|  |  |
| --- | --- |
| *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*  ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ** | MAΘΗΜΑ 2Ο  Παρουσίαση  στατιστικών  δεδομένων |

Το

7o ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

**ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ**

**Στην Στατιστική πρέπει να γνωρίζουμε την ονοματολογία και τα σύμβολα.**

**Οι... δύσκολες πράξεις είναι με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά. Ξέρετε να κάνετε**

**πράξεις με αυτούς ή θα γίνουμε...ρεζίλι;**

Οι περισσότερες ασκήσεις στηρίζονται σε πίνακα κατανομής συχνοτήτων. (Λέγεται έτσι γιατί

μας δείχνει πως κατανέμεται– μοιράζεται– ο πληθυσμός σε κομμάτια– συχνότητες).

**Ονοματολογία**

|  |
| --- |
| **1**) Το σύνολο που εξετάζουμε λέγεται**πληθυσμός.** |
| **2**) Τα στοιχεία του πληθυσμού λέγονται**άτομα.** |
| **3)** Οι αριθμοί **xi** λέγονται τιμές της μεταβλητής Χ. |
| **4)** Οι αριθμοί **νi** λέγονται συχνότητες και δείχνουν πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή xi. |
| **5)** Οι αριθμοί**fi** = λέγονται σχετικές συχνότητες. |
| **6)** Οι αριθμοί **Νi** λέγονται αθροιστικές συχνότητες και εκφράζουν το **πλήθος** των  παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής xi.(Υπόψη: **νi=Ni–Ni–1**) |
| **7)** Οι αριθμοί **Fi** λέγονται αθροιστικές σχετικές συχνότητες και εκφράζουν το  **ποσοστό** των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής xi.  (Υπόψη: **fi=Fi–Fi–1**) |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | vi | fi | Ni | Fi |
| x1 | v1 | f1 | N1=v1 | F1=f1 |
| x2 | v2 | f2 | N2=v1+v2 | F2=f1+f2 |
| x3 | v3 | f3 | N3=v1+v2+v3 | F3=f1+f2+f3 |
| x4 | v4 | f4 | N4=v | F4=1 |
| Σύνολα | v | 1 |  |  |

k=4, όσες είναι οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής.

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**π.χ.** Μελετάμε  40 οικογένειες ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Τα αποτελέσματα της

|  |  |
| --- | --- |
| Αρ. παιδιών xi | Οικογένειες νi |
| x1=0 | ν1=9 |
| x2=1 | ν2=9 |
| x3=2 | ν3=16 |
| x4=3 | ν4=5 |
| x5=4 | ν5=1 |
| Σύνολο | ν=40 |

μέτρησης  φαίνονται στον πίνακα.

**1)** Οι οικογένειες αποτελούν τον **πληθυσμό**. To **πλήθος** τους είναι ν=40.

**2)** Η **μεταβλητή** ως προς την οποία εξετάσαμε τον πληθυσμό είναι "αριθμός παιδιών".

**3)** Οι **τιμές** της μεταβλητής είναι: x1=0, x2=1, x3=2, x4=3, x5=4.

**4)**Η τιμή 0 εμφανίστηκε 9 φορές. Άρα έχει **συχνότητα** ν1=9. Ομοίως ν2=9, ν3=16, ν4=5, ν5=1.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**π.χ.** Μελετήσαμε ένα δείγμα οικογενειών των πόλεων "Σπάτα" και "Αρτέμιδα" ως προς τον

αριθμό των παιδιών. Τα αποτελέσματα φαίνονται τους παρακάτω πίνακες.

**ΣΠΑΤΑ                                           ΑΡΤΕΜΙΔΑ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Παιδιά xi | Οικογένειες  νi | fi |
| 0 | 2 |  |
| 1 | 4 |  |
| 2 | 9 |  |
| 3 | 3 |  |
| **4** | **2** | **10%** |
|  | ν=**20** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Παιδία xi | Οικογένειες  νi | fi |
| 0 | 6 |  |
| 1 | 8 |  |
| 2 | 20 |  |
| 3 | 4 |  |
| **4** | **2** | **5%** |
|  | ν=**40** |  |

Συμπωματικά η παρατήρηση "4 παιδιά" έχει την ίδια συχνότητα. Έχει και την ίδια βαρύτητα;

Η απάντηση είναι όχι, διότι στα Σπάτα 2 οικογένειες από τις 20 έχουν 4 παιδιά, ενώ στην Αρτέμιδα 2 οικογένειες από τις 40 έχουν 4 παιδιά. Σύγκριση δεν γίνεται. Γι' αυτό καταφεύγουμε στον...μαγικό αριθμό 100!

