέσματα.



Δραστηριότητα 7

Οι αριθμοί από 1 έως και 100 έχουν χωριστεί στις παρακάτω ομάδες με βάση κάποια συγκεκριμένη ιδιότητα. Ένας αριθμός μπορεί να ανήκει σε παραπάνω από μια ομάδες.

Ομάδα 0

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51
53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79 81 83 85 87 89 91 93 95 97 99

Ομάδα 1

2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42 43 46 47 50 51
54 55 58 59 62 63 66 67 70 71 74 75 78 79 82 83 86 87 90 91 94 95 98 99

Ομάδα 2

4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44 45 46 47 52 53
54 55 60 61 62 63 68 69 70 71 76 77 78 79 84 85 86 87 92 93 94 95 100

Ομάδα 3

8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43 44 45 46 47 56 57
58 59 60 61 62 63 72 73 74 75 76 77 78 79 88 89 90 91 92 93 94 95

Ομάδα 4

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57
58 59 60 61 62 63 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95

Ομάδα 5

32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57
58 59 60 61 62 63 96 97 98 99 100

Ομάδα 6

64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89
90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

Μπορείτε να βρείτε τι κοινό έχουν οι αριθμοί κάθε ομάδας, όσον αφορά στη δυαδική τους αναπαράσταση;

1. Χρησιμοποιήστε τον διερμηνευτή της Python για τη γρήγορη μετατροπή των αριθμών στο δυαδικό σύστημα, όπως φαίνεται στο παράδειγμα 1.
2. Παρατηρήστε ότι $44 = 4 + 8 + 32$. Ποια είναι η δυαδική του αναπαράσταση και σε ποιες ομάδες ανήκει;
3. Παρατηρήστε ότι $23 = 1 + 2 + 4 + 16$. Ποια είναι η δυαδική αναπαράσταση και σε ποιες ομάδες ανήκει;
4. Τι παριστάνει ο πρώτος αριθμός κάθε ομάδας;
5. Μπορείτε να βρείτε, χωρίς να κοιτάξετε τις ομάδες, ποιος είναι ο αριθμός που ανήκει
α) μόνο στην ομάδα 3 **β)** μόνο στην ομάδα 4 **γ)** στις ομάδες 0, 1 και 3;
6. Ποιος είναι ο αριθμός που ανήκει σε όλες τις ομάδες;

Μπορείτε να παίξετε το εξής παιχνίδι με τους συμμαθητές και τις συμμαθήτριάς σας. Σκεφτείτε έναν μυστικό αριθμό. Η μόνη πληροφορία που μπορείτε να δώσετε είναι σε ποιες από τις παραπάνω ομάδες ανήκει. Στη συνέχεια θα πρέπει να βρουν αυτόν τον αριθμό και να περιγράψουν τη μέθοδο που ακολούθησαν.

1.5 Αναπαράσταση χαρακτήρων

Για να είναι δυνατή η αναπαράσταση γραμμάτων και άλλων συμβόλων στον υπολογιστή έπρεπε να βρεθεί ένα σχήμα **κωδικοποίησης** των συμβόλων αυτών στη γλώσσα του υπολογιστή, δηλαδή στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

Ένα παρόμοιο σύστημα κωδικοποίησης αποτελεί ο κώδικας Μορς, με την βοήθεια του οποίου αντιστοιχίζονται γράμματα και αριθμοί σε ακολουθίες των συμβόλων **.** (τελεία) και **—** (παύλα). Το πιο γνωστό μήνυμα στον κώδικα Μορς είναι το μήνυμα κινδύνου **SOS**.

S O S
... - - - ...

Τη δεκαετία του 1960 σχεδιάστηκε το αλφάβητο ASCII (American Standard Code for Information Interchange) που διευκόλυνε την αναπαράσταση κειμένου σε υπολογιστές. Το σύστημα ASCII περιείχε τα γράμματα από το αγγλικό αλφάβητο καθώς και ορισμένους ειδικούς χαρακτήρες. Κάθε σύμβολο αντιστοιχούσε σε έναν δυαδικό αριθμό 7 ψηφίων (bits). Άρα μπορούσαν να αναπαρασταθούν μέχρι $2^7 = 128$ σύμβολα.

Στην εκτεταμένη και τελική του μορφή κάθε σύμβολο χρειάζεται χώρο στη μνήμη 8 bits, άρα μπορούσε να αναπαραστήσει $2^8 = 256$ σύμβολα.

