|  |  |
| --- | --- |
| *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ **1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ**  | MAΘΗΜΑ 13ΟΤριγωνομετρικοί Αριθμοί Της Γωνίας 2α  |

Το

 ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

|  |  |
| --- | --- |
| ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ | Νο 3 |
| Τάξη : Β΄ ΛυκείουΜάθημα : ΆλγεβραΚεφάλαιο : 1οΔιδακτική ενότητα : 3ηΗμερομηνία : 11-10-2018Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος |

Τριγωνομετρικοί

 αριθμοί

 της γωνίας 2α

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

 **Βασικές ερωτήσεις θεωρίας**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η:** Ποιοι τύποι λέγονται τύποι αποτετραγωνισμού ή υποβιβασμού;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η:** Ποιος είναι ο τύπος του ημίτονου διπλάσιου τόξου;

 Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η:** Ποιοι είναι οι τύποι του συνημίτονου διπλάσιου τόξου;

 Αποδείξτε τους.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η:** Ποιος είναι ο τύπος της εφαπτομένης διπλάσιου τόξου;

 Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η:** Ποιος τύπος εκφράζει το ημ3α σε συνάρτηση του ημα;

 Αποδείξτε τον.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 6η:** Ποιος τύπος εκφράζει το συν3α σε συνάρτηση του συνα;

 Αποδείξτε τον.

Β. Παραδεγματα και εφαρμογεσ στην ενοτητα

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1.Να αποδείξετε ότι

 ι)  = εφα

ιι)  = εφα

2.Να επιλύσετε τις εξισώσεις

ι) συν2χ + 2συν2 = 0

ιι) εφ2χ = 2συνχ

3.Να αποδειχθεί ότι

 = εφα +εφβ

4.Να αποδείξετε ότι

εφ(45ο-α) = = - εφ2α

και με την βοήθεια του παραπάνω τύπου να υπολογιστεί η εφ15ο.

1. Να αποδείξετε ότι

 συνχ + συν(120ο+χ) + συν(240ο+χ) = 0

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος,

δικαιολογώντας την απάντησή σας.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η**

Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 15ο;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

α) ημΑ = ημ(Β+Γ)

β) εφ =εφ.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

 = ημα.

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

**Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).**

**Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.**

|  |  |
| --- | --- |
|  Στήλη (Α) |  Στήλη (Β) |
| συν2αημ2α |    συν2α-ημ2α = 2συν2α-1 = 1-2ημ2α |
|  |  |

**Συμπληρώστε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν.**

Αφού 15ο = 30 ο/2 , τότε παίρνουμε ημ15 ο = ...........................................................................

........................................................................δηλαδή ημ15 ο = .

Αφού 22,5 ο =  τότε παίρνουμε ημ22,5 ο = ...........................................................................

........................................................................δηλαδή ημ22,5 ο = 

**Διατάξτε τους παρακάτω αριθμούς από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.**

α) ημ0, ημα, ημ2α,ημ3α,ημ4α,ημ12α όταν α=30 ο.

β) ημ0, συνα, εφα , σφ2α,εφ5α,ημ5α όταν α=15 ο.

γ) ημ0,συν0,εφ0,ημα,συνα,εφα,σφα, ημ2α,συν2α,εφ2α,σφ2α όταν α=22,5

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Οταν ισχύει η σχέση <2α<π, τότε ο ημ2α είναι

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

θετικός

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

αρνητικός

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

μηδέν.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Ο τύπος εφ2α =  ισχύει όταν 2α=180ο;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Ναι,ισχύει.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Οχι δεν ισχύει.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Ισχύει όταν 1-εφ²α  0

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Πότε ισχύει η σχέση συν2α=συν2α+ημ2α;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Για κάθε αεR

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Όταν α>0

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Όταν α<0.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Ο υπολογισμός της γωνίας 15ο γίνεται με τους τύπους

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

της διαφοράς 2 γωνιών αφού 15 ο =60 ο -45 ο =45 ο -30 ο

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

του διπλασίου τόξου αφού 15 ο = 30 ο / 2

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

του τριπλασίου τόξου αφού 15 ο = 45 ο / 3

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε...... με όταν...

**Ερώτηση α)**

.......... δεν ισχύει ο τύπος

εφα = ;

**Ερώτηση β)**

.......... .χρησιμοποιούμε τον τύπο ημ2α=2ημασυνα;

**Ερώτηση γ)**

.......... .χρησιμοποιούμε τους τύπους υποβιβασμού ή αποτετραγωνισμού;

**Ερώτηση δ)**

.......... .χρησιμοποιούμε τους τύπους του τριπλάσιου τόξου;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1) Να δείξετε ότι:

 **i**) 1+εφα·εφ2α= **ii**)  **iii**) συν4α – ημ4α=συν2α

 **iv**)  **v**) 

2) Αν 4ημ2x+3συν2x=3, να δείξετε ότι εφx=0 ή εφx=

3) Αν ημx+συνx=α, να δείξετε ότι: **i**) ημ2x=α2–1 και **ii**) .

4) Να λυθούν οι εξισώσεις: **i**) συν2x+2ημx=1 **ii**) συνx=3συν **iii**) ημ2x–συνx=0.

5) Αν α+=2συνx, να δείξετε ότι **=**2συν2x.

6) Για τη γωνία α ισχύει ότι: 5συν2α–14συνα–7=0.

 **α**. Να δείξετε ότι συνα=–

 **β**. Αν π, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: ημ2α, συν2α, εφ2α.

7) Να δείξετε ότι: **i**) συνx(ημ2x+4ημx)=(συν2x+4συνx+1)ημx.

 **ii**) Nα βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους συν2x+4συνx+1=0.

8) Να δείξετε ότι: **i**)  **i**),

 **iii**)= ημ2α

9) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει 1=2ημ2, να υπολογίσετε την γωνία Α

10) Αν συν56o=0,56 να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούςτων 28o.

11) Αν συνα=, συνβ= και συνγ=, να δείξετε ότι εφ2+εφ2+εφ2=1

12) Να δείξετε ότι 