Στα  Σπάτα: Από τις **20** οικογένειες **2** έχουν 4 παιδιά

                  Αν ήταν **100**                    **x**;  (Απλή μέθοδος των τριών)

**x**=.

  Ο αριθμός **f5** λέγεται σχετική συχνότητα και ο **f5%** =**10%** λέγεται σχετική συχνότητα επί

  τοις εκατό.  Για την Αρτέμιδα η αντίστοιχη σχετική συχνότητα είναι **f5%**=**5%**.

|  |
| --- |
| Ξέρετε ότι όταν το πλήθος ν μπορεί να πάρει τη μορφή ν=2κ5λ, τότε οι διαιρέσεις θα τερματίζονται; |

**π.χ.**ν=40 =23⋅5  ή ν=50=2⋅52.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**π.χ.** Αν η μεταβλητή Χ παίρνει μόνο τις τιμές x1, x2, x3 με αντίστοιχες σχετικές συχνότητες

f1, f2, f3 έτσι ώστε:  (**1**), να βρείτε τις ν1, ν2, ν3 αν ν=20.

Πρέπει από μία ισότητα να βρούμε δύο αγνώστους. Θυμηθείτε από την Α' Λυκείου την

ισοδυναμία: Αν **(x–α)2+(y–β)2=0**, τότε **α=0** και **β=0**. (**Αγαπημένο θέμα εξετάσεων!)**

Από (**1**) έχουμε:  ή

, όπου 

, άρα f1= και f2=.

Έχουμε:  ή  άρα ν1=**10**.

Ομοίως  ή , άρα ν2=**6** και τέλος ν3=ν–ν1–ν2=20–10–6=**4**.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**π.χ.** Έστω x1, x2, x3, x4 οι τιμές μιας μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν. Έστω Ν3=20F3

και νi= με i=2, 3, 4.

**α**) Να βρείτε το μέγεθος του δείγματος και τις συχνότητες.

**β**) Να κατασκευάσετε πίνακα νi, Ni, Fi%.

**α**) Για ν=2 έχουμε: ν2==**6**. Ομοίως ν3=**3** και ν4=**2**.

Η σχέση Ν3=20F3 γράφεται: , άρα **ν=20** και ν1=20–6–3–2=**9.**

**β**) Με βάση τα παραπάνω στοιχεία ο πίνακας είναι:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | Ni | Fi |
| x1 | 9 | 0,45 | 9 | 0,45 |
| x2 | 6 | 0,3 | 15 | 0,75 |
| x3 | 3 | 0,15 | 18 | 0,9 |
| x4 | 2 | 0,1 | **20** | **1** |
| Σύνολα | **20** | **1** |  |  |

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ**

Όταν οι τιμές μιας μεταβλητής είναι πάρα πολλές και διαφορετικές μεταξύ τους κάνουμε ομαδοποίηση. Πρέπει να γνωρίζουμε τα εξής:

**1**) Στην ομαδοποιημένη κατανομή οι τιμές της μεταβλητής είναι διαστήματα π.χ. **[α,β)** που

λέγονται **κλάσεις**, με αx<β.

**2**) Οι αριθμοί α, β λέγονται **όρια** της κλάσης.

**3**) Για την μελέτη της κατανομής αντικαθιστούμε το διάστημα με την **κεντρική τιμή**, που

δίνεται από τον τύπο **x=**.

