

Μαθηματικά Γ λυκείου

1-1 και Αντίστροφη Συνάρτηση

Ασκήσεις

1. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει: $f^3(x) + f(f(x)) = 2x + 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 - i. Να αποδειχθεί ότι η f είναι "1-1".
 - ii. Να λυθεί η εξίσωση $f(2x^3 + x) - f(4 - x) = 0$
2. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $(f \circ f)(x) - f(x) = 2x - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 - i. Να αποδειχθεί ότι η f είναι "1-1".
 - ii. Να βρείτε την τιμή $f(2)$.
 - iii. Να λυθεί η εξίσωση $f(4 - f(x^2 + x)) - 2 = 0$
3. Να αποδείξετε ότι αντιστρέφονται και να βρεθούν οι αντίστροφες συναρτήσεις των παρακάτω:
 - i. $f(x) = \ln x - 3$
 - ii. $f(x) = \sqrt{x-5} - 2$
 - iii. $f(x) = \frac{1}{\ln x}, x > 1$
 - iv. $f(x) = x^2 + 6x + 7, x \in [-3, +\infty)$
 - v. $f(x) = \ln(1 + e^x) - x$
4. Να βρεθούν οι αντίστροφες συναρτήσεις στις παρακάτω πολλαπλού τύπου:
 - i. $f(x) = \begin{cases} \ln x - 2 & , x \in (0, 1) \\ \sqrt{x-1} & , x \geq 1 \end{cases}$
 - ii. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x \in (-2, 0] \\ 3x - 7 & , x \in (0, 3) \end{cases}$