

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΘΕΩΡΙΑ

Σύστημα σωμάτων λέμε ένα σύνολο σωμάτων που τα εξετάζουμε σαν ένα σώμα.

Εξωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος λέμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε σώματα του συστήματος από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα.

Εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος λέμε τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος.

Τα σώματα ενός συστήματος σωμάτων αλληλεπιδρούν (ασκούν δυνάμεις το ένα στο άλλο) τόσο μεταξύ τους, όσο και με σώματα που ανήκουν στο εξωτερικό περιβάλλον του συστήματος.

Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μπορεί να είναι δυνάμεις από **επαφή** ή δυνάμεις από **απόσταση**.

Απομονωμένο ή μονωμένο λέμε το σύστημα στο οποίο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.

ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

1. Οι δυνάμεις δράση – αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα άρα δεν μπορούμε να πούμε ότι έχουν συνισταμένη μηδενική.
2. Όταν μελετάμε την κίνηση ενός συστήματος σωμάτων δεν λαμβάνουμε υπόψη μας τις εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος διότι έχουν πάντα μηδενική συνισταμένη.

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων που δρουν ταυτόχρονα στο ίδιο υλικό σημείο ονομάζουμε τη δύναμη η οποία όταν δρα σ' αυτό το σημείο επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα που επιφέρουν όλες οι δυνάμεις μαζί.

Έστω ότι οι F_1, F_2 σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία ϕ .

Τότε κατασκευάζω το παραλληλόγραμμο των δύο δυνάμεων.

Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που έχει το ίδιο σημείο εφαρμογής είναι η $F_{ολ}$ και έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση:

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\phi}$$

και διεύθυνση που προσδιορίζεται από τη γωνία θ :

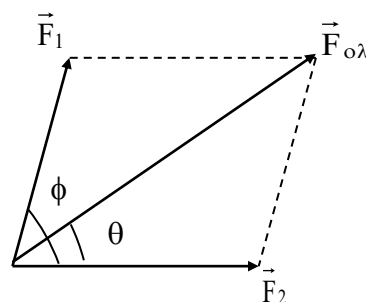
$$\varepsilon\phi\theta = \frac{F_2 \cdot \eta\mu\phi}{F_1 + F_2\cos\phi} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta = \frac{F_2 \cdot \eta\mu\phi}{F}$$

Θα υπολογίσουμε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης όταν:

$$\alpha) \phi = 0^\circ \quad \beta) \phi = 180^\circ \quad \gamma) \phi = 90^\circ$$

α) Στην πρώτη περίπτωση οι δυνάμεις F_1, F_2 έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Επειδή $\phi = 0 \Rightarrow \cos\phi = 1$ άρα η σχέση:

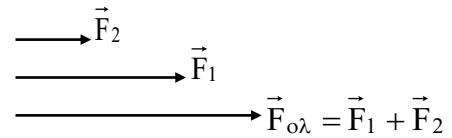


$$F_{o\lambda} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\phi} \quad (A)$$

γίνεται:

$$F_{o\lambda} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2} = \sqrt{(F_1 + F_2)^2} = F_1 + F_2$$

Η $F_{o\lambda}$ έχει την ίδια κατεύθυνση με τις F_1, F_2 .

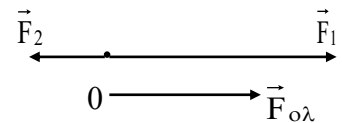


β) Στη δεύτερη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Επειδή $\phi = 180^\circ \Rightarrow \cos\phi = -1$ άρα η σχέση (A)

γίνεται:

$$F_{o\lambda} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2(-1)} = \sqrt{(F_1 - F_2)^2} = |F_1 - F_2|$$

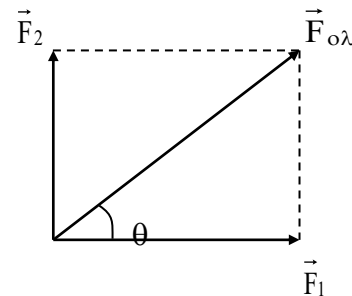


Η κατεύθυνση της $F_{o\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης με το μεγαλύτερο μέτρο.

