1.

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στον οριζόντιο άξονα x'x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y'y ελεύθερη πτώση.

Η ταχύτητα στον άξονα x'x είναι σταθερή $\upsilon_x = \upsilon_0$

Η ταχύτητα στον άξονα y'y δίνεται από τον τύπο $\upsilon_y = g \cdot t$

Το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon = \sqrt{{\upsilon_x}^2 + {\upsilon_y}^2}$ (1)

Αντικαθιστώ όπου υ=3υ_0 και όπου $\upsilon_x = \upsilon_0$ και ο τύπος (1) γίνεται $3\upsilon_0 = \sqrt{{\upsilon_0}^2 + {\upsilon_y}^2}$,υψώνω στο τετράγωνο και έχω

$$9{\upsilon_0}^2 = {\upsilon_0}^2 + {\upsilon_y}^2 \Leftrightarrow {\upsilon_y}^2 = 8{\upsilon_0}^2 \Leftrightarrow \upsilon_y = \sqrt{8{\upsilon_0}^2} \Leftrightarrow \upsilon_y = 2\upsilon_0\sqrt{2} \ (1)$$

Η ταχύτητα $\upsilon_y = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_y}{g} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} t = \frac{2\upsilon_0\sqrt{2}}{g}$

Μονάδες 8

2.

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η αρχική κινητική ενέργεια είναι ίση με:

$$K_0 = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2$$

Τη χρονική στιγμή που διπλασιάζεται η τιμή της κινητικής ενέργειας αυτή θα είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2, \text{ όπου } K = 2\, K_0$$

Επομένως:

$$K = 2\, K_0 \text{ ή } \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2 = 2\, \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon^2 = 2\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2\, \upsilon_0^2$$

Επειδή η $\upsilon_x = \upsilon_0$ θα έχουμε ότι:

$$\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2 \cdot \upsilon_x^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 = \upsilon_y^2 \text{ ή } \frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = 1$$

Μονάδες 9

3.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν το σώμα κινηθεί μέχρι το έδαφος (χωρίς να χτυπήσει στο απέναντι κτίριο) τότε εκτελεί οριζόντια βολή. Κατακόρυφα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση από ύψος h. Ο χρόνος πτώσης του θα είναι:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3\,s.$$

Αν χτυπήσει στο απέναντι κτίριο, πριν φτάσει στο έδαφος, η οριζόντια βολή θα διακοπεί από το δεύτερο κτίριο. Συνεπώς, από την επαλληλία των κινήσεων, οριζόντια πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για απόσταση D και ο χρόνος κίνησης στον αέρα θα είναι: $t' = \frac{D}{\upsilon_0} = 2\,s.$

Επειδή λοιπόν $t' < t$, συμπεραίνουμε ότι η σφαίρα θα κτυπήσει πρώτα στο απέναντι κτίριο μετά από χρόνο κίνησης $t' = 2\,s$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ύψος του τραπεζιού είναι ίσο με την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Άρα

$$\mathrm{h} = \frac{1}{2}\mathrm{g}\mathrm{t}_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(0{,}4\mathrm{s})^2 = 0{,}8\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 6

4.2. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι το βεληνεκές της οριζόντιας βολής και εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα $\mathrm{u_0}$. Ισχύει

$$\mathrm{s_{max}} = \mathrm{u_0 t_1} \Leftrightarrow \mathrm{u_0} = \frac{\mathrm{s_{max}}}{\mathrm{t_1}} = \frac{4\mathrm{m}}{0{,}4\mathrm{s}} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Η οριζόντια θέση του σώματος στην οριζόντια βολή είναι $\mathrm{x} = \mathrm{u_0 t}$ ενώ η κατακόρυφη είναι $\mathrm{y} = \frac{1}{2}\mathrm{gt^2}$. Αναζητάμε ποια χρονική στιγμή ισχύει

$$\mathrm{x} = \mathrm{y} \Leftrightarrow \mathrm{u_0 t} = \frac{1}{2}\mathrm{gt^2} \Leftrightarrow \mathrm{t(2u_0 - gt)} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{t} = 0 \ \text{ή}\ \mathrm{t} = \frac{2\mathrm{u_0}}{\mathrm{g}}$$

Η χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0$ αντιστοιχεί στο σημείο εκτόξευσης. Η δεύτερη λύση αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή

$$\mathrm{t} = \frac{2\mathrm{u_0}}{\mathrm{g}} = \frac{2\cdot 10}{10}\mathrm{s} = 2\mathrm{s} > \mathrm{t_1}$$

Η λύση αυτή δεν είναι δεκτή γιατί το σώμα έχει φτάσει στο έδαφος σε μικρότερο χρόνο. Επομένως, δεν υπάρχει χρονική στιγμή στην οποία ισχύει $\mathrm{x} = \mathrm{y}$.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας είναι $u_x = u_0$ και της κατακόρυφης είναι $u_y = gt$. Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 ισχύει

$$u_x = 5u_y \Leftrightarrow u_0 = 5gt_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{u_0}{5g} = \frac{10}{5 \cdot 10}s = \frac{1}{5}s$$

Την χρονική στιγμή t_2 η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}10\left(\frac{1}{5}\right)^2 m = \frac{10}{50}m = \frac{1}{5}m = 0{,}2m$$

Στο σημείο αυτό της τροχιάς, το σώμα απέχει από το έδαφος

$$h - y_2 = 0{,}8m - 0{,}2m = 0{,}6m$$

Μονάδες 7