

ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ & ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γ'- Δ' ΘΕΜΑ

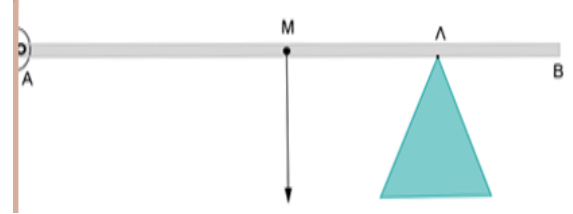
1. Ομογενής ράβδος AB μήκους $L=4\text{m}$ και βάρους $w=100\text{ N}$ ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και στο σημείο της Λ σε υποστήριγμα ($M\Lambda=L/4$) Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

α) Να βρεθεί η δύναμη N που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα.

β) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

γ) Μετακινούμε το υποστήριγμα και το τοποθετούμε στο Z , το οποίο είναι το μέσο του AM . Πόση είναι πλέον η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο;

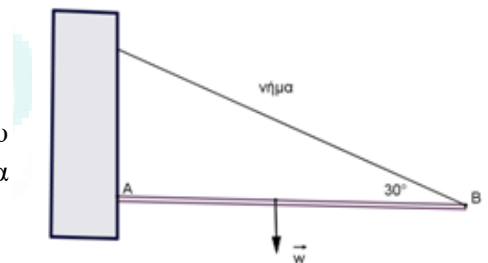
(Απάντηση: α) $200/3\text{ N}$ β) $100/3\text{ N}$ γ) -100 N)



2. Η ράβδος AB του παρακάτω σχήματος είναι ομογενής, έχει μήκος ℓ και βάρος $w=100\text{ N}$ και ισορροπεί οριζόντια.

α) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος.

β) Στο σημείο A η ράβδος εφάπτεται στον τοίχο. Αν η τριβή που δέχεται η ράβδος είναι η μέγιστη δυνατή ώστε να ισορροπεί, να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου.



(Απάντηση: α) 100 N β) $\mu = \sqrt{3}/3$)

3. Στα άκρα A και B της ομογενούς ράβδου μήκους $L=1\text{m}$ έχουμε κρεμάσει 2 σώματα με μάζες $m_1=3\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$.

α) Αν η ράβδος είναι αβαρής, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να ισορροπεί;

β) Αν η ράβδος έχει βάρος $w=60\text{ N}$, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα ώστε το σύστημα να ισορροπεί;

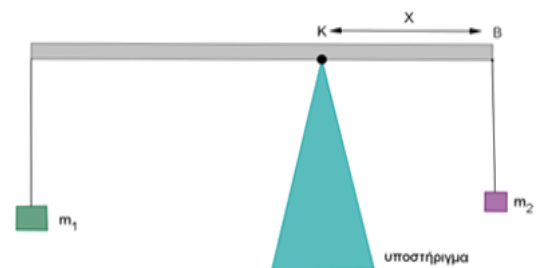
γ) Αφαιρούμε το m_1 και από τη ράβδο κρέμεται μόνο το m_2 .

Η ράβδος έχει βάρος $w = 60\text{N}$. Πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα για να ισορροπεί η ράβδος;

Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στην ράβδο;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(Απάντηση: α) $x=(3/4)\text{ m}$ β) $x = 0,6\text{ m}$ γ) $x = 3/7\text{ m}$, $N = 70\text{ N}$)



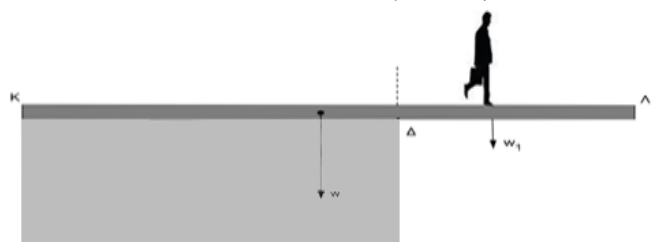
4. Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους $L=10\text{ m}$ και βάρους $W=1200\text{ N}$ τοποθετείται πάνω σε μια επιφάνεια ώστε το τμήμα ΔΛ μήκους $L=4\text{ m}$ να προεξέχει της επιφάνειας.

