

Ασκήσεις-Τράπεζας μέχρι 3.7

1532. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE . Αν $EH \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

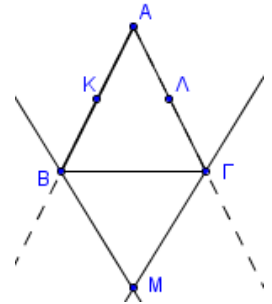
- α) Τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα.
- β) $EH = \Delta Z$

1546. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$. Φέρουμε τις αποστάσεις MK και ML του σημείου M από τις ίσες πλευρές του τριγώνου. Να αποδείξετε ότι:

- α) $MK = ML$
- β) Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας KML .

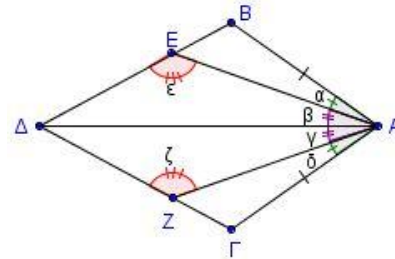
1553. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών B και Γ τέμνονται στο σημείο M και K, Λ είναι αντίστοιχα τα μέσα των AB και $A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $BM\Gamma$ είναι ισοσκελές με $MB = M\Gamma$.
- β) $MK = ML$



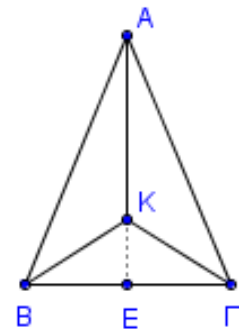
1582. Στο διπλανό σχήμα είναι $\alpha = \delta$, $\beta = \gamma$ και $AB = A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ίσα.
- β) Οι γωνίες ϵ και ζ είναι ίσες.



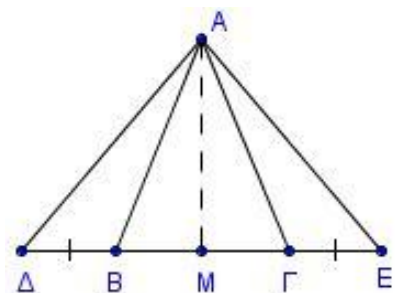
1591. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο, ώστε $KB = K\Gamma$.

- α) Να αποδείξετε ότι: τα τρίγωνα BAK και $KA\Gamma$ είναι ίσα.
- β) Να αποδείξετε ότι η AK είναι διχοτόμος της γωνίας $BA\Gamma$.
- γ) Η προέκταση της AK τέμνει την $B\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι η KE είναι διάμεσος του τριγώνου $BK\Gamma$.



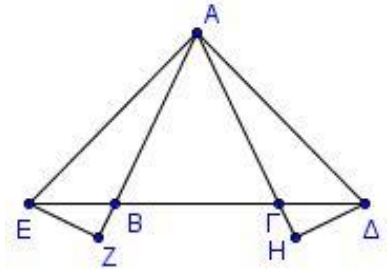
1592. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ και προς τα δύο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι:

- α) $B_{εξ} = \Gamma_{εξ}$ (Μονάδες 6)
- β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)
- γ) Η διάμεσος AM του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι και διάμεσος του τριγώνου $\Delta A E$. (Μονάδες 7)



1659. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma\Delta = BE$. Από το Δ φέρουμε ΔH κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$ και από το E φέρουμε EZ κάθετη στην ευθεία AB . Να αποδείξετε ότι:

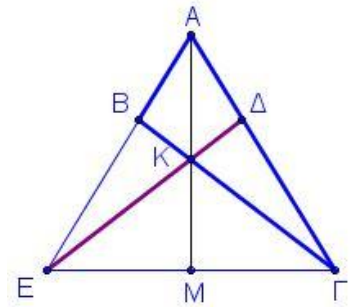
- α) $AD = AE$
- β) $EZ = \Delta H$



1846. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην προέκταση της AB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = A\Gamma$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε $A\Delta = AB$.

Αν τα τμήματα ΔE και $B\Gamma$ τέμνονται στο K και η προέκταση της AK τέμνει την $E\Gamma$ στο M , να αποδείξετε ότι:

- α) $B\Gamma = \Delta E$
- β) $BK = K\Delta$
- γ) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A .
- δ) Η AM είναι μεσοκάθετος της $E\Gamma$.

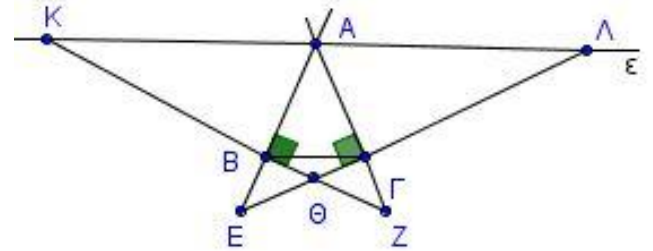


1875. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, και την ευθεία ϵ της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας A . Η κάθετη στη πλευρά AB στο B τέμνει την ϵ στο K και την ευθεία $A\Gamma$ στο Z . Η κάθετη στη πλευρά $A\Gamma$ στο Γ τέμνει την ϵ στο Λ και την ευθεία AB στο E .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $AZ = AE$
- ii. $AK = A\Lambda$

β) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η $A\Theta$ είναι διχοτόμος της γωνίας A του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Θ το σημείο τομής των $KZ, E\Lambda$. Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.



1578. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Οι μεσοκάθετοι των ίσων πλευρών του τέμνονται στο M και προεκτεινόμενες τέμνουν τη βάση $B\Gamma$ στα Z και H .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBH και $EZ\Gamma$.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MZH είναι ισοσκελές.