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NULL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	`
1	1	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	A	[LINE FEED]	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	E	[SHIFT OUT]	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[END OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

Εικόνα 1.6. Ο πίνακας ASCII. Πηγή: Wikipedia



Παράδειγμα 2

Ας γράψουμε το μήνυμα ChatGPT στον κώδικα ASCII (δεκαδικό, δυαδικό) σύστημα.

C	h	a	t	G	P	T
67	104	97	116	71	80	84
1000011	1101000	1100001	1000111	1000011	1010000	1010100

Με την εμφάνιση του παγκόσμιου ιστού (www) δημιουργήθηκε η ανάγκη για την εμφάνιση γραμμάτων διαφορετικών γλωσσών στην ίδια ιστοσελίδα. Ο κώδικας ASCII, με τους 128 συνδυασμούς δυαδικών ψηφίων, δεν αρκούσε. Γι' αυτόν τον λόγο δημιουργήθηκε μια επέκταση του κώδικα ASCII, το σχήμα Unicode (Universal Character Encoding), το οποίο αρχικά ήταν 16 bit (UTF-16), αλλά, τελικά, κατέληξε να είναι 32 bits. Φανταστείτε ότι κάθε φορά που πατάτε ένα πλήκτρο στο κινητό ή στον υπολογιστή σας καταχωρείται στη μνήμη της συσκευής ένας δυαδικός αριθμός μεγέθους 16 bits στις περισσότερες περιπτώσεις. Είναι όμως 16 bits αρκετά;

1.6 Ερωτήσεις-Ασκήσεις

E.1: Να σχηματίσετε τη δυαδική αναπαράσταση των παρακάτω αριθμών:

- i) 2 ii) $2 \cdot 2$ iii) $2^3 + 1$ iv) $2^3 + 2^2 + 2^1$
v) $2^5 + 2^3 + 2^2 + 1$ vi) $2^5 + 2^2 + 1$ vii) $2^6 + 2^2$ viii) $32 + 16 + 8 + 1$

E.2: Να μετατρέψετε τους παρακάτω δυαδικούς αριθμούς στη δεκαδική τους αναπαράσταση:

- | | | | | | |
|--------------------|--------------------|-----------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| i) 11 | ii) 100 | iii) 101 | iv) 1010 | v) 10100 | vi) 101010 |
| vii) 100000 | viii) 11111 | ix) 111 | x) 1000 | xi) 111111111 | xii) 1000000000 |

E.3: Να μετατρέψετε τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς στη δυαδική τους αναπαράσταση:

- | | | | | | | |
|-----------|----------|---------|----------|----------|-----------|----------|
| i) 1 | ii) 4 | iii) 5 | iv) 16 | v) 15 | vi) 32 | vii) 33 |
| viii) 100 | ix) 1024 | x) 1023 | xi) 1025 | xii) 255 | xiii) 256 | xiv) 257 |

E.4: Να μεταβείτε στην ιστοσελίδα <https://www.python.org/> της γλώσσας Python και να κάνετε χρήση του διεργαστή για τη μετατροπή των παρακάτω αριθμών στο δυαδικό σύστημα. Για παράδειγμα για να υπολογίσουμε τη δυαδική αναπαράσταση του αριθμού 496 γράφουμε `bin(496)`.

Μελετήστε τα αποτελέσματα. Τι παρατηρείτε;

- | | | | | | |
|--------|---------|---------|--------|--------|-----------|
| i) 2 | ii) 8 | iii) 16 | iv) 32 | v) 64 | vi) 1024 |
| vii) 1 | viii) 7 | ix) 15 | x) 31 | xi) 63 | xii) 1023 |

E.5: Να μεταβείτε στην ιστοσελίδα <https://www.python.org/> της γλώσσας Python και να κάνετε χρήση του διερμηνευτή για τη μετατροπή των παρακάτω αριθμών στο δυαδικό σύστημα. Τι παρατηρείτε;

- i) 2^{10} ii) 2^{20} iii) 2^{100} iv) 2^{1000} v) 2^{100000}**

Ο τελεστής της δύναμης στην Python είναι ο `**` (διπλό αστεράκι). Για παράδειγμα, για να υπολογίσουμε την παράσταση 2^{80} , γράφουμε `2**80`. Μπορείτε να μαντέψετε πόσα μηδενικά έχει η δυαδική αναπαράσταση του 2^{80} χωρίς να τα μετρήσετε;

[illegible]