

3^ο ΘΕΜΑ

1. Μπαλάκι του τένις, μάζας m , αφήνεται να πέσει από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος h_2 από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε :

- 1) το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,
- 2) τη μεταβολή της ορμής του (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης του στο έδαφος
- 3) Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο 6 N να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

- 4) Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος, h_2 , στο οποίο θα ανέβει.

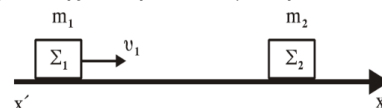
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10 \text{ m/s}^2$, $m = 100 \text{ g}$, $h_1 = 80 \text{ cm}$, $h_2 = 20 \text{ cm}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

(Απάντηση: $u = 4 \text{ m/s}$, $\Delta p = 0,6 \text{ kgm/s}$, $\Delta t = 0,12 \text{ sec}$)

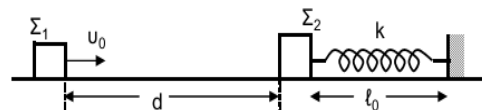
2. Ένα σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα $x'x$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Σ_1 . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας v_1 θετική. Να υπολογίσετε:

- α. την ταχύτητα του Σ_1 μετά την κρούση.
- β. την ταχύτητα του Σ_2 μετά την κρούση.
- γ. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.
- δ. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 , λόγω της κρούσης.

(Απάντηση: α. $u_1 = -5 \text{ m/s}$, β. $u_2 = 5 \text{ m/s}$, γ. Κολ. = 100J, δ. $\Delta p = -15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$)



3. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω v_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1 \text{ m}$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο πιο πάνω σχήμα: Αμέσως μετά την κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $v_1' = \sqrt{10} \text{ m/s}$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

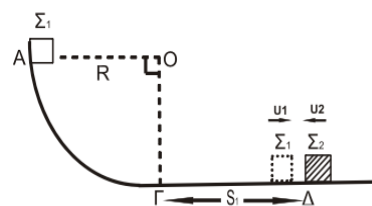


Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ_1 .
2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.
3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται: $\sqrt{10} = 3,2$.
4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1 \text{ kg}$ και $k = 10^5 \text{ N/m}$.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

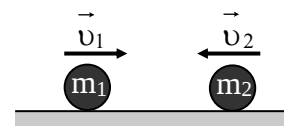
4. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με $R=5\text{m}$. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $S_1=3,6\text{m}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1 , με ταχύτητα μέτρου $v_2=4\text{m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.
- Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Δίνεται η μάζα του σώματος Σ_2 , $m_2=3\text{kg}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση. Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

5. Οι δύο σφαίρες του σχήματος με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου $v_1=4\text{m/s}$ και $v_2=5\text{m/s}$ αντίστοιχα.

Αν η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, να βρείτε τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση.



6. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=9\text{kg}$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου $v_1=60\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ αντίστοιχα με αντίθετες φορές και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της κάθε σφαίρας κατά την κρούση τους.

7. Μια ελαστική σφαίρα μάζας $m_1=2\text{kg}$, συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με άλλη σφαίρα, μάζας $m_2=1\text{kg}$, η οποία κινείται με ταχύτητα μέτρο $v_2=2\text{m/s}$. Πόση πρέπει να είναι η αρχική ταχύτητα της πρώτης σφαίρας, ώστε η δεύτερη σφαίρα, μετά την κρούση, να έχει ταχύτητα μηδέν;

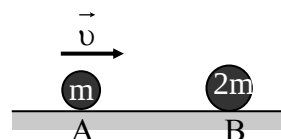
8. Ένα βλήμα μάζας $m_1=2\text{kg}$ και ταχύτητας μέτρου $v_0=100\text{m/s}$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο ξύλο μάζας $M=8\text{kg}$. Να βρείτε την κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση. Τι παρατηρείται;

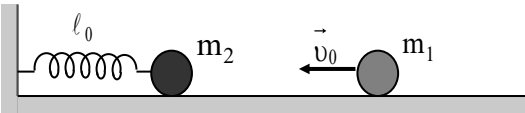
(Απάντηση: $K_{\text{αρχ.}} = 10.000\text{J}$ & $K_{\text{αρχ.}} = 2.000\text{J}$)

9. Ένα καροτσάκι μάζας m_1 κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα $\vec{v}$. Άνθρωπος μάζας m_2 κινείται με ταχύτητα $2\vec{v}$ και, όταν φτάνει στο καροτσάκι, πηδάει μέσα σε αυτό. Αν η ταχύτητα του καροτσιού αυξάνεται κατά 20%, να βρείτε τον λόγο m_1/m_2 . Τα σώματα Α και Β του σχήματος συγκρούονται πλαστικά.

