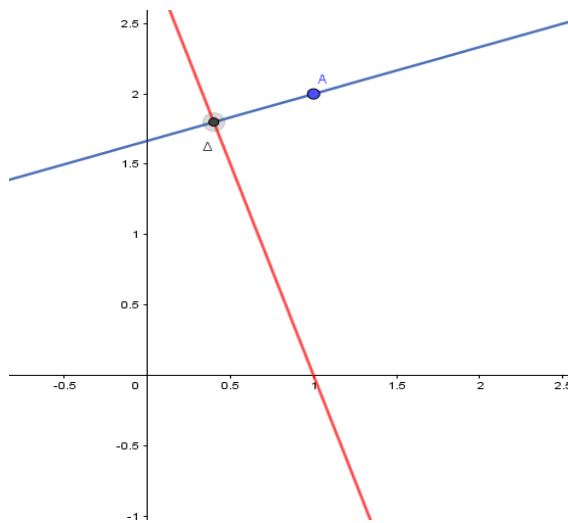


6. Δίνεται η ευθεία $3x + y = 3$ και το σημείο $A(1,2)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες της προβολής του A στην ευθεία αυτή.



Εστω $\varepsilon : 3x + y = 3$ και ζ η κάθετη ευθεία απ'ο το A προς την ε .

$$\lambda_{\varepsilon} * \lambda_{\zeta} = -1 \Leftrightarrow -3 * \lambda_{\zeta} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{\zeta} = 1/3$$

$$\text{Η ΕΞΙΣΩΣΗ της } \zeta \text{ είναι : } y - 2 = 1/3 (x - 1) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow -x + 3y = 5$$

Το σημείο τομής Δ των ε και ζ είναι η προβολή του A στην ε :

$$\varepsilon : 3x + y = 3$$

$$\zeta : -x + 3y = 5 \quad \dots\dots\dots \Delta(2/5, 9/5)$$

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο τομής των ευθειών $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ και $\frac{x}{\beta} + \frac{y}{\alpha} = 1$, με $\alpha, \beta \neq 0$ και $\alpha \neq \pm\beta$.

Η ευθείες $\varepsilon_1: x/\alpha + y/\beta = 1$ και $\varepsilon_2: x/\beta + y/\alpha = 1$ τέμνονται στο σημείο K :

$$\varepsilon_1: x/\alpha + y/\beta = 1 \Leftrightarrow \beta x + \alpha y = \alpha\beta \Leftrightarrow \beta x = \alpha\beta - \alpha y \Leftrightarrow x = (\alpha\beta - \alpha y)/\beta$$

$$\varepsilon_2: x/\beta + y/\alpha = 1 \Leftrightarrow (\alpha\beta - \alpha y)/\beta^2 + y/\alpha = 1 \Leftrightarrow \text{πολ.}\alpha\beta^2 \quad \alpha(\alpha\beta - \alpha y) + \beta^2 y = \alpha\beta^2 \Leftrightarrow \alpha^2 \beta - \alpha^2 y + \beta^2 y = \alpha\beta^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-\alpha^2 + \beta^2)y = \alpha\beta^2 - \alpha^2 \beta \Leftrightarrow y = \alpha\beta(\beta - \alpha) / (\beta^2 - \alpha^2) \Leftrightarrow y = \alpha\beta(\beta - \alpha) / (\beta - \alpha)(\beta + \alpha) \Leftrightarrow y = \alpha\beta / (\beta + \alpha)$$

$$\text{Δηλαδή } K((\alpha\beta - \alpha y)/\beta, \alpha\beta / (\beta + \alpha))$$

$$\text{Η ζητούμενη ευθεία έχει κλίση : } \lambda = [\alpha\beta / (\beta + \alpha)] : (\alpha\beta - \alpha y)/\beta = \alpha\beta^2 / \alpha(\beta + \alpha) (\alpha - \beta) = \beta^2 / (\beta + \alpha) (\alpha - \beta)$$

$$\text{Η ζητούμενη ευθεία έχει εξίσωση : } y = \lambda x \Leftrightarrow y = \beta^2 x / (\beta + \alpha) (\alpha - \beta)$$