|  |  |
| --- | --- |
| *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*  ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  **1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ** | MAΘΗΜΑ 16Ο  Επίλυση  τριγώνων |

Το

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

|  |  |
| --- | --- |
| ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ | Νο 6 |
| Τάξη : Β΄ Λυκείου  Μάθημα : Άλγεβρα  Κεφάλαιο : 1ο  Διδακτική ενότητα : 6η  Ημερομηνία : 12-11-2018  Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος | |

Επίλυση

τριγώνου

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

**α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η:** Τι είναι η επίλυση τριγώνου;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η:** Ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η:** Πως εκφράζονται οι πλευρές ενός τριγώνου σε συνάρτηση των ημίτονων των γωνιών του;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η:** Πως εκφράζονται τα συνημίτονα των γωνιών ενός τριγώνου σε συνάρτηση των πλευρών του;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η: Τ**ι λέγεται τριγωνομετρικό σύστημα;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 6η:** Δείξτε ότι « Το εμβαδόν Ε ενός τριγώνου ΑΒΓ, που είναι γνωστές οι πλευρές του και η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου, δίνεται από τον τύπο

Ε = ».

**β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 7η:** Πως διατυπώνεται ο νόμος ημίτονων; Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 8η:** Πως εκφράζεται ο νόμος των συνημίτονων; Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 9η:** Δείξτε ότι « Το εμβαδόν Ε ενός τριγώνου ΑΒΓ, δίνεται από τον τύπο

Ε = β.γ.ημΑ».

Β. Παραδεγματα και εφαρμογεσ στην ενοτητα

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1.Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ορθογώνιο στο α και γ σημείο της ΑΒ ώστε

ΓΒΑ =χ,ΓΔΑ = ψ και ΒΔ = d.

Να αποδείξετε ότι

ι) ΓΔ = 

ιι) ΑΓ = 

2.Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισότητα

β συνΓ + γ συνΒ = α .

3.Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισότητα α = 2β συνΓ , να αποδείξετε ότι

β = γ και αντίστροφα.

1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισότητα



5.Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Δ της ΒΓ. Αν ΒΑΔ = χ , ΔΑΓ = ψ ,

ΑΔ = δ , να αποδείξετε ότι

.

Με την βοήθεια αυτού του τύπου να βρείτε το μήκος της διχοτόμου της ορθής γωνίας Α ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ σε συνάρτηση των πλευρών του α, β, γ .

**β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.**

6.Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι α = χ2+χ+1 , β=2χ+1 και γ =χ2 - 1 , τότε

Α = 1200.

1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ αληθεύει η ισότητα ημ  = , όπου τ

η ημιπερίμετρος του τριγώνου

8.Δύο δυνάμεις 12kp και 7kp εφαρμόζονται στο ίδιο σημείο ενός σώματος. Αν οι διευθύνσεις τους σχηματίζουν γωνία 640, να υπολογίσετε την συνισταμένη τους.

9.Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ , αν ΑΒ = 8 cm Α = 420 και η περίμετρός του είναι 26cm.

10.Δύο πλοία Π1 και Π2 έχουν ασύρματους με εμβέλεια 300km.Το Π1 βρίσκεται 230 km Β420Α από το λιμάνι Λ και το Π2 240km Β460Δ από το Λ.

Μπορούν τα δύο πλοία να επικοινωνήσουν μεταξύ τους;

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος,

δικαιολογώντας την απάντησή σας.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η**

Ο νόμος ημίτονων ισχύει μόνο για οξυγώνιο τρίγωνο;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η**

Για την επίλυση ενός τριγώνου ποια στοιχεία του πρέπει να είναι γνωστά;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Ο νόμος ημίτονων δίνεται από τον τύπο α2 = β2 + γ2 -2β.γ.ημΑ.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Το εμβαδόν ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο Ε =  με α,β,γ τις πλευρές του και R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η**

Πως επιλύεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ με γνωστά, μια πλευρά του και τις δύο προσκείμενες γωνίες στη δοθείσα πλευρά;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).

Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

|  |  |
| --- | --- |
| Στήλη (Α) | Στήλη (Β) |
| Νόμος ημίτονων  Νόμος συνημίτονων  Εμβαδόν τριγώνου  Συνισταμένη δύο δυνάμεων F1,F2 που σχηματίζουν γωνία ω  Με γνωστά α, Β, Γ βρίσκω  Με γνωστές τις α, β, γ βρίσκω | Ε = βγημΑ=γαημΒ=αβημΓ=  Α=180-(Β+Γ), β= , γ=  F2 = F12+ F22+2F1F2 συνω    συνΑ = ,συνΒ=,  Γ=180-Α-Β  α2=β2+γ2-2βγσυνΑ |

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις.

Α) Ο νόμος ημίτονων επιλυμένος ως προς τις πλευρές του α,β,γ δίνει α= ...........,β=............

γ=.................

β) Ο νόμος συνημίτονων επιλυμένος ως προς το συνημίτονο κάθε γωνίας του γράφεται σε συνάρτηση των πλευρών του ως συνΑ = ...........................................,συνΒ=.........................,

συνΓ=............................................

γ)Όταν είναι γνωστές δύο πλευρές και η περιεχόμενη γωνία ενός τριγώνου π.χ. οι β,γ,Α, τότε τα άγνωστα κύρια στοιχεία του τριγώνου υπολογίζονται από τους τύπους:

.............................................................................................................................................

