ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. γ.
2. α.
3. γ.
4. β.
5. α-Λ, β-Σ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

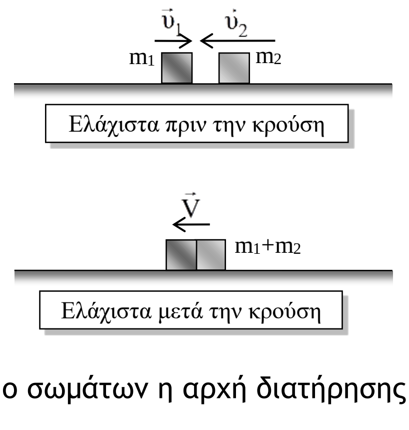
ΘΕΜΑ Β

1. Η σωστή απάντηση είναι το β.

Αν υ_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος $m_1 + m_2$, αμέσως μετά την κρούση, θα έχουμε για την κινητική ενέργεια του σώματος m_1:

$$K_{1(\pi\rho\iota\nu)} = K_{1(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{\ 2} = \frac{1}{2}m_1V^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \pm V$$

Στη διάρκεια της κρούσης αναπτύσσονται δυνάμεις και οι ταχύτητες μεταβάλλονται, άρα τα διανύσματα των $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{V}$ έχουν ίδια μέτρα αλλά αντίθετες κατευθύνσεις καθώς σε αντίθετη περίπτωση δεν θα είχε υπάρξει κρούση.
Άρα, η συνολική ορμή του συστήματος μετά την κρούση, έχει φορά αντίθετη αυτής που έχει η ορμή του σώματος m_1. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει το σώμα μάζας m_2 πριν την κρούση να κινείται με κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{\upsilon}_1$ και επιπλέον να έχει μεγαλύτερη ορμή από αυτό.



Για τη σύγκρουση των δύο σωμάτων η αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = -(m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 + (m_1 + m_2) \cdot V}{m_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 + (m_1 + 2m_1) \cdot \upsilon_1}{2m_1} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

2. Η σωστή απάντηση είναι το α.

Στην ελαστική κρούση, επειδή το σώμα μάζας m_2 είναι αρχικά ακίνητο, η ταχύτητά του μετά την κρούση, θα δίνεται από τη σχέση:

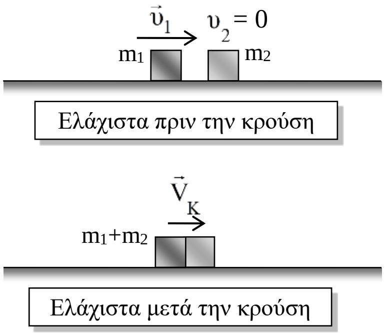
$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1$$

Επομένως, η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_2, αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2$$

Για την πλαστική κρούση, από τη διατήρηση της ορμής, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1 \vec{\upsilon}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}_K \Rightarrow m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2) V_K \Rightarrow V_K = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1$$



Ελάχιστα πριν την κρούση

Ελάχιστα μετά την κρούση

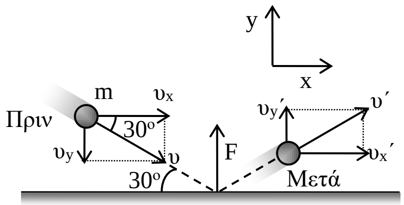
Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_K^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2$$

Όμως, δίνεται ότι $K_2 = K$, άρα

$$\frac{1}{2} m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \right)^2 \Rightarrow 4m_2 = m_1 + m_2 \Rightarrow 3m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

3. Η σωστή απάντηση είναι το β.



$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_x + \Delta\vec{p}_y$$

Λόγω της $\vec{\upsilon}_x$ δεν μικραίνει η απόσταση μεταξύ σφαίρας και δαπέδου και δεν υπάρχει κρούση, άρα $\Delta\vec{p}_x = 0$.

Η δύναμη $\vec{F}$ που *ασκε*ίται στη σφαίρα στη διάρκεια της κρούσης είναι κάθετη στο δάπεδο, και μεταβάλλει μόνο τη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_y$, η οποία θα αλλάξει κατεύθυνση αλλά επειδή η κρούση είναι ελαστική θα διατηρήσει το μέτρο της σταθερό ($\vec{\upsilon}_y{}' = -\vec{\upsilon}_y$).