**4**) Η διαφορά **β–α** λέγεται **πλάτος** της κλάσης.

**5**) Το πλάτος κάθε κλάσης ισούται με την απόσταση δύο διαδοχικών κεντρικών τιμών

|  |  |
| --- | --- |
| [α,β) | x1 |
| [β,γ) | x2 |

 **β–α=γ–β=x2–x1**.

**6**) Υποθέτουμε ότι τα στοιχεία μιας κλάσης είναι **ομοιόμορφα τοποθετημένα** μέσα στην

κλάση.

**7**) Το **εύρος R** του δείγματος ενδέχεται να είναι διαφορετικό από το εύρος που εμφανίζεται

στον πίνακα, επειδή "στρογγυλεύουμε" τα δεδομένα, ώστε να δημιουργήσουμε ισοπλατείς

κλάσεις.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**π.χ.**  Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές τιμές |
| ...–... | 6 |
| ...–... | ... |
| ...–... | ... |
| ...–... | 18 |

Ένας απλός τρόπος για να συμπληρώσουμε την στήλη των κλάσεων είναι με άξονα.

**1**) Χωρίζουμε έναν άξονα σε ίσα διαστήματα με αρχή το α και πλάτος κάθε

διαστήματος το β.

 **2**) Τοποθετούμε τις δεδομένες κεντρικές

τιμές στις ανάλογες θέσεις.

**3**) Με απλές γεωμετρικές σκέψεις και λύση συστήματος βρίσκουμε τα α και β.

Το μέσον ενός τμήματος με άκρα α και β είναι **μ=**.

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές τιμές |
| [ 4, 8 ) | 6 |
| [ 8,12) | 10 |
| [12,16) | 14 |
| [16,20) | 18 |

Στην περίπτωσή μας έχουμε



α+2β=12 και 2α+7β=36

Η λύση του συστήματος είναι: **α=4** και **β=4**. Άρα ο

πίνακας θα γίνει:

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές τιμές |
| ...–... | ... |
| ...–... | 11 |
| ...–... | ... |
| 17–... | ... |

**π.χ.**  Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο.



|  |  |
| --- | --- |
| Κλάσεις | Κεντρικές τιμές |
| [ 5 , 9) | 7 |
| [ 9, 13) | 11 |
| [13,17) | 15 |
| [17,21) | 19 |

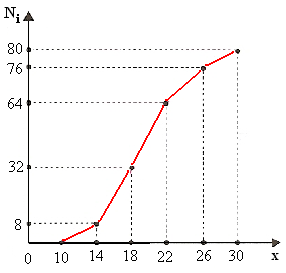
Στην περίπτωσή μας έχουμε



ή 2α+3β=12 και α+3β=17 και τελικά **α=5** και **β=4**.

Άρα ο πίνακας θα γίνει:

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**π.χ.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται το πολύγωνο των

αθροιστικών συχνοτήτων που δείχνει το μηνιαίο

χαρτζιλίκι σε € των μαθητών ενός Λυκείου.

Να βρείτε:

**α**) Πόσοι είναι οι μαθητές.

**β**) Πόσοι παίρνουν κάτω από 16 €.

**γ**) Πόσοι παίρνουν τουλάχιστον 19 €.

**δ**) Μέχρι ποιο χαρτζιλίκι φθάνουν οι 40 πρώτοι

"φτωχοί" μαθητές;

Για να μελετήσουμε καλύτερα το πρόβλημα κατασκευάζουμε πίνακα συχνοτήτων.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Χαρτζιλίκι | νi | Ni |
| [10,14) | 8 | 8 |
| [14,18) | 24 | 32 |
| [18,22) | 32 | 64 |
| [22,26) | 12 | 76 |
| [26,30) | 4 | 80 |

**α**) Το πλήθος των μαθητών είναι **80** (όσο το Ν5).

**β**) Οι μαθητές που παίρνουν κάτω από 16 € είναι:

ν1+=8+12=**20**.

**γ**) Οι μαθητές που παίρνουν τουλάχιστον 19 € είναι

ν5+ν4+=4+12+24=**40**.

**δ**) Οι πρώτοι μαθητές ν1+ν2+=40 φθάνουν μέχρι **19 €**.

Υποθέτουμε ότι στην κλάση [18,22) η κατανομή των 32 μαθητών είναι ομοιόμορφη,

 όπως φαίνεται στο σχήμα.

