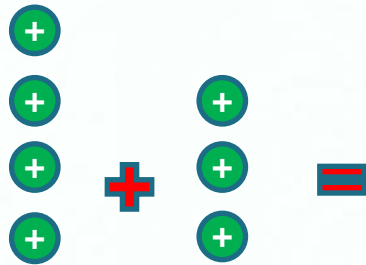
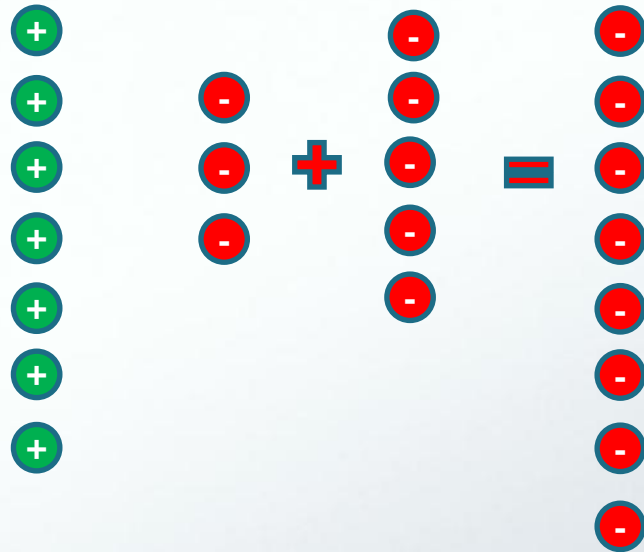


Πρόσδεση - Αφαίρεση στους ρητοίς

Πρόσθεση ομόσημων



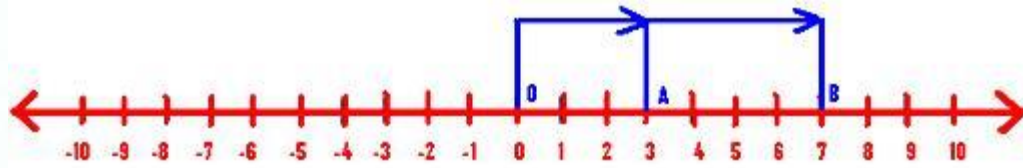
$$+4 + (+3) = +7$$



$$-3 + (-5) = -8$$

Πρόσθεση ομόσημων με τον άξονα

$$(+3) + (+4) = +7$$



Λύση:

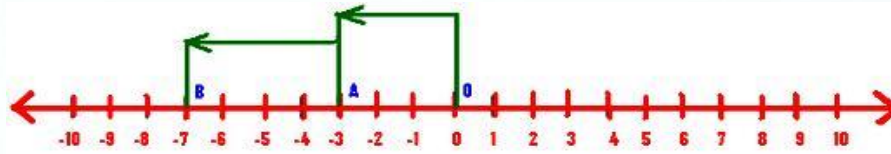
- Ξεκινάμε από το μηδέν και πρώτα μετακινούμε 3 μονάδες στα δεξιά του 0
- Φτάνουμε στο A που αντιπροσωπεύει το 3.
- Ο δεύτερος αριθμός είναι θετικός 4.
- Μετακινούμε λοιπόν 4 μονάδες δεξιά του A
- Φτάσουμε στο B που αντιπροσωπεύει το 7.

Πρόσθεση ομόσημων με τον άξονα

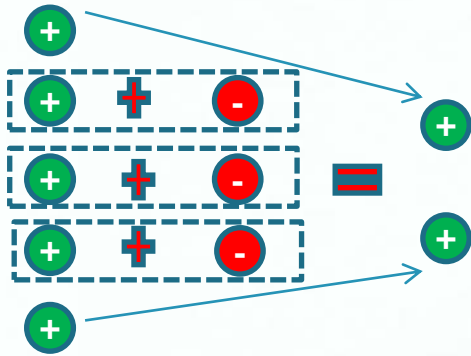
$$(-3) + (-4) = -7$$

Λύση:

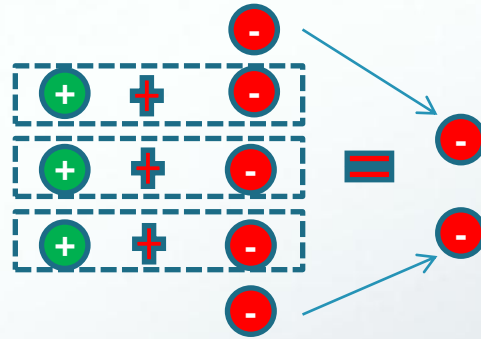
- Ξεκινάμε από το μηδέν και πρώτα μετακινούμε 3 μονάδες στα αριστερά του 0
- Φτάνουμε στο A που αντιπροσωπεύει το -3.
- Ο δεύτερος αριθμός είναι αρνητικός 4.
- Μετακινούμε λοιπόν 4 μονάδες αριστερά του A
- Φτάσουμε στο B που αντιπροσωπεύει το -7.