10. Το σώμα Α έχει μάζα m και πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $v=2\text{m/s}$. Το σώμα Β έχει μάζα $2m$ και πριν από την κρούση ήταν **ακίνητο**. Να βρείτε την απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα σε αυτό και στο οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu=1/18$.

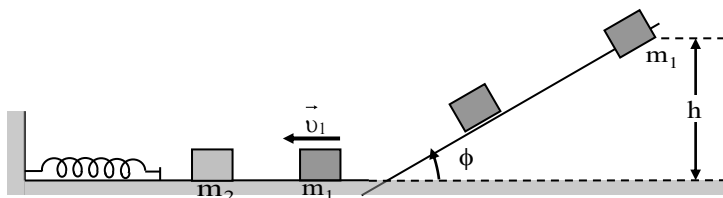
(Απάντηση: $\Delta x = 0,4\text{m}$)



11. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας $M=1,9\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $\ell=0,9\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}_0$, σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα – ξύλο εκτρέπεται, ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του να είναι $\varphi=60^\circ$. Να υπολογιστούν:
- Η ταχύτητα $\vec{v}_0$ το βλήματος.
 - Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα – ξύλο κατά την κρούση.
 - Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της ορμής του βλήματος κατά την κρούση
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.
(Απάντηση: 60m/s , $\Pi_{ii}=95\%$)
12. Βλήμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1=300\text{m/s}$ εναντίον ξύλινου κιβωτίου μάζας $m_2=2\text{kg}$, που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει σε πολύ λίγο χρόνο από το κιβώτιο με ταχύτητα μέτρου $v=100\text{m/s}$. Αν μετά την κρούση το κιβώτιο ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού διανύσει διάστημα $s=20\text{m}$, να βρείτε:
- Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και επιπέδου.
 - Την κινητική ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση.
- (Απάντηση: $\mu=0,25$, $\Delta K=-3900 \text{ J}$)
13. Δύο ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ κινούνται αντίθετα με ταχύτητες μέτρου $v_1=60\text{m/s}$ και $v_2=20\text{m/s}$ αντίστοιχα. Οι σφαίρες συγκρούονται ελαστικά και μετωπικά. Να βρείτε:
- Τις ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.
 - Τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας και τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σφαιρών κατά την κρούση.
14. Μάζα $m_2=4\text{kg}$ είναι δεμένη στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100 \text{ N/m}$ και αρχικά βρίσκεται στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Μάζα $m_1=1\text{kg}$ κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου $v_0=20\text{m/s}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με την αρχικά ακίνητη μάζα m_2 . Να βρείτε:
- 
- Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας της μάζας m_1 κατά την κρούση.
 - Τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου. Τριβές δεν υπάρχουν.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
15. Σφαίρα μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται οριζόντια και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με σφαίρα μάζας $m_2=1\text{kg}$ που κρέμεται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell=8\text{m}$. Αν η σφαίρα μάζας m_1 πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=8\text{m/s}$, να βρείτε:
- Την τάση του νήματος ακριβώς μετά την κρούση.
 - Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας m_2 .
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.
16. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια εναντίον δύο κιβωτίων με μάζες $m_1=5\text{kg}$ και $m_2=2,9\text{kg}$, που βρίσκονται αρχικά ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με το επίπεδο είναι $\mu=0,1$ (και για τα δύο). Το βλήμα διαπερνά το πρώτο κιβώτιο και ενσωματώνεται στο δεύτερο. Μετά την κρούση τα κιβώτια μετατοπίζονται αντίστοιχα κατά $s_1=18\text{m}$ και $s_2=32\text{m}$ και σταματούν. Να βρείτε την αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ του βλήματος. Θεωρήστε ότι στη διάρκεια των κρούσεων τα κιβώτια δεν μετατοπίζονται και ότι $g=10\text{m/s}^2$.
17. Πάνω από μια κούνια παιδικής χαράς, ακριβώς στην κατακόρυφο που περνά από το σημείο εξάρτησής της, στέκεται ένα παιδί μάζας $m_2=10\text{kg}$. Ένας νεαρός μάζας $m_1=40\text{kg}$ βρίσκεται στην κούνια και ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα από ύψος $h_1=2,5\text{m}$ πάνω από το έδαφος. Κατά την κρούση του με το παιδί το αρπάζει και συνεχίζουν μαζί την αιώρηση. Να βρείτε το ύψος h_2 που θα φτάσει η κούνια μετά την κρούση. Η μάζα της κούνιας θεωρείται αμελητέα, τριβές δεν υπάρχουν και οι διαστάσεις του παιδιού και του νεαρού δεν λαμβάνονται υπόψη.