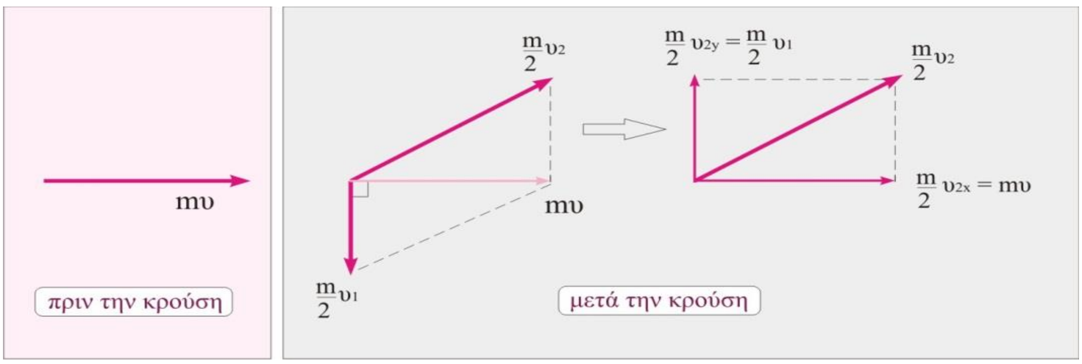
Αφού η ορμή της σφαίρας μεταβάλλεται μόνο κατά τον κατακόρυφο άξονα y, έχουμε:

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_y = m\vec{\upsilon}_y{}' - m\vec{\upsilon}_y = m(\vec{\upsilon}_y{}' - \vec{\upsilon}_y)$$

και θεωρώντας για τον άξονα *y* θετική φορά την προς τα πάνω:

$$\Delta p = m(\upsilon_y{}' + \upsilon_y) = 2m\upsilon_y = 2m\upsilon\eta\mu 30^o = 2m\upsilon\frac{1}{2} \text{ ή } \Delta p = m\upsilon$$

4. Σωστή απάντηση είναι η β.



Στη διάρκεια της έκρηξης η ορμή διατηρείται, $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

Η $\vec{p}_{ολ(πριν)}$ έχει μέτρο mυ και κατεύθυνση οριζόντια. Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)}$ οριζόντια θα πρέπει η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού να αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες ως εξής:

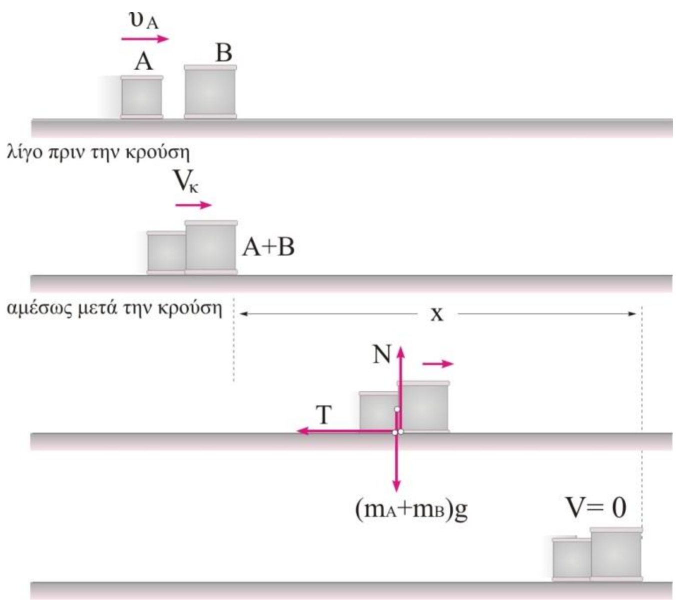
-Μια συνιστώσα υ_{2y} κάθετη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να αναιρεί την ορμή του πρώτου κομματιού.

-Μια συνιστώσα $υ_{2x}$ παράλληλη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να δίνει ορμή ίση με την αρχική (mυ).