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**π.χ.** Ο διπλανός πίνακας δείχνει τις απουσίες (ομαδοποιημένες) που έκαναν οι μαθητές ενός

|  |  |
| --- | --- |
| Απουσίες | f i% |
| 0–10 | 5 |
| 10–20 | 20 |
| 20–30 | 40 |
| 30–40 | 25 |
| 40–50 | 10 |

σχολείου. Να βρείτε:

**α**) τις απουσίες που έκανε το 33% των μαθητών.

**β**) το ποσοστό που έκανε τουλάχιστον 38 απουσίες.

**α**) 33%=5%+20%+8%.

Το 5% έκανε μέχρι [0,10) απουσίες.

Το 20% έκανε μέχρι [10,20) απουσίες.

Θα υπολογίσουμε το 8% της κλάσης [20,30).

 Το 8% του 40% είναι 40% που αντιστοιχεί σε 2

απουσίες. (δείτε το σχήμα).

Άρα το 33% έκανε μέχρι **22 απουσίες**.

**β**) Τουλάχιστον 38 απουσίες σημαίνει 38 έως 50, δηλαδή το ποσοστό της κλάσης [40,50)

που αντιστοιχεί το 10% των μαθητών και 2 απουσίες από την κλάση [30, 40).

Οι 2 απουσίες είναι το του 25% δηλαδή 5%. (δείτε το σχήμα)



Επομένως 10%+5%=**15%**.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**π.χ.** Σε μία ομαδοποιημένη κατανομή, στην κλάση [2,7)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Κλάσεις | νi | fi |
| ... | ... | ... |
| [2 , 7) | 20 | 40 |
| ... | ... | ... |
| Σύνολο | ν=50 | 1 |

υπάρχουν 20 παρατηρήσεις. Αν το δείγμα έχει μέγεθος

ν=50, να βρείτε:

**α**) Το πλήθος των παρατηρήσεων της κλάσης αυτής

που είναι μικρότερες του 5.

**β**) Το ποσοστό των παρατηρήσεων του δείγματος που

έχουν τιμή τουλάχιστον 3 και μικρότερη του 7.

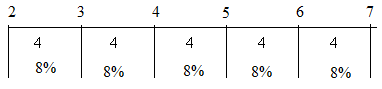
**γ**) Το x≤7 ώστε στην κλάση [2,x) να ανήκουν 8 παρατηρήσεις.

**δ**) Το x≤7 ώστε στην κλάση [2,x) να ανήκει το 32% του δείγματος.

Παριστάνουμε γραφικά τα δεδομένα της άσκησης. Έτσι γίνεται ευκολότερη!!

Χωρίζουμε την κλάση σε 5 διαστήματα (όσα και οι αριθμοί).

Σε κάθε διάστημα υπάρχουν 4 παρατηρήσεις (αφού όλες είναι 20).



Η σχετική συχνότητα της κλάσης είναι f3=.

**α**) Το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του 5 είναι4+4+4=**12**.

**β**) Το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή 3 και μικρότερη του 7 είναι

8%+8%+8%+8%=**32%**.

**γ**) 8 παρατηρήσεις βρίσκονται στο διάστημα [2,4). Άρα **x=4**.

**δ**) το 32% του δείγματος είναι στο διάστημα [2,6). Άρα **x=6**.

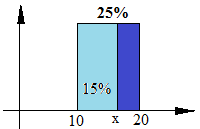
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Βασικό θέμα**

**π.χ.** Σε μία ομαδοποιημένη κατανομή η κλάση [10,20) έχει σχετική συχνότητα f %=25%

Να βρείτε πόσα άτομα της κλάσης αυτής μετά το 10 αποτελούν το 15%;

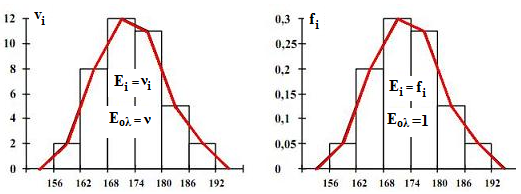
Έστω ότι ξεκινώντας από το 10 θα σταματήσουμε στο x. Ο λόγος των βάσεων είναι

 ανάλογος των συχνοτήτων.