γ) Στην τρίτη περίπτωση οι διευθύνσεις των δυνάμεων σχηματίζουν ορθή γωνία, οπότε $\phi = 90^\circ \Rightarrow \cos\phi = 0$ και η (A) γράφεται:

$$F_{o\lambda} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot 0} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

ενώ η διεύθυνση της $F_{o\lambda}$ καθορίζεται από την $\epsilon\phi\theta = \frac{F_2}{F_1}$



Ανάλυση μιας δύναμης σε δύο συνιστώσες είναι η αντικατάσταση της δύναμης από δύο δυνάμεις οι οποίες ασκούμενες αντί για αυτή στο ίδιο σώμα προκαλούν το ίδιο αποτέλεσμα.

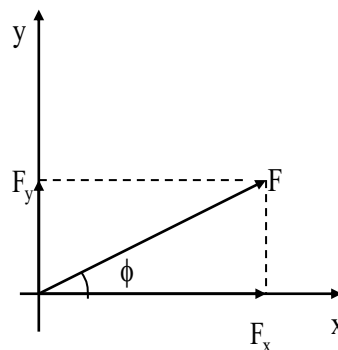
Οι συνιστώσες F_x, F_y αντιστοιχούν στις προβολές του διανύσματος της F στους άξονες x και y .

Ισχύει:

$$\eta\mu\phi = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \cdot \eta\mu\phi$$

και

$$\cos\phi = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cdot \cos\phi$$



Ένα υλικό σημείο (σώμα) **ισορροπεί** όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι μηδέν.

Ισχύουν οι συνθήκες: $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$

ΤΡΙΒΗ

Τριβή είναι η δύναμη που αναπτύσσεται στις διαχωριστικές επιφάνειες δύο σωμάτων όταν το ένα τείνει να κινηθεί ή κινείται σε σχέση με το άλλο.

Διακρίνεται σε **στατική** τριβή και τριβή **ολίσθησης**.

Στατική τριβή $T_{στ}$ ονομάζεται η δύναμη που αντιστέκεται στην προσπάθεια κίνησης ενός αντικειμένου που παραμένει ακίνητο πάνω σ' ένα επίπεδο.

Η στατική τριβή έχει μεταβλητό μέτρο.

Είναι δύναμη διαρκώς αντίθετη με τη δύναμη που προσπαθεί να κινήσει το αντικείμενο.

Οριακή τριβή $T_{ορ}$ ονομάζεται η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής.

Τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$ ονομάζεται η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός αντικειμένου πάνω σ' ένα επίπεδο.

Η κατεύθυνση της είναι αντίθετη στην κατεύθυνση της σχετικής κίνησης.

Η τριβή ολίσθησης οφείλεται στις ανωμαλίες που παρουσιάζουν οι επιφάνειες του αντικειμένου και του επιπέδου, που έρχονται σ' επαφή.

ΝΟΜΟΣ ΤΡΙΒΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Η τριβή ολίσθησης:

- Εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται αλλά και από το μέτρο της δύναμης που πιέζει κάθετα τις επιφάνειες αυτές.
- Δεν εξαρτάται από το εμβαδόν και τη σχετική ταχύτητα των επιφανειών που τρίβονται.

Η μαθηματική περιγραφή του παραπάνω νόμου είναι:

$$T = \mu \cdot N$$

όπου: μ : συντελεστής τριβής ολίσθησης (αδιάστατο μέγεθος)

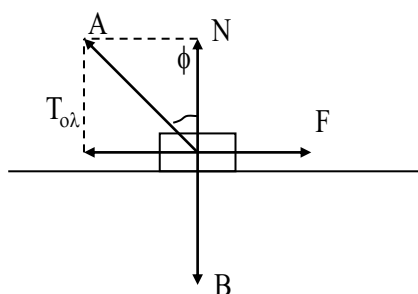
N : μέτρο της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου στο σώμα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ!!!

Η N και η τριβή είναι δύο συνιστώσες της αντίδρασης A του εδάφους.

$$\text{Ισχύει: } A = \sqrt{T_{ολ}^2 + N^2}$$

$$\epsilon\phi\phi = \frac{T}{N} = \mu$$



Το μέτρο της οριακής τριβής δίνεται από παρόμοια μαθηματική σχέση:

$$T_{ολ} = \mu_{ορ} \cdot N$$

όπου: $\mu_{ορ}$ ο συντελεστής οριακής τριβής.

Όταν το σώμα αρχίσει να κινείται η τριβή παίρνει απότομα μια τιμή λίγο μικρότερη από την τιμή της μέγιστης στατικής τριβής.