Τα δύο κομμάτια έχουν ίδια μάζα. Το πρώτο κομμάτι έχει ορμή $\frac{m}{2}\upsilon$, άρα για να αναιρείται η ορμή του πρέπει η συνιστώσα $υ_{2y}$ του δεύτερου κομματιού να έχει ίδιο μέτρο ταχύτητας με το πρώτο κομμάτι, $\upsilon_{2y}=\upsilon$.

Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)} = m\upsilon$, πρέπει η συνιστώσα $υ_{2x}$ του δεύτερου κομματιού να έχει μέτρο 2υ, έτσι $\frac{m}{2}\cdot 2\upsilon = m\upsilon$. Άρα $\upsilon_{2x}=2\upsilon$.

ΘΕΜΑ Γ



α) Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρηση της ορμής

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_A\upsilon_A = (m_A + m_B)V_κ \Rightarrow V_κ = \frac{m_A\upsilon_A}{m_A + m_B} = \frac{1kg\cdot 10\,m/s}{1kg + 4kg} \Rightarrow V_κ = 2\frac{m}{s}$$

β) Το έργο της δύναμης που άσκησε το σώμα Β στο σώμα Α στη διάρκεια της κρούσης, είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α. Έτσι, εφαρμόζουμε για το σώμα Α το θεώρημα έργου-ενέργειας για τις θέσεις λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση.

$$W_F = \Delta K = K_{A(τελ)} - K_{A(αρχ)} \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m_A V_κ^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}1kg\cdot(2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg\cdot(10m/s)^2 \Rightarrow W_F = -48J$$

γ) $\Delta E_{μηχ} = E_{μηχ(τελ)} - E_{μηχ(αρχ)} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_κ^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \Rightarrow$

$$\Delta E_{μηχ} = \frac{1}{2}(1kg + 4kg)\cdot(2m/s)^2 - \frac{1}{2}1kg\cdot(10m/s)^2 \Rightarrow \Delta E_{μηχ} = -40J$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια ελαττώθηκε.

δ) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων αμέσως μετά την κρούση και της τελικής, όταν αυτό σταματάει.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = -T\,x \Rightarrow \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = \mu(m_A + m_B)gx \Rightarrow$$

$$x = \frac{V_\kappa^2}{2\mu g} = \frac{(2m/s)^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10\,m/s^2} \Rightarrow x = 0,4m$$

ε) Η συνολική θερμότητα είναι ίση με το άθροισμα της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω κρούσης και της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω της τριβής ολίσθησης μετά την κρούση. Αφού το σύστημα των δύο σωμάτων τελικά σταματά, η συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι ίση και με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος, δηλαδή ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Α.

$$Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 = \frac{1}{2}1kg \cdot (10m/s)^2 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 50J$$

ΘΕΜΑ Δ

1. Οι δύο σφαίρες κατά την διάρκεια της αποσυσπείρωσης του ελατηρίου δέχονται ίσες κατά μέτρο δυνάμεις, οι οποίες είναι εσωτερικές για το σύστημα ελατήριο σφαίρες, έτσι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ και θεωρώντας θετική την φορά προς τα δεξιά προκύπτει:

$0 = -p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \Rightarrow \mathbf{3\upsilon_1 = \upsilon_2}$ **(1)**.

Επίσης ισχύει: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} = \frac{3\upsilon_1^2}{1 \cdot 9\upsilon_1^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \mathbf{K_2 = 3K_1}$

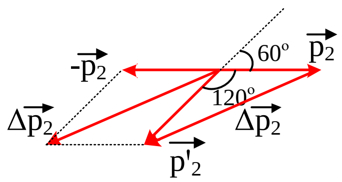
2. $K_1 + K_2 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_1 + 3K_1 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow 4K_1 = E_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_1 = 24$ J, και
$K_2 = 3K_1 \Rightarrow K_2 = 72$ J.

Έχουμε:

$K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m_1}} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{3}}\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{\upsilon_1 = 4\frac{m}{s}}$ και από την **(1)**

$\upsilon_2 = 12$ m/s.