Ένας άνθρωπος βάρους $w_1=800\text{N}$ ξεκινάει από το άκρο Κ και κινείται πάνω στη σανίδα με κατεύθυνση προς το Δ.

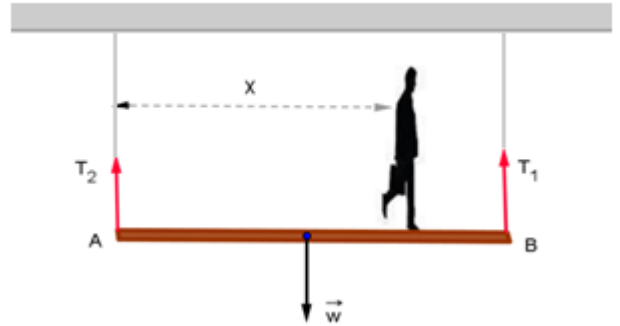
α) Μέχρι ποιά απόσταση x από το σημείο Δ μπορεί να περπατήσει ώστε να μην ανατραπεί η σανίδα;

β) Πόσο είναι η μέτρο της αντίδρασης N εκείνη την στιγμή;

(Απάντηση: α) $1,5\text{m}$ β) 2.000 N)



5. Ένας μηχανικός βάρους $w_1=800\text{N}$ βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ομογενή σανίδα AB, μήκους $L=10\text{ m}$ και βάρους $w=500\text{N}$. Η σανίδα κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα A και B. Όλο το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο όπως φαίνεται στο σχήμα.



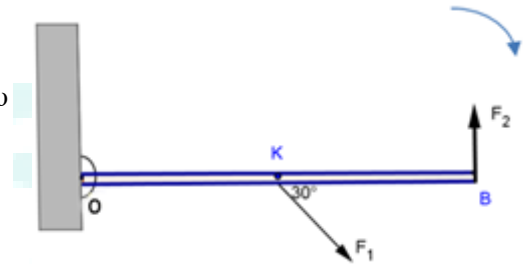
α) Να βρεθούν τα μέτρα των τάσεων T_1 και T_2 των δύο σχοινιών αν $x=8\text{m}$.

β) Ποιά είναι η μέγιστη και ποιά η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης T_1 ;

γ) Για ποιά τιμή της απόστασης x , το μέτρο της τάσης T_1 είναι ίσο με το μέτρο της τάσης T_2 ;

(Απάντηση: α) $T_1 = 890\text{N}$, $T_2 = 410\text{N}$ β) $T_{1\min} = 250\text{N}$ & $T_{1\max} = 1.050\text{N}$ γ) $x=5\text{m}$)

6. Στο μέσο K της αβαρούς ράβδου OB μήκους ℓ ασκούμε δύναμη $F_1=50\text{ N}$ η οποία έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο O υπάρχει άρθρωση. Να βρεθεί:

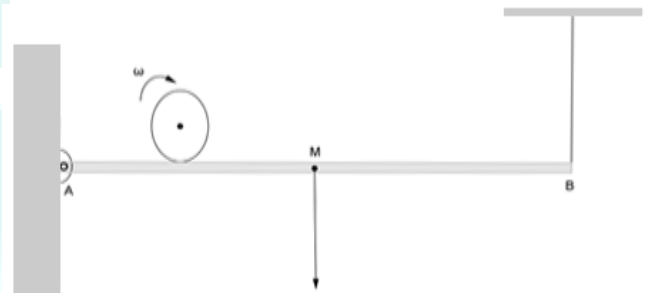


α) η δύναμη F_2 που πρέπει να ασκείται στο άκρο B της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια.

β) η δύναμη από την άρθρωση στη ράβδο.

(Απάντηση: α) $12,5\text{ N}$ β) $12,5\sqrt{13}\text{ N}$)

7. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος $w_1=10\text{ N}$ και μήκος $\ell=4\text{ m}$. Το ένα της άκρο αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και το άλλο της άκρο κρέμεται από κατακόρυφο σχοινί με αποτέλεσμα να ισορροπεί οριζόντια.



α) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

β) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Τη χρονική στιγμή $t=0$, από το άκρο A ξεκινάει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη ράβδο ένας κύλινδρος βάρους $w_2=10\text{ N}$ με επιτάχυνση $a_{\text{cm}}=1\text{ m/s}^2$. Ζητείται:

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t=\sqrt{3}\text{ s}$.

δ) Η γωνιακή ταχύτητα και η θέση του κυλίνδρου, όταν η τάση του νήματος γίνει $T=10\text{ N}$. (Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου $R=0,1\text{ m}$.)

(Απάντηση: α) 5N β) 5N γ) $35/4\text{ N}$ δ) 20r/s , $x=2\text{m}$)

8. Μια οριζόντια γέφυρα έχει μήκος $L=8\text{m}$ και βάρος $w=40000\text{N}$. Η γέφυρα στηρίζεται σε δυο υποστηρίγματα στα άκρα της A και B. Ένα όχημα βάρους $w_1=10000\text{ N}$ κινείται στη γέφυρα με $v=1\text{ m/s}$. Θεωρούμε ως αρχική χρονική στιγμή $t=0$ τη στιγμή που το όχημα φθάνει στο άκρο A της γέφυρας.



α) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η γέφυρα από το υποστήριγμα A τη χρονική στιγμή $t=0$.

β) Ποιά η θέση του αυτοκινήτου ώστε η ράβδος να δέχεται ίσες δυνάμεις από τα υποστηρίγματα;

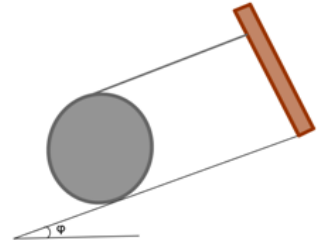
γ) Να γίνει το διάγραμμα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα A σε συνάρτηση με τον χρόνο.

(Απάντηση: α) 30.000 N β) 4 m γ) $N_{\min} = 20.000\text{ N}$ & $N_{\max} = 30.000\text{ N}$)

9. Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια ενός νήματος παράλληλου στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν το βάρος του δίσκου είναι $w=10\text{ N}$ και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=30^\circ$, να βρεθούν:

- α) η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του Κ.
 β) η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα.
 γ) η στατική τριβή στον δίσκο καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο δίσκο.

(Απάντηση: β) $T=2,5\text{ N}$ γ) $A=\sqrt{81,25}$)

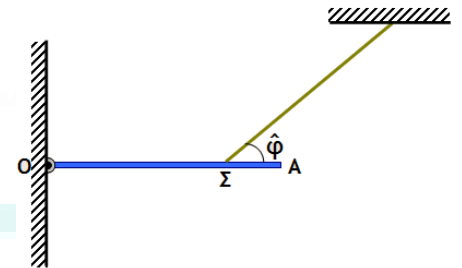


10. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος $L=4\text{ m}$, μάζα $M=30\text{ kg}$ και είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σημείο Σ της ράβδου και σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\hat{\varphi}=30^\circ$. Η απόσταση (ΟΣ) είναι ίση με 3 m . Να βρεθούν:

- α) Το μέτρο της τάσης $\vec{N}$ του νήματος.
 β) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.
 γ) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}'$ που θα ασκήσει η άρθρωση στη ράβδο, αν το νήμα δεθεί σε σημείο Κ της ράβδου, τέτοιο, ώστε η απόσταση (ΟΚ) να είναι ίση με $4/3\text{ m}$ και το νήμα να σχηματίζει την ίδια γωνία φ με τη ράβδο.

Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

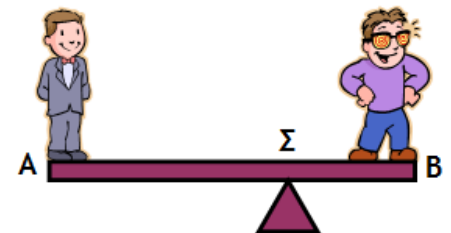
(Απάντηση: α) 400 N β) $100\sqrt{13}\text{ N}$ $\epsilon\varphi\theta=\sqrt{3}/6$ γ) $150\sqrt{28}\text{ N}$, $\epsilon\varphi\theta=\sqrt{3}/9$)



11. Στα άκρα Α και Β της αβαρούς τραμπάλας του σχήματος βρίσκονται δύο παιδιά. Το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α έχει βάρος μέτρου $w_A=200\text{ N}$, ενώ το άλλο παιδί έχει βάρος μέτρου $w_B=800\text{ N}$. Το μήκος της τραμπάλας είναι $L=2\text{ m}$.