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων. (ή αρχή της επαλληλίας)

Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα πολλές κινήσεις κάθε μια από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε διαδοχικά σε χρόνο t κάθε μία.

$$\text{Ισχύει:} \quad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$$

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΒΟΛΗΣ

Λέμε ότι ένα σώμα εκτελεί **οριζόντια βολή** στο βαρυτικό πεδίο της Γης, όταν η αρχική του ταχύτητα έχει οριζόντια διεύθυνση και ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.

Το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις: μια ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα Ox , οπότε ισχύει $x = v_0 t$ και μια ελεύθερη πτώση στον άξονα Oy όπου ισχύουν:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{και} \quad v_y = g \cdot t$$

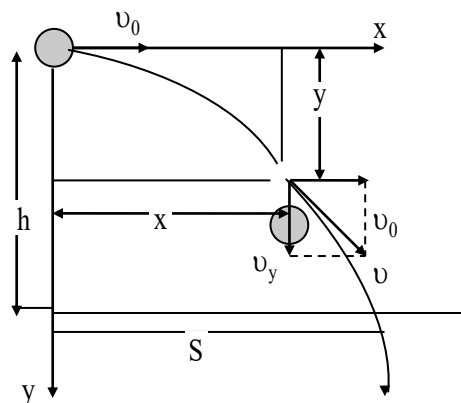
Η ταχύτητα σε τυχαίο σημείο έχει μέτρο $v = \sqrt{v_y^2 + v_0^2}$.

Ο χρόνος για να φτάσει στο έδαφος είναι:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (\text{όταν φτάνει στο έδαφος } y = h).$$

Το βεληνεκές είναι:

$$S = v_0 \cdot t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



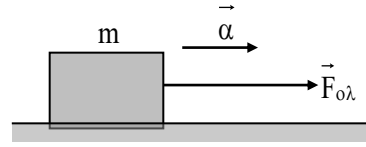
Εξίσωση τροχιάς είναι η σχέση $y(x)$ που προκύπτει με απαλοιφή του χρόνου δηλαδή:

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

οπότε η εξίσωση είναι $y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$ και η τροχιά είναι παραβολή.

2^{ος} ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Όταν ένα σώμα μάζας m ασκούνται δυνάμεις με συνισταμένη $\vec{F}_{ολ}$, το σώμα αποκτά επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, η οποία έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης $\vec{F}_{ολ}$ και μέτρο ανάλογο του μέτρου της συνισταμένης δύναμης $\vec{F}_{ολ}$ και εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα από τη μάζα m του σώματος.

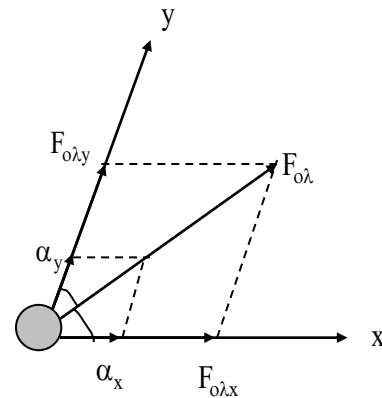


$$\text{Δηλαδή: } \vec{\alpha} = \frac{\vec{F}_{ολ}}{m} \quad (1)$$

Η σχέση αυτή είναι διανυσματική σχέση. Δεν δίνει μόνο πληροφορίες για το μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$, αλλά και για την κατεύθυνση της.

Αν επιλέξουμε σύστημα αξόνων xOy , για να μελετήσουμε την κίνηση του σώματος μάζας m , στο οποίο επιδρούν δυνάμεις με συνισταμένη $\vec{F}_{ολ}$, τότε ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής, ισοδυναμεί με το σύστημα των διανυσματικών εξισώσεων (1) και (2) όπως παρακάτω:

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{F}_{ολ}}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\alpha}_x = \frac{\vec{F}_{ολx}}{m} & (1) \\ \vec{\alpha}_y = \frac{\vec{F}_{ολy}}{m} & (2) \end{cases}$$



όπου $\vec{\alpha}_x$ η συνιστώσα της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ στον άξονα Ox , για την οποία είναι υπεύθυνη η συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης $\vec{F}_{ολ}$ στον ίδιο άξονα $\vec{F}_{ολx}$ και $\vec{\alpha}_y$ η συνιστώσα της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ στον άξονα Oy , για την οποία είναι υπεύθυνη η συνιστώσα της συνισταμένης δύναμης στον ίδιο άξονα $\vec{F}_{ολy}$

Συνήθως επιλέγουμε $\varphi = \pi/2$ και τότε οι τιμές των συνιστωσών $\vec{F}_{ολx}$ και $\vec{F}_{ολy}$ είναι αντίστοιχα:

$$F_{ολx} = F_{ολ} \cos\theta \quad (4) \quad \text{και} \quad F_{ολy} = F_{ολ} \sin\theta \quad (5)$$

Το θετικό ή αρνητικό πρόσημο, που μπορεί να εμφανιστεί σε κάθε μια από τις τιμές των παραπάνω συνιστωσών, έχει να κάνει με το αν αυτές οι συνιστώσες έχουν την ίδια (+) ή αντίθετη (-) φορά με τους αντίστοιχους άξονες.

