|  |  |
| --- | --- |
| *ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ*ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ **1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ**  | MAΘΗΜΑ 11ΟΒασικέςΤριγωνομετρικές Εξισώσεις |

Το

 ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

* ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
* ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
* ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

|  |  |
| --- | --- |
| ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ | Νο 2 |
| Τάξη : Β΄ ΛυκείουΜάθημα : ΆλγεβραΚεφάλαιο : 1οΔιδακτική ενότητα : 2ηΗμερομηνία : 05-11-2018Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος |

Βασικές

 τριγωνομετρικές

 εξισώσεις.

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

**α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η:** Τι λέγεται τριγωνομετρική εξίσωση;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η:** Ποιες είναι οι βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η:** Ποιες είναι οι λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης σφχ = σφθ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η:** Τι λέγεται τριγωνομετρική ανίσωση ως προς χ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η:** Τι λέγεται λύση της τριγωνομετρικής ανίσωσης;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 6η:** Τι λέγεται γενική λύση μιας ανίσωσης;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 7η:** Ποιες είναι οι στοιχειώσεις τριγωνομετρικές ανισώσεις;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 8η:** Ποιες μορφές τριγωνομετρικών εξισώσεων γνωρίζετε και ποια είναι η

 αντίστοιχη μέθοδος επίλυσής τους;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 9η:** Πως επιλύεται η ανίσωση ημχ α ( ημχ α);

**ΕΡΩΤΗΣΗ 10η:** Πως επιλύεται η ανίσωση συνχ α ( συνχ α);

**ΕΡΩΤΗΣΗ 11η:** Πως επιλύεται η ανίσωση εφχ α ( εφχ α);

**ΕΡΩΤΗΣΗ 12η:** Πως επιλύεται η ανίσωση σφχ α ( σφχ α);

**β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 13η:** Ποιες είναι οι λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης ημχ = ημθ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 14η:** Ποιες είναι οι λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης συνχ = συνθ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 15η:** Ποιες είναι οι λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης εφχ = εφθ;

Β. Παραδεγματα και εφαρμογεσ στην ενοτητα

**α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου**

1.Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) ημχ = 

 β) σφχ = 

 γ) συνχ = - 

 δ) εφχ = - 

2. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) (1-ημχ)(2ημχ-) = 0

 β) (2συνχ+1)(εφ2χ-3)σφχ = 0

γ) συν+1 = 0

δ) εφ(-5χ) = 

1. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) ημχ + συν(χ) = 0

β) ημ2χ+5συν2χ = 4

1. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) εφχ. ημχ +1 = ημχ + εφχ

β) εφχ.σφ2χ = 1

5.Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης εφχ = 1 στο διάστημα (3π,4π).

**β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.**

6. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) ημ22χ - ημ2(χ+) = 0

β) ημ5χ = συν(χ- )

1. Να επιλύσετε την εξίσωση

 4ημ2χ-2(+1)ημχ + = 0

1. Να επιλύσετε την εξίσωση

 ημχ.εφχ+2συνχ = 2

1. Να επιλύσετε την εξίσωση

 εφ4χ-4εφ2χ+3 = 0

1. Να επιλύσετε την εξίσωση

 2ημχ.συνχ = εφχ

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος,

δικαιολογώντας την απάντησή σας.

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1η**

Ποιες είναι οι λύσεις της εξίσωσης ημχ = ημθ, όταν χε[0,2π];

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2η**

Ποια είναι η γενική λύση της εξίσωσης ημχ = 0 και γιατί;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3η**

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης f(χ)= εφχ και γιατί;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4η**

Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση ημχ =  και πόσες η ανίσωση ημχ > , όταν χε(0,π);

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5η**

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Η ανίσωση ημχ  1 είναι αδύνατη.