Πρέπει 

 και τελικά **x=16**.

**Τι πρέπει να ξέρουμε για το ιστόγραμμα vi και fi.**



|  |
| --- |
| **1**) Επειδή τα πλάτη των κλάσεων διαφέρουν από κατανομή σε κατανομή υποθέτουμε ότι όλες οι  κλάσεις έχουν πλάτος 1. |
| **2**) Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων το εμβαδόν κάθε ορθογωνίου ισούται με την συχνότητα της  αντίστοιχης κλάσης και το συνολικό εμβαδόν του πολυγώνου ισούται με το μέγεθος του  δείγματος. |
| **3**) Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων το εμβαδόν κάθε ορθογωνίου ισούται με την  σχετική συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης και το συνολικό εμβαδόν του πολυγώνου  ισούται με το 1. |

ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

**1.** Να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | fi % |
| 1 | 12 |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 | 24 |  | 40 |
| 5 |  | 0,05 |  |
| Άθροισμα |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | fi % |
| −5 |  | 0,05 |  |
| −3 |  |  |  |
| 0 |  |  | 40 |
| 1 | 8 | 0,2 |  |
| Άθροισμα |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | Νi | fi | Fi | fi % | Fi % |
| 2 | 20 |  |  |  |  |  |
| 3 | 10 |  |  |  |  |  |
| 4 | 15 |  |  |  |  |  |
| 6 | 5 |  |  |  |  |  |
| Άθροισμα |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi % | Ni | Fi |
| −1 |  |  | 4 | 0,1 |
| 0 |  | 30 |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 | 6 |  |  |  |
| Άθροισμα | 40 |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | Ni | Fi % |
| 2 |  |  |  | 20 |
| 5 |  | 0,4 |  |  |
| 7 | 12 |  |  |  |
| 8 |  |  | 60 |  |
| Άθροισμα |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | fi % | Νi | Fi | Fi % |
| 0 |  |  |  |  |  | 10 |
| 10 |  | 0,15 |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  | 0,60 |  |
| 30 | 5 |  |  |  |  |  |
| 40 |  |  |  | 20 |  |  |
| Άθροισμα |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | νi | fi | Νi | Fi | fi % | Fi % |
| 1 |  |  |  |  |  | 10 |
| 2 | 4 | 0,20 | 6 |  |  |  |
| 3 |  |  |  | 0,60 |  |  |
| 4 |  |  |  |  | 25 |  |
| 5 | 2 |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| Άθροισμα |  |  |  |  |  |  |

**2.** Σε μια τάξη Λυκείου:

🗹 Οι 20 μαθητές έχουν κανένα ή 1 ή 2 ή 3 ή 4 αδέρφια.

🗹 Οι 18 έχουν τουλάχιστον 1 αδερφό.

🗹 Οι 19 έχουν το πολύ 3 αδέρφια.

🗹 Πέντε οικογένειες των μαθητών έχουν 4 τουλάχιστον παιδιά.

Να κάνετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων:

vi , fi , fi % , Ni , Fi , Fi %

**3.** Σε μια πόλη η μικρότερη θερμοκρασία επί 20 συνεχείς ημέρες ήταν 10, 11, 15, 13 και 16 .

🗹 18 ημέρες είχαν θερμοκρασία το πολύ 15.

🗹 Το 85 % του πληθούς των ημερών η θερμοκρασία ήταν τουλάχιστον 11.

🗹 Το πλήθος των ημερών που είχαν θερμοκρασία 13 ήταν διπλάσιο του πληθούς των ημερών που είχαν 11.

🗹 Το 55 % του πλήθους των ημερών η θερμοκρασία ήταν 13 ή 15.

Να κάνετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων:

vi , fi , Ni , Fi , fi % , Fi %

**4.** Έστω x1, x2, x3, x4 οι τιμές μιας μεταβλητής Χ, ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους ν και  , i = 2, 3, 4 . Να βρεθεί η f1 .