Οι τιμές συνεπώς των συνιστωσών $\vec{\alpha}_x$ και $\vec{\alpha}_y$ της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$, όπως προκύπτει από τις εξισώσεις (1) και (2) είναι στην περίπτωση αυτή:

$$\begin{cases} \alpha_x = \frac{F_{ολx}}{m} & (5) \\ \alpha_y = \frac{F_{ολy}}{m} & (6) \end{cases}$$

με το θετικό και το αρνητικό πρόσημο, που μπορεί να προκύψει, να διατηρεί την ίδια φυσική ερμηνεία.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΩΜΑΤΟΣ

Τρόπος εργασίας

- Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, το οποίο έχουμε αποφασίσει να μελετήσουμε. Συνήθως οι δυνάμεις που εμφανίζονται στα προβλήματα ισορροπίας είναι το βάρος του σώματος και οι δυνάμεις που ασκούνται από επαφή με άλλα σώματα.
- Επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων x, y . Η επιλογή του συστήματος είναι αυθαίρετη. Συνήθως οι υπολογισμοί απλουστεύονται όταν επιλέξουμε τους άξονες, έτσι ώστε να συμπίπτουν με όσο το δυνατό περισσότερες δυνάμεις.
- Αναλύουμε κάθε δύναμη σε δύο συνιστώσες: μια πάνω στο άξονα x και μια πάνω στον άξονα y .
- Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας για κάθε άξονα ξεχωριστά: $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$.
Το σύστημα των δύο παραπάνω εξισώσεων μπορεί να λυθεί και να υπολογισθούν δύο άγνωστα μεγέθη.

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Τρόπος εργασίας

- Σχεδιάζουμε τα διανύσματα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα το οποίο έχουμε αποφασίσει να μελετήσουμε.
- Επιλέγουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων x, y . Αν γνωρίζουμε την κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι βολικό να πάρουμε την κατεύθυνση του άξονα x να συμπίπτει με την κατεύθυνση της επιτάχυνσης.
 - Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στην κατεύθυνση της επιτάχυνσης: $\Sigma F_x = ma$, όπου ΣF_x είναι το άθροισμα των αλγεβρικών τιμών των συνιστωσών των δυνάμεων στον άξονα x .
 - Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση του άξονα y ($a_y = 0$): $\Sigma F_y = 0$
- Χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις της κινητικής: $v = v_0 + at$ και $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

ΤΡΙΒΗ

Τρόπος εργασίας

- Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, το οποίο έχουμε αποφασίσει να μελετήσουμε.
- Επιλέγουμε δύο ορθογώνιους άξονες x και y . Ο άξονας x είναι παράλληλος προς την επιφάνεια επαφής και ο άξονας y είναι κάθετος προς την επιφάνεια επαφής.
- Αναλύουμε κάθε δύναμη σε συνιστώσες, πάνω στους άξονες x και y .
- Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο της κίνησης, στη διεύθυνση του άξονα κίνησης x , τη συνθήκη ισορροπίας στη διεύθυνση του άξονα y , το νόμο της τριβής και τις εξισώσεις της κινητικής.
- Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

α) Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση.

$$\Sigma F_x = ma \quad T = \mu F_k \quad v = v_0 + at$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

β) Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επιτάχυνση a είναι ίση με μηδέν, οπότε οι παραπάνω τύποι διαμορφώνονται ως εξής:

$$\Sigma F_x = 0 \quad T = \mu F_k \quad x = vt$$

$$\Sigma F_y = 0$$

γ) Το σώμα ηρεμεί. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0$$

Επειδή δεν υπάρχει σχετική κίνηση, η τριβή είναι στατική.

Επομένως, ο νόμος της τριβής γράφεται: $0 \leq T_\sigma \leq \mu_\sigma F_k$

Τη στιγμή που αρχίζει να ολισθαίνει το σώμα, θα ισχύει: $T_\sigma = \mu_\sigma F_k$

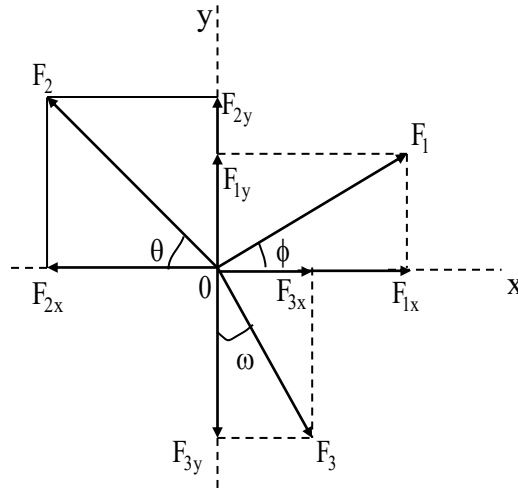
ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Να βρείτε τη συνισταμένη των ομοεπίπεδων δυνάμεων F_1, F_2, F_3 όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

ΛΥΣΗ

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε συνιστώσες πάνω στους άξονες x, y οπότε έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \sigma\upsilon\nu\phi \\ F_{1y} &= F_1 \eta\mu\phi \\ F_{2x} &= F_2 \sigma\upsilon\nu\theta \\ F_{2y} &= F_2 \eta\mu\theta \\ F_{3x} &= F_3 \eta\mu\omega \\ F_{3y} &= F_3 \sigma\upsilon\nu\omega \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F_x = F_1 \sigma\upsilon\nu\phi - F_2 \sigma\upsilon\nu\theta + F_3 \eta\mu\omega \quad (2)$$

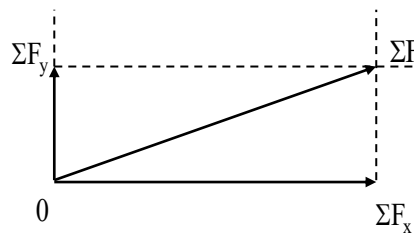
$$\text{Στον άξονα } y \text{ έχουμε: } \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F_y = F_1 \eta\mu\phi + F_2 \eta\mu\theta - F_3 \sigma\upsilon\nu\omega \quad (3)$$

Στη συνέχεια βρίσκουμε τη συνισταμένη των $\Sigma F_x, \Sigma F_y$. Το μέτρο της δίνεται από την:

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2}$$

και η διεύθυνσή της από την:

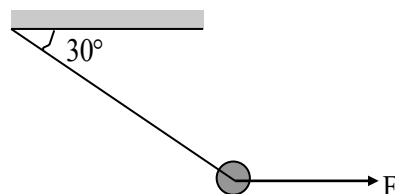
$$\epsilon\phi_{\kappa} = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$



Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη συνισταμένη υπολογίζοντας πρώτα τη συνισταμένη των δύο και μετά την ολική συνισταμένη. Ο τρόπος όμως αυτός δεν συνίσταται διότι ο υπολογισμός των γωνιών είναι δύσκολος.

2. Αν $F = 20 \text{ N}$ και το σώμα ισορροπεί, να σχεδιαστεί και να βρεθούν οι υπόλοιπες δυνάμεις.

$$\Delta\acute{\iota}\nu\omicron\nu\alpha\iota \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



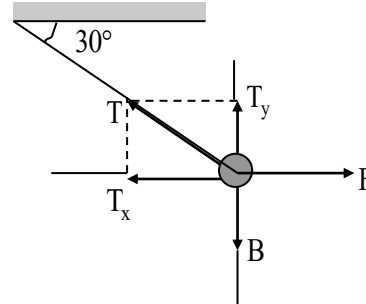
ΛΥΣΗ

Στο σώμα εκτός από την F ασκούνται το βάρος του B και η τάση T του νήματος. Αναλύουμε την T σε δύο συνιστώσες T_x και T_y .