18. Μια βόμβα μάζας m κινείται οριζόντια. Κάποια στιγμή που η ταχύτητά της έχει μέτρο $v_0=80\text{m/s}$ η βόμβα εκρήγνυται σε δυο κομμάτια με μάζες m_1, m_2 , όπου $m_1=4m_2$. Αν το κομμάτι μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται οριζόντια, σε διεύθυνση κάθετη στη $\vec{v}_0$, με ταχύτητα μέτρου $v_1=100\text{m/s}$, να βρείτε την ταχύτητα $\vec{v}_2$ του άλλου κομματιού.

19. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h = 1,6\text{m}$ και γωνίας κλίση $\phi=30^\circ$ αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=4\text{kg}$, το οποίο ήταν αρχικά ακίνητο. Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπείρωνει ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=1000\text{N/m}$, που είναι οριζόντιο και έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος μάζας m_1 και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=\sqrt{3}/4$, να υπολογιστούν:



i) Η συσπίρωση του ελατηρίου.

ii) Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 κατά την ολίσθηση του επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Να θεωρήσετε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα μάζας m_1 συναντά το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

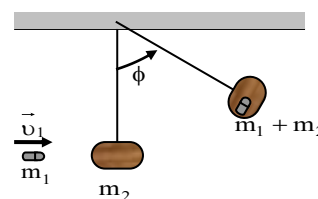
20. Ένα ακίνητο σώμα που διαθέτει εκρηκτικό μηχανισμό διασπάται σε δύο μέρη με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$. Αν η ολική κινητική ενέργεια των μαζών m_1 , και m_2 είναι 6J , να βρείτε τις ταχύτητές του $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ αμέσως μετά τη διάσπαση.

21. Ένα σώμα μάζας $m_1=2\text{kg}$ ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_1=5\text{m/s}$. Μπροστά από το σώμα μάζας m_1 , υπάρχει ένα σώμα μάζας $m_2=8\text{kg}$ που είναι αρχικά ακίνητο. Ένα οριζόντιο ελατήριο αμελητέας μάζας, σταθεράς $k=1000\text{N/m}$, είναι στερεωμένο στο μπροστινό μέρος του σώματος μάζας m_1 . Να βρείτε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.

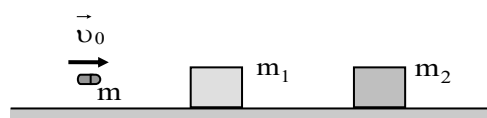
22. Βλήμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}_1$ και σφηνώνεται σε κομμάτι ξύλου μάζας $m_2=1,9\text{kg}$, που είναι κρεμασμένο με νήμα μήκους $\ell=2,5\text{m}$ από σταθερό σημείο. Το κομμάτι του ξύλου με το βλήμα που έχει σφηνωθεί σε αυτό εκτρέπονται και το νήμα σχηματίζει γωνία $\phi=60^\circ$ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Να βρείτε το ποσό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

(Απάντηση: - 475J)



23. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια εναντίον δύο κιβωτίων με μάζες $m_1=5\text{kg}$ και $m_2=2,9\text{kg}$, που βρίσκονται αρχικά ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης με το επίπεδο είναι $\mu = 0,1$ (και για τα δύο). Το βλήμα διαπερνάει το πρώτο κιβώτιο και ενσωματώνεται στο δεύτερο. Μετά την κρούση τα κιβώτια μετατοπίζονται αντίστοιχα κατά $s_1=18\text{m}$ και $s_2=32\text{m}$ και σταματούν. Να βρείτε την αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ του βλήματος.



Θεωρήστε ότι στη διάρκεια των κρούσεων τα κιβώτια δε μετατοπίζονται και ότι $g=10\text{m/s}^2$.

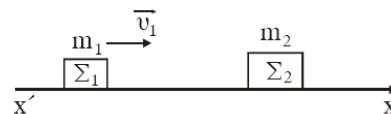
24. Δύο σώματα με μάζες $m_1=0,4 \text{ kg}$ και $m_2=0,6 \text{ kg}$ κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχοντας ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες μέτρων $v_1 = 20 \text{ m/s}$ και $v_2 = 5 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.