**5.** Έστω x1, x2, x3, x4 οι τιμές μιας μεταβλητής Χ ενός δείγματος. Αν f1 = 2f2 = 3f3 = 4f4 να βρείτε τις f1, f2, f3, f4 .

**6.** Έστω x1, x2, x3 οι τιμές μια μεταβλητής Χ ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους ν.

**α.** Αν vi = i 2 + 2i , i = 1, 2, 3 να βρεθεί το ν .

**β.** Αν  , i = 2, 3 να βρεθεί η f1 .

**7.** Έστω x1, x2, … , x5 με x1 < x2 < … < x5 οι τιμές μια μεταβλητής Χ, ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους ν. Αν ισχύει  , i = 1, 2, … , 5 τότε:

**α.** να βρεθεί ο κ .

**β.** για κ = 15/2 να βρεθεί η F3 % .

**γ.** Αν Ν3 = 30 να βρεθεί το μέγεθος ν του δείγματος.

**8.** Έστω x1, x2, … , x5 με x1 < x2 < … < x5 οι τιμές μια μεταβλητής Χ, ως προς την οποία εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους ν. Αν ισχύει , i = 1, 2, … , 5 τότε:

**α.** να βρεθεί ο κ .

**β.** για κ = 1/20 να βρεθεί η f2 .

**9.** Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να κάνετε το διάγραμμα συχνότητων και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

|  |  |
| --- | --- |
| Βαθμός | Πλήθος φοιτητών |
| 4 | 2 |
| 5 | 3 |
| 6 | 7 |
| 7 | 5 |
| 8 | 3 |

**10.** Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα βιβλία, που έχει μια βιβλιοθήκη. Να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα συχνοτήτων και κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

|  |  |
| --- | --- |
| Είδος βιβλίων | Πλήθος βιβλίων |
| Ιστορικά | 2 |
| Λογοτεχνικά | 30 |
| Μαθηματικά | 36 |
| Ταξιδιωτικά | 24 |
| Εγκυκλοπαιδικά | 18 |

**11.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται οι εξαγωγές της χώρας μας, αξίας 97.000.000 €, κατά το έτος 1980 και ανάλογα με το μέσο μεταφοράς. Η γωνία του κυκλικού τομέα για μέσο μεταφοράς "θαλασσίως" είναι 1800 . Το 14 % της αξίας των εξαγωγών έγινε "σιδηροδρομικώς". Οι μεταφορές που έγιναν "οδικώς" ήταν τετραπλάσιες σε αξία, από αυτές που έγιναν "αεροπορικώς". Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

**12.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται το μορφωτικό επίπεδο των 400 εργαζομένων μιας επιχείρησης, σε τέσσερις κατηγορίες.

🗹 Κατηγορία Α : Απόφοιτοι Γυμνασίου

🗹 Κατηγορία Β : Απόφοιτοι Λυκείου

🗹 Κατηγορία Γ : Πτυχιούχοι Ανωτάτης Εκπαίδευσης

🗹 Κατηγορία Δ : Κάτοχοι Μεταπτυχιακού Τίτλου

Κάθε εργαζόμενος ανήκει σε μία μόνον από τις κατηγορίες αυτές. Στην Α κατηγορία ανήκει το 25 % των εργαζομένων της επιχείρησης. Η γωνία του κυκλικού τομέα, που αντιστοιχεί στους εργαζόμενους της Δ κατηγορίας είναι 180 . Οι εργαζόμενοι της Β κατηγορίας είναι εξαπλάσιοι εκείνων της Γ κατηγορίας.