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{T_y}{T} \Rightarrow T_y = T \eta\mu 30^\circ \Rightarrow T = T \cdot \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{T_x}{T} \Rightarrow T_x = T \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$$

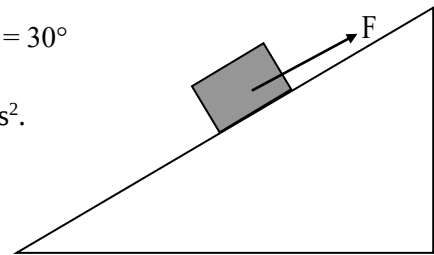
$$\Rightarrow T_x = T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_x = F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}T}{2} = F \Rightarrow T = \frac{2F}{\sqrt{3}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot 20}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B = T_y = (1)B = \frac{T}{2} \Rightarrow B = \frac{40\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

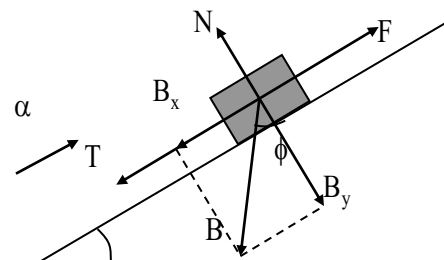
3. Σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$ ανεβαίνει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\phi = 30^\circ$ υπό την επίδραση δύναμης $F = 100\text{N}$ παράλληλης προς το επίπεδο. Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος. Δίνονται. $\mu = 0,2$ και $g = 10\text{m/s}^2$.



ΛΥΣΗ

Στο σώμα εκτός της F ασκείται το βάρος του B , η κάθετη δύναμη επαφής N και η τριβή T . Αναλύω το βάρος σε άξονες x και y .

$$\begin{aligned} \eta\mu 30^\circ &= \frac{B_x}{B} \Rightarrow B_x = B \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_x = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_x = 2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 10\text{N} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sigma\upsilon\nu\phi &= \frac{B_y}{B} \Rightarrow B_y = B \sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow B_y = 2 \cdot 10 \cdot 0,86 = 17,2\text{N} \end{aligned}$$

$$\text{Αξονας } y: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = B_y = 17,2\text{N}$$

$$T = \mu \cdot N \Rightarrow T = 0,2 \cdot 17,2 = 3,44\text{N}$$

$$\text{Αξονας } x: \Sigma F_x = m \cdot \alpha \Rightarrow F - T - B_x = m \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F - T - B_x}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{100 - 3,44 - 10}{2} = 43,28\text{m/s}^2$$

4. Έστω το σύστημα δύο σωμάτων του σχήματος που είναι συνδεδεμένα με σχοινί και έχουν μάζες $m_1 = 2\text{Kg}$ και $m_2 = 3\text{Kg}$ αντίστοιχα. Αν στο σώμα μάζας m_1 ασκήσουμε σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20\text{N}$ και ο συντελεστής τριβής μεταξύ όλων των επιφανειών είναι $\mu = 0,1$ να βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος και την τάση του νήματος.



ΛΥΣΗ

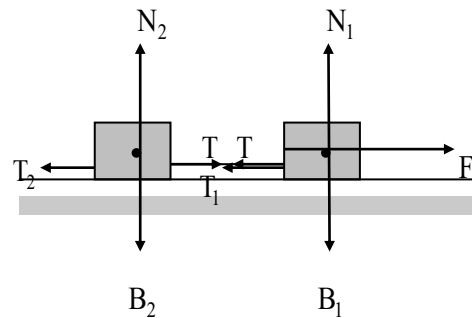
Στο σώμα m_1 ασκείται η F , το βάρος του B_1 , η κάθετη δύναμη επαφής N_1 η τριβή T_1 και η τάση του νήματος T . Στο m_2 ασκείται το βάρος του B_2 , η κάθετη δύναμη επαφής N_2 η τριβή T_2 και η τάση του νήματος T . Ισχύει:

$$N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\text{N}$$

$$T_1 = \mu N_1 = 0,1 \cdot 20 = 2\text{N}$$

$$N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 3 \cdot 10 = 30\text{N}$$

$$T_2 = \mu N_2 = 0,1 \cdot 30 = 3\text{N}$$



Για κάθε σώμα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής.

$$\text{Για το σώμα } m_1: F - T - T_1 = m_1 \alpha \quad (1)$$

$$\text{Για το σώμα } m_2: T - T_2 = m_2 \alpha \quad (2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη:

$$F - T - T_1 + T - T_2 = (m_1 + m_2) \alpha \Rightarrow$$

$$F - T_1 - T_2 = m_{\text{ολ}} \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F - T_1 - T_2}{m_{\text{ολ}}} \Rightarrow \alpha = \frac{20 - 2 - 3}{5} = 3\text{m/s}^2$$

$$(1) \Rightarrow T = F - T_1 - m_1 \alpha \Rightarrow T = 20 - 2 - 2 \cdot 3 = 12\text{N}$$