



15^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«Ο ΘΑΛΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄» ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 7 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2025

ΘΕΜΑΤΑ

1ο ΘΕΜΑ:

A1) Υπολογίστε την τιμή των παραστάσεων A, B, Γ, με:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}, \quad B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}, \quad \Gamma = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

A2) Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς X, Ψ, Ω, βάζοντάς τους σε αύξουσα σειρά.

$$X = \frac{31}{30} + 0,25 - \frac{3}{8}, \quad \Psi = \frac{13}{12} + 0,2 - \frac{2}{9}, \quad \Omega = \frac{47}{60} + 0,5 - \frac{11}{36}$$

2ο ΘΕΜΑ:

Για τους φυσικούς αριθμούς α και β ισχύουν: $\alpha < \beta$, $EK\Gamma(\alpha, \beta) = 72$ και $\alpha + \beta = 17$.

- 1) Να γράψετε τον αριθμό 72 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- 2) Να βρείτε τους διαιρέτες του 72
- 3) Να βρείτε τους αριθμούς α και β.
- 4) Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών $(\alpha - 2)$ και $(\beta + 3)$

3ο ΘΕΜΑ:

Έχουμε δύο κήπους K_1 και K_2 . Ο K_1 έχει σχήμα τετραγώνου με εμβαδόν 36 m^2 και ο K_2 έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με τα $\frac{2}{5}$ της μεγαλύτερης πλευράς του ορθογωνίου κήπου και ίση με τα $\frac{5}{8}$ της μικρότερης πλευράς του ορθογωνίου κήπου.

Να υπολογίστε:

- 1) Την πλευρά του τετραγώνου κήπου.
- 2) Τις διαστάσεις του ορθογωνίου κήπου.
- 3) Το εμβαδόν του ορθογωνίου κήπου.
- 4) Να σχεδιάσετε τους δύο κήπους με κλίμακα 1:200.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1ο ΘΕΜΑ:

A1)

Για τον αριθμό Α. ΕΚΠ(2, 3, 4)=12, άρα $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$.

Για τον αριθμό Β. ΕΚΠ(2, 3, 6)=30, άρα $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{5}{30} = \frac{31}{30}$.

Για τον αριθμό Γ. ΕΚΠ(3, 4, 5)=60, άρα $\Gamma = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} = \frac{47}{60}$.

A2) Από το Α1 ερώτημα έχουμε:

$$X = \frac{31}{30} + 0,25 - \frac{3}{8} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{8}$$

$$\Psi = \frac{13}{12} + 0,2 - \frac{2}{9} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \frac{2}{9}$$

$$\Omega = \frac{47}{60} + 0,5 - \frac{11}{36} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) - \frac{11}{36}$$

Άρα αρκεί να συγκρίνουμε τους αριθμούς $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{11}{36}$ που μετατρέπονται στους:

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{72}, \frac{2}{9} = \frac{16}{72}, \frac{11}{36} = \frac{22}{72} \text{ και αφού } \frac{2}{9} < \frac{11}{36} < \frac{3}{8} \text{ θα ισχύει ότι: } X < \Omega < \Psi$$

2ο ΘΕΜΑ:

Για τους φυσικούς αριθμούς α και β ισχύουν: $\alpha < \beta$, $\text{ΕΚΠ}(\alpha, \beta) = 72$ και $\alpha + \beta = 17$.

- 1) Αναλύω τον αριθμό 72 σε πρώτους παράγοντες: $72 = 2^3 \cdot 3^2$
- 2) Οι διαιρέτες του 72 είναι: $\Delta_{72} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$
- 3) Οι αριθμοί α και β έχουν άθροισμα 17 και ΕΚΠ το 72, με $\alpha < \beta$

Ελέγχω τις διάφορες τιμές τους:

α	β	ΕΚΠ(α,β)	Σωστό ή Λάθος
1	16	16	Λ
2	15	30	Λ
3	14	42	Λ
4	13	52	Λ
5	12	60	Λ
6	11	66	Λ
7	10	70	Λ
8	9	72	Σ

Άρα οι αριθμοί α και β είναι: $\alpha = 8$ και $\beta = 9$

4) Επειδή: $\alpha - 2 = 8 - 2 = 6$ και $\beta + 3 = 9 + 3 = 12$ είναι:

$$\text{ΜΚΔ}[(\alpha - 2), (\beta + 3)] = \text{ΜΚΔ}[6, 12] = 6.$$

3ο ΘΕΜΑ:

1) Ο κήπος K_1 έχει εμβαδόν 36 m^2 , άρα έχει πλευρά $\alpha = 6 \text{ m}$.

2) Αν οι διαστάσεις του κήπου K_2 είναι β και γ , τότε θα είναι:

$$\alpha = \frac{2}{5} \cdot \beta, \text{ άρα } \beta = \frac{5}{2} \cdot \alpha = \frac{5}{2} \cdot 6 = 15 \text{ m}.$$

$$\alpha = \frac{5}{8} \cdot \gamma, \text{ άρα } \gamma = \frac{8}{5} \cdot \alpha = \frac{8}{5} \cdot 6 = 9,6 \text{ m}.$$

3) Το εμβαδόν του ορθογωνίου κήπου είναι: $E(K_2) = \beta \cdot \gamma = 15 \cdot 9,6 = 144 \text{ m}^2$.

4) Με κλίμακα 1:200 θα είναι:

Η πλευρά α του κήπου K_2 θα γίνει στο σχέδιο: $\alpha' = 6 \text{ m} : 200 = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$.

Η μεγάλη πλευρά β του κήπου K_2 θα γίνει στο σχέδιο: $\beta' = 15 \text{ m} : 200 = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$

και η μικρή πλευρά γ του κήπου K_2 θα γίνει στο σχέδιο: $\gamma' = 9,6 \text{ m} : 200 = 0,048 \text{ m} = 4,8 \text{ cm}$.

Άρα οι δύο κήποι με κλίμακα 1:200 θα είναι:

