**ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΕΣ ΕΥΘΕΙΩΝ**

(βλέπε εφαρμογή βιβλίου σελ.67-68) Ασκήσεις 1(σελ.69), 2(σελ.70)

* Όταν δίνεται μια εξίσωση με μεταβλητές χ , ψ και μια παράμετρο (πχ. λ,κ,μ…), την φέρνουμε στην μορφή Αχ+Βψ+Γ=0 .

 Αν Α$ \ne 0 $ή Β$ \ne 0$ (δλδ δεν υπάρχει τιμή της παραμέτρου για την οποία Α=Β=0), η εξίσωση παριστάνει οικογένεια ευθειών.

**Παράδειγμα :** Θεωρούμε την εξίσωση -4χ+2ψ-2+λ2χ+λ(3ψ+9)=0, λ$\in R$ , (1)

**α)** Να αποδείξετε ότι για κάθε λ$\in R$ , η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία.

Η εξίσωση γίνεται: -4χ+2ψ-2+λ2χ+λ(3ψ+9)=0 ⬄ -4χ+2ψ-2+λ2χ+3λψ+9λ=0 ⬄

 ⬄ **(λ2-4)χ +(3λ+2)ψ+9λ-2=0 (1)**

Α=0 ⬄ λ2 -4 =0 ⬄ λ2 =4 ⬄ λ=2 ή -2

Β=0 ⬄ 3λ+2=0 ⬄ λ = -2/3

**Άρα** Α$ \ne 0 $ή Β$ \ne 0$ οπότε η εξίσωση (1) παριστάνει οικογένεια ευθειών.

* **Συνήθως οι ευθείες μιας οικογένειας ευθειών διέρχονται από ένα σημείο. Για να το βρούμε, θεωρούμε δύο ευθείες της οικογένειας (βάζουμε δύο τυχαίες τιμές στην παράμετρο) και βρίσκουμε το σημείο τομής τους.**

**β) Να αποδείξετε ότι ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η ισότητα (λ-1)χ+2(1-2λ)ψ-3λ=0 ,διέρχονται από σταθερό σημείο.**

 Αν λ=0 τότε έχουμε την ευθεία -χ+2ψ=0 ⬄ χ =2ψ = 2\*(-3/2) = -3

 Αν λ=1 τότε έχουμε την ευθεία -2ψ -3=0 ⬄ ψ = -3/2

Εξετάζουμε αν οι συντεταγμένες του σημείου Α επαληθεύουν την ισότητα για κάθε τιμή της παραμέτρου.

**(λ-1)(-3)+2(1-2λ)(-3/2)-3λ=0 ⬄ -3λ+3-3+6λ-3λ=0 ⬄ 0=0 ισχύει**

Δηλαδή , όλες οι ευθείες της οικογένειας ευθειών συντρέχουν στο Α( -3, -3/2 )

(2ος τρόπος : βλέπε εφαρμογή 1 σελ.68)

* **Κλίση των ευθειών μιας οικογένειας ευθειών**

 **(λ2-4)χ +(3λ+2)ψ+9λ-2=0 (1),** λ = -Α/Β = - $\frac{λ^{2}-4}{3λ+2}$ με 3λ+2$\ne $0

* αν 3λ+2=0 ⬄ λ = -2/3 , τότε έχουμε την κατακόρυφη ευθεία

 **[**(-2/3)2-4]χ +9(-2/3)-2=0 ⬄ **χ= -9/4** της οικογένειας ευθειών (1)

* **Όταν ζητείται να βρείτε μια ευθεία μιας οικογένειας ευθειών που είναι παράλληλη ή κάθετη προς μια ευθεία ε, τότε βρίσκουμε τις τιμές της παραμέτρου ώστε να ικανοποιούνται οι σχέσεις λ = λε ή λ\*λε =-1 ( προσοχή στις κατακόρυφες ευθείες)**

**γ) Να βρείτε τις ευθείες της οικογένειας (1) που είναι παράλληλες στην ευθεία ε : ψ = 2χ+3.**

Έχουμε λε=2 άρα πρέπει να βρούμε τις τιμές του λ ώστε

**λ = λε** ⬄ - $\frac{λ^{2}-4}{3λ+2}$ =2 ⬄ 4-λ2 =2( 3λ+2) ⬄ λ2+6λ=0 ⬄ λ(λ+6)=0 λ=0 ή λ = -6

αν λ=0 : -4χ+2ψ-2=0 ⬄ 2χ-ψ+1=0

αν λ= -6: ……………………….

* **Όταν ζητείται να βρείτε ευθεία μιας οικογένειας ευθειών (λ2-4)χ +(3λ+2)ψ+9λ-2=0 (1)που διέρχεται από σημείο (π.χ. Α (2,-1/5)) βρίσκουμε τις τιμές του λ ώστε το σημείο να ανήκει στην (1)**

(λ2-4)2 +(3λ+2)(-1/5)+9λ-2=0 ⬄ 10(λ2-4) -(3λ+2)+45λ-10=0 ⬄

⬄ 10λ2+42λ-52=0 ⬄ 5λ2+21λ-26=0 , Δ=961, και λ =1 ή λ = -26/5

Αν λ=1 : -3χ+5ψ+7=0

Αν λ = -26/5 : …………………..

* **Όταν ζητείται να βρείτε ευθεία μιας οικογένειας ευθειών που είναι οριζόντια ( ή κάθετη) τότε :**

A=0 ⬄ ⬄ λ2 -4 =0 ⬄ λ2 =4 ⬄ λ=2 ή -2

Αν λ=2 : 8ψ+16=0 ⬄ ψ =-2

Αν λ=-2 : -4ψ-20=0 ⬄ ψ =5

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Βιβλίου σελ.69 ασκ.1 σελ. 70 ασκ.2

Τράπεζα θεμάτων ασκ.**4.22564.**