

Όρια Συνάρτησης στο x_0

Ασκήσεις για λύση

1. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\eta\mu(\pi x) - 1)^{2004} + e^{x+3}}{\sqrt[5]{2x+5}} & \beta. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 6x + 8| + e^{x-3}}{|x^2 - 6x + 9| + \sqrt{x+1}} \\ \gamma. \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 - 2x + \sqrt{x^2 - 1}) & \delta. \lim_{x \rightarrow 2} [(2x-3)^{25} \sqrt[3]{x^2+1} + |13x-4|] \\ \epsilon. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 11}{x^2 - 5x + 6} & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 + 3x - 30}{x^2 - 1} \end{array}$$

2. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{x + 2} & \beta. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4 - \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{1}{x}} \\ \gamma. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^3 - 8}{x^2 - 2x} & \delta. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 + 3x - 10} \\ \epsilon. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right) & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^3 + x^2 + x + 1} \end{array}$$

3. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 1} & \beta. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 - 6x + 2} \\ \gamma. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} & \delta. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4} \\ \epsilon. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3x} \end{array}$$

4. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{lll} \alpha. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} & \beta. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1} & \gamma. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{\sqrt{x^2+5} - 3} \\ \delta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & \epsilon. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} \end{array}$$

5. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2|x+2| + |x-4| - 7}{x^2 + 9x + 8}. & \beta. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{|x+6| + 4|x+1| + 4x + 2}{2x^2 + 7x - 4}. \\ \gamma. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2| - |x+1| + 1}{x^2 + 2x}. & \delta. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{|x-3| + |x| - 3}{x^2 - 3x}. \\ \epsilon. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| + x^3 - 3x}{x^2 + x}. & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 10x + 9| - |x-1|}{|x-1|}. \end{array}$$

6. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{ll} \alpha. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + |x| - 2x}{x}. & \beta. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{|4-x| + 2x - 8}{x^2 - 5x + 4}. \\ \gamma. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3 + |3x - x^2|}{x^2 - 9}. & \delta. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 - x|}{1 + 2x - 3x^2}. \\ \epsilon. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 2x| - |x^2 - 5x + 6|}{|x-2|}. & \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^3 - 2x + 1| + 2x - 2}{x^2 - 7x + 6}. \end{array}$$

7. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{array}{lll} \alpha. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{2x}. & \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\varphi 2x}{\epsilon\varphi 4x}. & \gamma. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{2x - \pi}. \\ \delta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \eta\mu x}{x + \eta\mu x}. & \epsilon. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \eta\mu 3x} - \sqrt{1 - \eta\mu 2x}}{x}. & \\ \sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{3 - \sqrt{x+9}}. & & \end{array}$$

8. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\varphi x}{x}. \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\eta\mu x}. \quad \gamma. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{\epsilon\varphi x}.$$

9. Να βρεθούν αν υπάρχουν τα όρια των:

$$\begin{array}{ll} \alpha. f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 5, & x > 4 \\ \sigma\upsilon\nu(\pi x) - 2, & x \leq 4 \end{cases} \text{ στο } x_0 = 4. \\ \beta. f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(x^2 - 6x + 8)}{x^2 - 3x + 2}, & x > 2 \\ \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} + 2 - x}{x - 2}, & x < 2 \end{cases} \text{ στο } x_0 = 2. \\ \gamma. f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - x + 1}{x^2 + 3}, & |x| < 3 \\ \sqrt{x^2 - 5}, & |x| \geq 3 \end{cases} \text{ στο } x_0 = 3 \text{ και στο } x_0 = -3. \end{array}$$

10. Να βρεθεί το $a \in \mathbb{R}$ ώστε για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x + 2a - 1, & x \leq 0 \\ 2x + a - 3, & x > 0 \end{cases}$ να υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

11. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 + x + 1, & x \leq 2 \\ x^2 - \beta x + 13, & x > 2 \end{cases}$ να υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το $M(-1, 3)$.
12. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^3 + \alpha, & x \in [-1, 1] \\ 2x^2 + \alpha x + \beta, & x \in (1, 4] \\ 3x + 2\beta, & x \in (4, 5] \end{cases}$ να υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.
13. Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε να είναι $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - \alpha x + \beta}{x^2 - 4} = 2$.
16. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, όταν:
- α. $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + 4x - 3) = 1$. β. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{x - 3} = 4$.
- γ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{\sqrt{x+1} - x + 1} = 2$. δ. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3f(x) - 5}{x - 4} = 5$.
17. Αν $\eta\mu x \cdot f(x) \geq \eta\mu 3x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \kappa \in \mathbb{R}$, να βρεθεί ο κ .
18. Να βρεθούν τα όρια της $f(x)$ στο x_0 , όταν:
- α. $\frac{x^2 - 4}{x - 2} \leq f(x) \leq \frac{12x - 24}{x^2 - x - 2}$, $x_0 = 2$.
- β. $\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \leq f(x) \leq \frac{1 - x}{x^2 - 4x + 3}$, $x_0 = 1$.
- γ. $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + 2x - 3} \leq f(x) \leq \frac{2(9 - x^2)}{3x^2 + 10x + 3}$, $x_0 = -3$.
- δ. $\frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{\eta\mu x} \leq f(x) \leq \frac{\sigma\upsilon\nu 2x - 1}{x}$, $x_0 = 0$.
- ε. $\eta\mu x \leq xf(x) \leq \varepsilon\phi x$, $x_0 = 0$.
19. Αν ισχύει $4x \leq f(x) \leq x^2 + 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρεθούν τα όρια:
- α. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2}$. β. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2x^2}{x - 2}$.
20. Αν για τη συνάρτηση $f(x)$ ισχύει $4x - 5 \leq f^2(x) - 2f(x) \leq 2x^2 - 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.