- 1) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις ορμές των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.
- 2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- 3) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα για το οποίο το συσσωμάτωμα θα κινηθεί μετά την κρούση.
- 4) Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας μετά την κρούση των σωμάτων λόγω της τριβής στο τραχύ δάπεδο.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

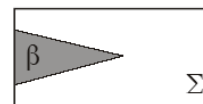
4ο ΘΕΜΑ

1. Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1=1\text{kg}$ και ταχύτητα $\vec{v}_1$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα $x'x$ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- α. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα $x'x$.
- β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.
- γ. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{K_2}{K_1}$ όπου K_2 η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.
- δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος $\frac{K_2}{K_1}$ μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα διπλάσια της v_1 .

2. Έστω σώμα (Σ) μάζας $M=1\text{kg}$ και κωνικό βλήμα (β) μάζας $m=0,2\text{kg}$. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100J . Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.



- α. Για $K = 100\text{J}$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

- γ. Για ποια τιμή του λόγου m/M το βλήμα με κινητική ενέργεια $K=100 \text{ J}$ σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Δύο σφαίρες ίδιας μάζας, $m = 0,2 \text{ kg}$, κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε αντίθετες κατευθύνσεις και με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 6 \text{ m s}^{-1}$, $v_2 = 2 \text{ m s}^{-1}$ αντίστοιχα, ώστε να πλησιάζουν η μια την άλλη. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι σφαίρες απέχουν μεταξύ τους 4 m . Η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια θεωρείται αμελητέα.

- 1) Σχεδιάστε τις σφαίρες τη χρονική στιγμή $t = 0$ και υπολογίστε τα μέτρα των ορμών τους.
- 2) Ποια χρονική στιγμή θα γίνει η κρούση ;
- 3) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- 4) Σχεδιάστε (σε κοινό διάγραμμα) τις γραφικές παραστάσεις για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών και του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από 0 μέχρι 1 s . Να θεωρήσετε ως θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας με ταχύτητα v_1 .

4. Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1=15$ m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v_1'=9$ m/s.



α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2 .

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.

δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu=0,1$. Δίνεται $g=10$ m/s².

5. Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1$ kg του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R=1,8$ m. Στη συνέχεια το σώμα Σ_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2$ kg. Το σώμα Σ_2 είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=300$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του Σ_1 είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Δίνεται $g=10$ m/s². Να βρείτε:



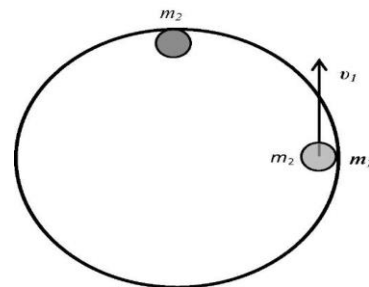
A. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το Σ_2 .

B. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.

Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

6. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=4$ kg και $m_2=6$ kg αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας $R=2$ m που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο Σ_2 είναι ακίνητο, ενώ το Σ_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου $v_1=5$ m/s. Αν τα σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :



1) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

2) Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

3) Σε κάποια άλλη περίπτωση, αλλάζοντας το υλικό των σφαιριδίων, αλλά διατηρώντας τις μάζες τους, τα σφαιρίδια συγκρούονται χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Αν η ταχύτητα της σφαίρας m_2 αμέσως μετά την κρούση είναι 4 m/s, να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας m_1 αμέσως μετά την κρούση. Να ελέγξετε αν στην κρούση αυτή διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

4) Ποιο είναι το μήκος του τόξου που διανύει το κάθε ένα από τα δύο σώματα μέχρι την επόμενη σύγκρουσή τους;

7. Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας $M=200\text{ g}$. Ένα μικρό βέλος μάζας $m=40\text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, $u_1=10\text{ m/s}$, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι $\Delta t=0,1\text{ s}$ και ότι το βέλος εξέρχεται από μήλο με ταχύτητα, μέτρου $u_2=2\text{ m/s}$, να υπολογίσετε:



- 1) το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,
- 2) τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης,
- 3) τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,
- 4) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βέλους που μεταφέρεται στο περιβάλλον του συστήματος μήλο-βέλος κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία..