Διατάξτε τα παρακάτω εξαγόμενα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

α) ημΑ , ημΒ, ημΓ όταν α = 20cm , β=10 , γ=30 και R = 50

β) Α , Β , Γ όταν α=35 , β= 20 , γ=42

γ) α,β,γ όταν Α=60 , Β =50

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η επίλυση ενός τριγώνου είναι πάντοτε δυνατή;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Ναι

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Όχι

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Εξαρτάται από τα δεδομένα.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Ο νόμος ημίτονων ισχύει σε

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

κάθε τρίγωνο

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

ορθογώνιο τρίγωνο

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

αμβλυγώνιο τρίγωνο.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Ισχύει η σχέση ;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Μερικές φορές .

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Ποτέ.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Πάντοτε.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Είναι γνωστές δύο πλευρές και μια γωνία ενός τριγώνου. Υπολογίζεται το εμβαδόν του;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Ναι, πάντοτε.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Ποτέ.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Μόνο αν η γωνία είναι περιεχόμενη των γνωστών πλευρών.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Είναι σωστός ο τύπος α2=β2+γ2+2βγ.συν(Β+Γ);

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Είναι σωστός.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Είναι λάθος.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Είναι σωστός για ορθογώνιο τρίγωνο μόνο.

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε...... με όταν...

**Ερώτηση α)**

.......... χρησιμοποιούμε τον νόμο ημίτονων στην επίλυση τριγώνων;

**Ερώτηση β)**

.......... ολοκληρώνεται η επίλυση ενός τριγώνου;

**Ερώτηση γ)**

.......... χρησιμοποιούμε τον τύπο

Ε = β.γ.ημΑ

=α.γ.ημΒ

=α.β.ημΓ;

**Ερώτηση δ)**

.......... ο νόμος συνημίτονων γίνεται α2 = β2 + γ2 ;

**Ερώτηση ε)**

.......... μπορούμε να υπολογίσουμε την συνισταμένη των δυνάμεων F1, F2;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

**Διατυπώσεις των θεμάτων.**

11.Ενας συλλέκτης ηλιακής ακτινοβολίας ΑΒ μήκους 5m είναι τοποθετημένος στην οροφή ενός κτιρίου. Σχηματίζεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με σημείο Δ στην ΑΓ έτσι ώστε

ΓΒΔ =350 και ΓΔΒ = 500 Να υπολογιστεί το μήκος του βραχίονα ΑΔ.

12. Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισότητα γ συνΒ = β συνΓ , να αποδείξετε ότι β = γ και αντίστροφα.

13..Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισότητα Β = 2Α , να αποδείξετε ότι

ι) συνΑ = .

Ιι) β2-α2 = α γ .

14.Σε ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ, κέντρου Ο παίρνουμε σημείο Μ .Αν Γ σημείο της ακτίνας ΟΜ έτσι ώστε ΟΓΑ = 900 και ΑΟΓ = θ , να αποδείξετε ότι

(ΒΓ)2 = 

15. Ένας πύργος ύψους ΓΒ = 35 m βρίσκεται στην κορυφή ενός λόφου που είναι στην μία όχθη ενός ποταμού . Από την κορυφή Β του πύργου βλέπουμε απέναντι στην όχθη του ποτάμιου ένα θάμνο Θ με γωνία βάθους 280 .Η γωνία βάθους του Θ από την βάση του πύργου είναι 170 .Να βρείτε το πλάτος του ποταμού ΘΑ και το ύψος του λόφου ΑΓ.

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Αν Ε είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ , να αποδείξετε ότι

ι) Ε = 2 R2 ημΑ ημΒ ημΓ

ιι) Ε = 

17. Δίνεται μία γωνία χΟψ = 1200 και στις πλευρές της Οχ και Οψ Παίρνουμε τα τμήματα ΟΑ = R1 και ΟΒ = R2 .Αν η διχοτόμος της χΟψ τέμνει την ΑΒ στο Γ και θέσουμε ΟΓ = R , να αποδείξετε ότι 

18.Δύο πλοία Π1 και Π2 αναχωρούν ταυτόχρονα από το λιμάνι Λ . Το Π1 κινείται Β450Α με ταχύτητα 12 μίλια την ώρα και το Π2 κινείται δυτικά. Μετά από 5 ώρες τα πλοία απέχουν 125,5 μίλια .Να βρείτε την ταχύτητα του πλοίου Π2.

19. Σε ένα τριγωνικό οικόπεδο που έχει πλευρές 50m,54m και 70m θέλουμε να χτίσουμε ένα σπίτι που να καλύπτει το 10% της επιφάνειας του οικοπέδου. Να βρείτε τις διαστάσεις του σπιτιού ( μήκος,πλάτος) αν η μία διάσταση είναι τα  της άλλης.

20.Βρισκόμαστε στην μία όχθη ενός ποταμού. Πως θα βρούμε πόσο απέχει από τη θέση μας ένα δένδρο Δ , που βρίσκεται στην απέναντι όχθη

ι) αν διαθέτουμε γωνιόμετρο.

Ιι) αν δεν διαθέτουμε γωνιόμετρο αλλά μόνο μετροταινία.