

## ΘΕΜΑ Α

Α.1. Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  με άκρα τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ .

Να αποδείξετε ότι το μέσο  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , έχει συντεταγμένες

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

10 μονάδες

Α.2. Να απαντήσετε αν η κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις είναι **Σωστή** ( $\Sigma$ ) ή **Λάθος** ( $\Lambda$ ) και να μεταφέρετε τις απαντήσεις στο τετράδιό σας.

1. Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ , παριστάνει πάντα ευθεία.
2. Στην εξίσωση της παραβολής  $C: x^2 = 2py$ , ο πραγματικός αριθμός  $p \in \mathbb{R}$ , παριστάνει την απόσταση της εστίας της παραβολής από τη διευθετούσα της.
3. Αν για δύο μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{a}, \vec{b}$  ισχύει  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , τότε τα διανύσματα είναι κάθετα μεταξύ τους.
4. Αν για δύο μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{a}, \vec{b}$  ισχύει  $\vec{a} = \vec{b}$  τότε θα ισχύει επίσης  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .
5. Δύο κύκλοι οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά, έχουν δύο ακριβώς κοινές εφαπτόμενες ευθείες.

10 μονάδες

## ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες  $(\varepsilon_1)$  και  $(\varepsilon_2)$  με εξισώσεις  $x - 3y = 4$  και  $9x + 3y = 6$  αντίστοιχα.

**Β.1.** Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $(\varepsilon_1)$  και  $(\varepsilon_2)$  είναι κάθετες.

(Μονάδες 8)

**Β.2.** Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $(\varepsilon_1)$  και  $(\varepsilon_2)$  τέμνονται στο σημείο  $A(1, -1)$ .

(Μονάδες 8)

**Β.3.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο  $A$  και είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 9)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παρακάτω γραμμές με εξίσωση:

$$C_1 : x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0 \quad \text{και}$$

$$C_2 : x^2 + y^2 - 12x - 18y + 81 = 0$$

**Γ.1.** Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω εξισώσεις  $C_1, C_2$  παριστάνουν κύκλους, των οποίων να βρείτε τα κέντρα και την ακτίνα τους.

8 μονάδες

**Γ.2.** Να αποδείξετε οι κύκλοι  $C_1, C_2$  εφάπτονται εξωτερικά.

8 μονάδες

**Γ.3.** Να βρείτε την εξίσωση της κοινής εσωτερικής εφαπτόμενης ευθείας των κύκλων  $C_1, C_2$ .

9 μονάδες

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία  $A(2,4)$ ,  $B(-1,0)$  και  $\Gamma(3,-2)$ .

Δ.1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  αποτελούν κορυφές τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(Μονάδες 04)

Δ.2. Αν η ευθεία  $AB$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  σε ένα σημείο  $\Delta$  και η ευθεία  $A\Gamma$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε ένα σημείο  $E$ , τότε:

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $\Delta$  και  $E$ .

(Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι  $\overrightarrow{A\Delta} = 2\overrightarrow{\Delta B}$  και  $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{E\Gamma}$ .

(Μονάδες 06)

Δ.3. Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $\Delta E$  είναι παράλληλη της  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 05)

*Η Διευθύντρια*

*Λοντρίδου Παρασκευή*

*Οι Εισηγητές*

*Αθανασίου Γεώργιος*

*Αρκάς Ροδόλφος*

*Μαντζαβίνος Αναστάσιος*