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

**Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).**

**Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.**

|  |  |
| --- | --- |
|  Στήλη (Α) |  Στήλη (Β) |
| ημχ = ημθσυνχ = συνθεφχ = εφθ και σφχ = σφθ2ημχ = ασυνχ > 2συνχ < 0,5 | \* χ = κπ + θ , κεΖ\* χ=2κπ+θ, χ=2κπ-θ κεΖ\* χ=2κπ+θ, χ=2κπ+π-θ, κεΖ\* Αόριστη\* Αδύνατη\* - 2 “ α “ 2  |

**Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:**

α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f(χ)= εφχ είναι το

 .....................................

β) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f(χ)= σφχ είναι το

 ............................

γ) Η εξίσωση εφ2χ = α έχει τις λύσεις

..........................................................

**Αν χ ε ( -  ,  ) να διατάξετε από την μικρότερη στην μεγαλύτερη τις ρίζες των εξισώσεων που ακολουθούν.**

α) ημχ =  , συνχ = 

β) ημχ = -  συνχ = 0 εφχ = 

γ) ημχ = 0 συνχ = 0 εφχ = 1.

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

 ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Ποιες είναι οι λύσεις της εξίσωσης ημχ = 0;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

χ=2κπ,κεΖ

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

χ=κπ,κεΖ

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

χ=0

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση εφχ = 1 ;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Έχει δύο λύσεις.

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Έχει άπειρες λύσεις.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Έχει μία λύση , την χ=450

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Πότε έχει λύση η εξίσωση 2 ημχ = α ;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Όταν αε[-1,1]

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Πάντοτε

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Όταν αε[-2,2].

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Πότε ισχύει η ανίσωση συνχ < 2 ;

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

Όταν χ < 2

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

Για κάθε χεR.

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

Όταν χ > 2 π .

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ποια είναι η λύση του συστήματος (Σ): ημχ = 1 και συνχ < 0,5 για χε[0,2π];

|  |  |
| --- | --- |
| Α |  |

χ= π/2 ή χ=3π/2

|  |  |
| --- | --- |
| Β |  |

χ=π/2

|  |  |
| --- | --- |
| Γ |  |

χ < π/3

4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ...........ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ.........

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις

Πότε...... με όταν....

**Ερώτηση α)**

.......... η εξίσωση ημχ = α έχει λύσεις;

**Ερώτηση β)**

.......... μία εξίσωση ημχ = α έχει μία γενική εξίσωση δηλαδή όλες οι λύσεις της εκφράζονται με ένα τύπο;

**Ερώτηση γ)**

.......... η εξίσωση ημχ = α είναι αδύνατη;

**Ερώτηση δ)**

.......... μία τριγωνομετρική εξίσωση δέχεται περιορισμούς και ποιους;

**Ερώτηση ε)**

.......... μια τριγωνομετρική εξίσωση έχει άπειρες λύσεις;

5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

11.Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α) συνχ =  β) εφχ = 

 γ) ημχ = -  δ) σφχ = - 

12. Να επιλύσετε τις εξισώσεις

α)(2ημχ+)(1-συνχ) = 0

β) (+εφχ)(1-εφχ) = 0

13.Να επιλύσετε την εξίσωση

εφ(2χ+) = σφχ

1. Να επιλυθεί η ανίσωση

α) 2συνχ +  > 0 β) -1

γ) εφ(χο-30ο)  δ) συν(2χο+20ο) < 

15.Να βρείτε για ποιες τιμές του χ έχει τη μέγιστη και για ποιες την ελάχιστη τιμή της η συνάρτηση f(χ)= 7 συν(χ-) , 0χ<π.

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

16. Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

 α) εφ( 4χ- π) = 1

 β) 2 ημχ + 1 = 0

 γ) 2 συνχ +  = 0

17. Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

 ημ²( χ +  ) + συν²5χ = 1

185 Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

 2ημ²χ+3ημχ = 

19. Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

 ημ2χ =  με χε(0,π).

20. Να επιλύσετε τις ανισώσεις

 α) συνχ  

 β) ημ( χ+  ) > 

 γ) εφ  > 