**α.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των εργαζομένων κάθε κατηγορίας.

**β.** Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

**13.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα, παριστάνεται το χρώμα μαλλιών 900 ατόμων. Το 30 % των ατόμων έχουν μαύρα μαλλιά. Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στα καστανά μαλλιά είναι α3 = 1440 . Τα άτομα με ξανθά μαλλιά είναι διπλάσια από αυτά με κόκκινα μαλλιά. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Χρώμα μαλλιών | νi | fi % | αi |
| Κόκκινα |  |  |  |
| Μαύρα |  |  |  |
| Καστανά |  |  |  |
| Ξανθά |  |  |  |
| Σύνολο |  |  |  |

**14.**



fi

xi

Ο αριθμός των ετήσιων επισκέψεων ενός δείγματος 80 μαθητών μιας περιοχής, στα διάφορα μουσεία της χώρας, δίνεται από το προηγούμενο διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Για το ανωτέρω δείγμα, βρείτε:

**α.** πόσοι μαθητές κάνουν, το πολύ, 2 επισκέψεις ετησίως.

**β.** πόσοι μαθητές κάνουν, ακριβώς, μία επίσκεψη ετησίως.

**γ.** το ποσοστό (%) των μαθητών που κάνει, ακριβώς, 2 επισκέψεις ετησίως.

**δ.** το πόσοσο (%) των μαθητών που κάνει, τουλάχιστον, 2 επισκέψεις ετησίως.

ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

**15.** Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες στους οποίους έχουμε ομαδοποιήσει τρία δείγματα σε κλάσεις ίσου πλάτους.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Kλάσεις | xi |  | Κλάσεις | xi |  | Κλάσεις | xi |
| [ … , … ) | 6 |  | [ 5 , … ) |  |  | [ … , … ) | ... |
| [ … , … ) | … |  | [ … , … ) |  |  | [ … , … ) | 11 |
| [ … , … ) | … |  | [ … , 23 ) |  |  | [ … , … ) | ... |
| [ … , … ) | 18 |  | [ … , … ) |  |  | [ 17 , … ) | ... |

**16.** Η βαθμολογία 40 μαθητών σε ένα διαγώνισμα φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

|  |  |
| --- | --- |
| Βαθμολογία | Μαθητές |
| [ 0, 4 ) | 4 |
| [ 4, 8 ) | 8 |
| [ 8, 12 ) | 16 |
| [ 12, 16 ) | 10 |
| [ 16, 20 ) | 2 |

**Α.** Να κατασκευάσετε:

**α.** τον πίνακα των συχνοτήτων: fi %, Fi % .

**β.** το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

**Β.** Να βρείτε το βαθμό κάτω από τον οποίο έχει:

**α.** το 30 % των μαθητών.

**β.** το 20 % των μαθητών.

**γ.** το 40 % των μαθητών.

**Γ.** Το ποσοστό των μαθητών, που έχει γράψει:

**α.** κάτω από 16.

**β.** κάτω από 11.

**γ.** τουλάχιστον 14.

Μαθητές

Fi

Βαθμολογία



**17.**

Στο σχήμα που δίνεται, έχουμε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων της βαθμολογίας των μαθητών της Α΄ Λυκείου, σε ένα διαγώνισμα ιστορίας. Να βρείτε:

**Α.** Το βαθμό κάτω από τον οποίο πήρε:

**α.** το 70 % των μαθητών.

**β.** το 50 % των μαθητών.

**γ.** το 30 % των μαθητών.

**Β.** Το ποσοστό των μαθητών που πήρε βαθμό:

**α.** μέχρι 18.

**β.** μέχρι 13.

**18.** Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται το πολύγωνο συχνοτήτων των ομαδοποιημένων πωλήσεων (σε δεκάδες χιλιάδες ευρώ) που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας στη διάρκεια ενός έτους.

**Α.** Πόσοι είναι οι πωλητές;

**Β.** Να κατασκευάσετε:

**α.** το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

**β.** το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων Fi %.

**Γ.** Πόσοι πωλητές έκαναν πωλήσεις κάτω από:

**α.** 60.000 ευρώ;

**β.** 50.000 ευρώ;



Πωλητές

Fi

Πωλήσεις

**γ.** 45.000 ευρώ;

**19.** Το πολύγωνο συχνοτήτων μιας ομαδοποιημένης κατανομής με 5 ισοπλατείς κλάσεις αποτελείται από τις ευθείες y = x − 1 και y = −x + 13 .

**α.** Να βρεθεί το πλήθος του δείγματος.

**β.** Να βρεθεί το πλάτος και τα άκρα κάθε κλάσης.

**γ.** Να βρεθεί η συχνότητα κάθε κλάσης.