3. Σύμφωνα με την εκφώνηση η τελική διεύθυνση της πορείας της σφαίρας $Σ_2$ πριν την σύγκρουση σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική πορεία. Σχεδιάζουμε τα δύο διανύσματα όπως στο διπλανό σχήμα και για την μεταβολή της ορμής έχουμε (το μέτρο της ορμής μένει σταθερό $p'_2 = p_2 = p$)



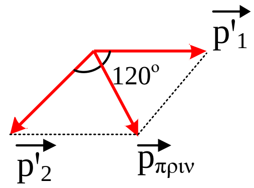
$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2 = \vec{p}'_2 + (-\vec{p}_2) \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{p'^2_2 + p_2^2 + 2p_2p'_2\sigma\upsilon\nu(180° - 120°)} \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = \sqrt{p^2 + p^2 + p^2} \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}p \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}p \Rightarrow \Delta p_2 = \sqrt{3}m_2\upsilon_2 \quad (2).$$

Με αντικατάσταση στη σχέση **(2)** προκύπτει

$$\mathbf{\Delta p_2 = 12\sqrt{3}\,\frac{kg\cdot m}{s}}$$

4. Οι δύο σφαίρες τη στιγμή της σύγκρουσης έχουν ορμές $\vec{p}'_1$ και $\vec{p}'_2$ που τα διανύσματα τους σχηματίζουν γωνία 120° και ίσα μέτρα. (Η σφαίρα 1 αφού ανακλάστηκε στον ελαστικό τοίχο έχει $\vec{p}'_1 = -\vec{p}_1$ και μέτρο ίδιο με πριν). Η αρχική ορμή του συστήματος (λίγο πριν την σύγκρουση) είναι:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = \sqrt{p'^2_1 + p'^2_2 + 2p'_1p'_2\sigma\upsilon\nu 120°} \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = \sqrt{p_1^2 + p_1^2 - p_1^2} \Rightarrow p_{\pi\rho\iota\nu} = p_1$$

Άρα

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow p_1 = p_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow p_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{p_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \frac{12}{4}\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{V = 3\frac{m}{s}}$$

5. Η πρώτη κρούση του συσσωματώματος $Σ_1$+$Σ_2$ με το σώμα $Σ_3$ είναι ελαστική και γίνεται στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, που είναι και θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Σε χρονική διάρκεια T/2 που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο κρούσεις το σώμα $Σ_3$ έχει επιστρέψει στην Θ.Ι. , όπου εκεί θα γίνει η δεύτερη κρούση. Άρα το συσσωμάτωμα $Σ_1$+$Σ_2$ έμεινε ακίνητο στην Θ.Ι. Συνεπώς το συσσωμάτωμα $Σ_1$+$Σ_2$ και το $Σ_3$ αντάλλαξαν ταχύτητες ($υ_{max}$ = V = 3 m/s) . Αυτό συμβαίνει μόνο όταν τα σώματα έχουν ίσες μάζες,

$m_3 = m_1 + m_2 \Rightarrow$ **m_3 = 4 kg.**

6. Η δεύτερη κρούση είναι πλαστική οπότε με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. προκύπτει:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_3\upsilon_{max} = (m_1 + m_2 + m_3)\upsilon'_{max} \Rightarrow \upsilon'_{max} = \frac{m_3\upsilon_{max}}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow$$

$$\upsilon'_{max} = \frac{4\cdot 3}{8}\frac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon'_{max} = 1{,}5\frac{m}{s}}$$

Άρα $\frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} \Rightarrow \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \frac{\sqrt{\frac{k_2}{m_1+m_2+m_3}}A'}{\sqrt{\frac{k_2}{m_3}}A} \Rightarrow \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = \sqrt{\frac{m_3}{m_1+m_2+m_3}}\frac{A'}{A} \Rightarrow$

$$\frac{A'}{A} = \frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}}\sqrt{\frac{m_1+m_2+m_3}{m_3}} \Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{1,5}{3}\sqrt{\frac{8}{4}} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{A'}{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα Α και Β επιμελήθηκαν οι **Πατεράκης Γαβριήλ** και **Χαρίλας Γεώργιος,** Φυσικοί**.**

Τα θέματα Γ και Δ επιμελήθηκε ο **Δουκατζής Βασίλειος,** Φυσικός**.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**