- α) Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το άκρο Α πρέπει να τοποθετηθεί στήριγμα (Σ), ώστε η τραμπάλα να ισορροπεί.
 β) Να βρεθεί η δύναμη στήριξης $\vec{F}$ που ασκεί το στήριγμα (Σ) στην τραμπάλα.
 γ) Αν το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α σταθεί πιο κοντά στο στήριγμα (Σ), προς ποια μεριά θα ανατραπεί η τραμπάλα;

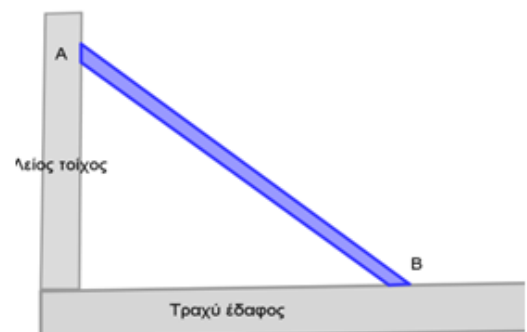
(Απάντηση: α) $x=1,6\text{ m}$ β) 1000 N γ) ανατροπή ΔΕΞΙΟΣΤΡΟΦΑ)



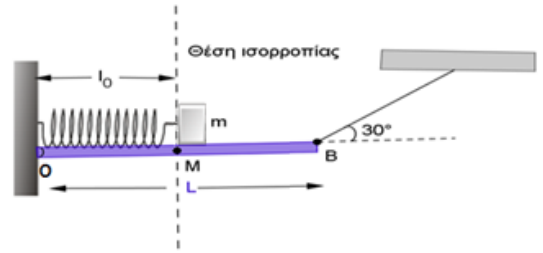
12. Μια ράβδος ομογενής ΑΒ μήκους L και βάρους $w=100\text{ N}$ ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα στηριζόμενη στο άκρο της Α σε λείο τοίχο και στο άκρο της Β σε τραχύ έδαφος. Δίνεται ότι η ελάχιστη γωνία για την οποία η ράβδος δεν ολισθαίνει είναι $\varphi=45^\circ$ και ότι $g=10\text{ m/s}^2$. Ζητείται:

- α) Η κάθετη δύναμη που ασκεί το έδαφος στη ράβδο.
 β) Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου-εδάφους καθώς και τη δύναμη που ασκεί ο λείος τοίχος στη ράβδο.
 γ) Το μέτρο της δύναμης (αντίδρασης) του εδάφους στη ράβδο.

(Απάντηση: α) 100 N β) 50 N & $\mu=0,5$ γ) $A=50\sqrt{5}\text{ N}$)



13. Η ράβδος OB είναι ομογενής έχει βάρος $w=10\text{ N}$ και έχει μήκος $L=2\text{ m}$. Το ένα άκρο της O στηρίζεται σε τοίχο με άρθρωση, ενώ στο άλλο έχουμε δέσει νήμα το οποίο σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στη ράβδο βρίσκεται οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{ N/m}$ που στο ένα άκρο του έχουμε δέσει σώμα μάζας $m=1\text{ kg}$ που ισορροπεί ακίνητο. Το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι $\ell_0=L/2=1\text{ m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύεται το σώμα με ταχύτητα $v=5\text{ m/s}$ προς τα δεξιά, οπότε το σώμα ξεκινάει να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. (Υπόδειξη: Ως θετική φορά θεωρείστε την κατεύθυνση προς τα δεξιά.)
Να βρεθεί:



α) Η τάση του νήματος πριν την εκτόξευση του σώματος.

β) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \cdot \pi \text{ sec}$.

δ) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \cdot \pi \text{ sec}$

(Απάντηση: α) 20 N β) $0,5\text{ m}$ γ) $5\sqrt{13}\text{ N}$)