8. Μια βόμβα μάζας $m=3\text{ kg}$ βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος $H=500\text{ m}$ από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα $m_1=2\text{ kg}$ και εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_1=40\text{ m/s}$.

- 1) Να υπολογίσετε με πόση ταχύτητα εκτοξεύεται το δεύτερο κομμάτι.
- 2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα, σε μέτρο και κατεύθυνση, του δεύτερου κομματιού, 6 s μετά από την έκρηξη.
- 3) Ποια χρονική στιγμή φτάνει το κάθε κομμάτι στο έδαφος; Σχολιάστε το αποτέλεσμα.
- 4) Εάν το πρώτο κομμάτι φτάνει στο έδαφος στο σημείο Α και το άλλο στο σημείο Β να υπολογίσετε την απόσταση ΑΒ.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g=10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

9. * Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ σώμα μάζας $m_1=0,4\text{ kg}$ βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=30\text{ m/s}$ από ύψος 160 m από το έδαφος. Ταυτόχρονα από το έδαφος βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω ένα δεύτερο σώμα μάζας $m_2=0,1\text{ kg}$ με ταχύτητα μέτρου $u_2=40\text{ m/s}$. Όταν το m_2 φτάσει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του, τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

- 1) Το μέγιστο ύψος που φτάνει το m_2 και τη χρονική στιγμή t_1 της κρούσης.
- 2) Την ταχύτητα του σώματος m_1 (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος m_1 με τον οριζόντιο άξονα) τη χρονική στιγμή t_1 .
- 3) Να αποδείξετε ότι τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας m_2 φτάνει στο μέγιστο ύψος του, το σώμα m_1 βρίσκεται επίσης στο ίδιο ύψος.
- 4) Την ταχύτητα του συσσωματώματος (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του συσσωματώματος με τον οριζόντιο άξονα) αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση $g=10\text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

10. Σώμα μάζας $m_1=2\text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=1,25\text{ m}$. Το σώμα αφήνεται από το σημείο Α, με το νήμα οριζόντιο, και διαγράφει το τεταρτοκύκλιο. Διερχόμενο από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του Β, όπου η ταχύτητά του έχει μέτρο u_1 , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=3\text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα u_2 . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. αντίθετης κατεύθυνσης από την u_1 . Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου $V=4\text{ m/s}$, με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας u_2 . Να υπολογίσετε:

- 1) Το μέτρο της ταχύτητας u_1 .
- 2) Την τάση του νήματος καθώς το σώμα m_1 διέρχεται από το σημείο Β.
- 3) Το μέτρο της ταχύτητας u_2 .
- 4) Την αύξηση της θερμικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

11. Σώμα μάζας $m_1=2$ kg αφήνεται από κάποιο ύψος και μετά από 3 s χτυπάει με ταχύτητα μέτρου v_1 στο έδαφος. Το σώμα αναπηδά με ταχύτητα μέτρου $v_2=20$ m/s. Καθώς ανεβαίνει και σε ύψος 15 m από το έδαφος, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα μάζας $m_2=3$ kg που συγκρατείται ακίνητο στο ύψος αυτό, και τη στιγμή της κρούσης απελευθερώνεται. Να υπολογίσετε:
- 1) την ταχύτητα v_1 καθώς και το αρχικό ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα m_1 ,
 - 2) τη μέση συνισταμένη δύναμη που δέχτηκε το σώμα μάζας m_1 κατά την κρούση του με το έδαφος, εάν ο χρόνος επαφής με αυτό ήταν 0,1 s,
 - 3) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,
 - 4) το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φθάσει το συσσωμάτωμα,
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g = 10$ m/s². Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
12. Ένας ξύλινος στόχος μάζας $M=5$ kg βρίσκεται ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,1$ kg λίγο πριν την κρούση με το στόχο, έχει οριζόντια προς τα δεξιά ταχύτητα με μέτρο 200 m/s. Το βλήμα διαπερνά το στόχο και εξέρχεται από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου 100 m/s, ομόρροπη της αρχικής του ταχύτητας.
- 1) Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά ο στόχος αμέσως μετά τη σύγκρουση.
 - 2) Να βρεθεί το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της συγκρούσεως.
- Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ του στόχου και του βλήματος, όταν το βλήμα διαπερνά το στόχο, είναι χρονικά σταθερές.
- 3) Αν ο χρόνος που χρειάστηκε το βλήμα να διαπεράσει το στόχο είναι $\Delta t=0,01$ s, να βρείτε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο στόχο.