ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΕΜΒΑΔΑ

1) Σε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α θεωρούμε σημείο Ε της πλευράς ΔΓ, ώστε ΔΕ=2cm. Αν ισχύει ότι (ΒΕΔ) = $\frac{1}{8}\left(ΑΒΓΔ\right)$ τότε :

α) να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου α είναι 8cm,

β) να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΕ.

2) Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) και ΒΕ το ύψος του. Αν είναι ΑΒ=3, ΓΔ=7 και ΒΓ=4, τότε :

α) να αποδείξετε ότι ΒΕ=2$\sqrt{3}$,

β) να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

3) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ και Ε των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα ώστε $\frac{ΑΔ}{ΑΒ}=\frac{ΑΕ}{ΑΓ}=\frac{1}{3}$. Από το σημείο Α φέρνουμε ευθεία ε παράλληλη στη ΒΓ. Η ευθεία ε τέμνει τις προεκτάσεις των ΒΕ και ΓΔ στα σημεία Ζ και Η αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) ΔΕ//ΓΒ β) ΖΕ$=\frac{1}{2}ΕΒ$ γ) $ΑΖ=\frac{1}{2}ΒΓ$ δ) (ΒΗΖ) = 2 (ΑΒΖ)

 Η Α Ζ

 Δ Ε

 Β Γ

4) Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε Δ εσωτερικό σημείο της ΒΓ και έστω Μ το μέσο της ΑΔ. Να αποδείξετε ότι :

 α) $\left(ΑΜΒ\right)=\frac{1}{2}\left(ΑΒΔ\right)$

 Α β) (ΑΜΒ) + (ΜΔΓ) = $\frac{1}{2}$ (ΑΒΓ)

Β Γ

 Δ

5) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ εσωτερικό σημείο του ΒΓ. Φέρουμε από το Δ παράλληλες στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ. Η παράλληλη στην ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ζ και η παράλληλη στην ΑΓ τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ε. Θεωρούμε Κ και Λ τα μέσα των ΒΔ και ΔΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $\left(ΕΚΔ\right)=\frac{1}{2}\left(ΒΕΔ\right)$ β) $\left(ΕΔΖ\right)=\frac{1}{2}\left(ΑΕΔΖ\right)$ γ) 2(ΚΕΖΛ)=(ΑΒΓ)

6) Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ=20 και ΓΔ=70 και μη παράλληλες πλευρές ΒΓ=40 και ΑΔ=30.

 Μ

 Α Β

 20

 30 40

 Δ Γ

 Ε

 70

α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΑΔ και ΒΓ είναι κάθετες.

β) Να βρείτε το εμβαδό του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

γ) Αν ΑΕ είναι το ύψος του ΑΒΓΔ να βρείτε το μήκος του τμήματος ΔΕ.

 7) Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ, ώστε ΑΒ > ΓΔ. Από τις κορυφές

 Γ και Δ φέρουμε ΓΕ//ΑΔ και ΔΖ//ΓΒ, με Ε και Ζ σημεία στην πλευρά ΑΒ του

 τραπεζίου.

 α) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ.

 β) Να εκφράσετε τις περιμέτρους των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ ως

 συνάρτηση των πλευρών του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

γ) Πώς θα πρέπει να κατασκευάσουμε το τραπέζιο ΑΒΓΔ ώστε τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ να έχουν ίσες περιμέτρους και ίσα εμβαδά;

8) Δίνεται τετράγωνο με πλευρά α και σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε ΒΣ = ΑΒ.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. Το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. Το μήκος της πλευράς ΣΓ του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ΄ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε ΒΣ΄ > ΒΣ. Να συγκρίνετε αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

i. Το εμβαδό του τριγώνου Σ΄ΔΓ με το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. Το μήκος της πλευράς Σ΄Γ με το μήκος της πλευράς ΣΓ των τριγώνων Σ΄ΔΓ και ΣΔΓ αντίστοιχα.

iii. Τις αποστάσεις του σημείου Δ από τις ευθείες ΣΓ και Σ΄Γ.

9) Σε τετράγωνο πλευράς α παίρνουμε σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε ΒΣ = ΑΒ.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. Το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. Την περίμετρο του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Στην τάξη του Βρασίδα η καθηγήτρια των Μαθηματικών απέδειξε ότι αν το σημείο Σ΄ βρίσκεται στην προέκταση του ΑΒ προς το Β και κινείται απομακρυνόμενο από το σημείο Β, τότε οι πλευρές Σ΄Γ και Σ΄Δ μεγαλώνουν. Οπότε, αν το Σ΄ είναι δεξιότερα από το Σ, θα ισχύει ότι Σ΄Γ > ΣΓ και Σ΄Δ > ΣΔ.

Ο Βρασίδας ζήτησε το λόγο και διατύπωσε τον ισχυρισμό : «Η περίμετρος και το εμβαδό του τριγώνου Σ΄ΔΓ είναι μεγαλύτερα από την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ». Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Βρασίδα:

i. σχετικά με τα εμβαδά των δύο τριγώνων;

ii. σχετικά με την περίμετρο των δύο τριγώνων; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.