Πρόσθεση ετερόσημων



$$+5 + (-3) = +2$$



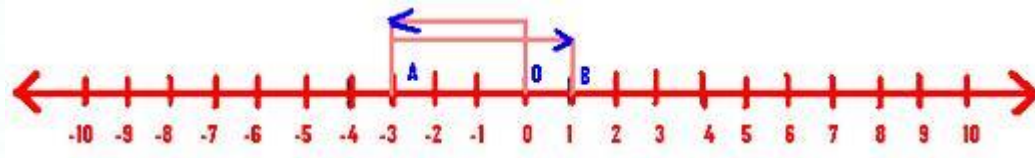
$$+3 + (-5) = -2$$

A diagram showing a pair of opposite chips (one green with '+' and one red with '-') grouped in a dashed blue box, followed by an equals sign and the number 0, illustrating that the sum of opposite numbers is zero.

$$+ + - = 0$$

Πρόσθεση ετερόσημων με τον άξονα

$$(-3) + (+4) = +1$$



Λύση:

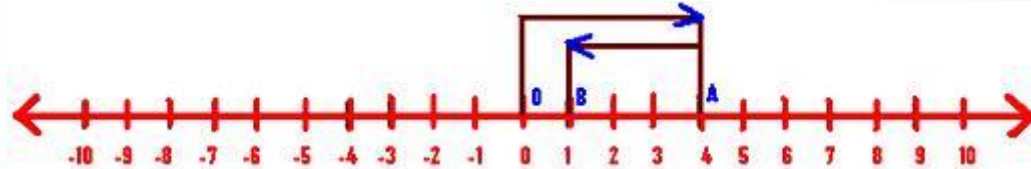
- Ξεκινάμε από το μηδέν και πρώτα μετακινούμε 3 μονάδες στα αριστερά του 0
- Φτάνουμε στο A που αντιπροσωπεύει το -3.
- Ο δεύτερος αριθμός είναι θετικός 4.
- Μετακινούμε λοιπόν 4 μονάδες δεξιά του A
- Φτάσουμε στο B που αντιπροσωπεύει το 1.

Πρόσθεση ετερόσημων με τον άξονα

$$(+4) + (-3) = +1$$

Λύση:

- Ξεκινάμε από το μηδέν και πρώτα μετακινούμε 4 μονάδες στα δεξιά του 0
- Φτάνουμε στο A που αντιπροσωπεύει το 4.
- Ο δεύτερος αριθμός είναι αρνητικός -3.
- Μετακινούμε λοιπόν 3 μονάδες αριστερά του A
- Φτάσουμε στο B που αντιπροσωπεύει το 1.





Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

Για να **προσθέσουμε** δύο ή περισσότερους **ομόσημους** ρητούς

- **Προσθέτουμε** τις **απόλυτες τιμές**
- Στο **άθροισμα** βάζουμε **πρόσημο** το **κοινό τους** πρόσημο.
- Στα κλάσματα τα μετατρέπουμε πρώτα σε **ομώνυμα** με παρονομαστή, το **Ε.Κ.Π.** των **παρονομαστών** τους.



Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

Για να **προσθέσουμε** δύο **ετερόσημους** ρητούς

- **Αφαιρούμε** τις **απόλυτες τιμές**
- Στο **άθροισμα** βάζουμε **πρόσημο** το πρόσημο της **μεγαλύτερης απόλυτης τιμής**.
- Το **άθροισμα** δύο **αντιθέτων** είναι **0**.
- Στα κλάσματα τα μετατρέπουμε πρώτα σε **ομώνυμα** με παρονομαστή, το **Ε.Κ.Π.** των **παρονομαστών** τους.

$$\alpha + (-\alpha) = 0$$

Παραδείγματα

1. Υπολογίστε το άθροισμα $(+12) + (+15)$

Λύση:

$(+12) + (+15) =$ Οι αριθμοί είναι ομόσημοι

$+(12 + 15) = +27 = 27$ Προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε το πρόσημό τους.

2. Υπολογίστε το άθροισμα $(-21) + (-19)$

Λύση:

$(-21) + (-19) =$ Οι αριθμοί είναι ομόσημοι

$-(21 + 19) = -40$ Προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε το πρόσημό τους.

Παραδείγματα

1. Υπολογίστε το άθροισμα $(+12) + (-5)$

Λύση:

$$(+12) + (-5) =$$

Οι αριθμοί είναι ετερόσημοι

$$+(12 - 5) = +7 = 7$$

Αφαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε το πρόσημό της μεγαλύτερης απόλυτης τιμής.

2. Υπολογίστε το άθροισμα $(-21) + (+9)$

Λύση:

$$(-21) + (+9) =$$

Οι αριθμοί είναι ετερόσημοι

$$-(21 - 9) = -12$$

Αφαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε το πρόσημό της μεγαλύτερης απόλυτης τιμής.



Ιδιότητες

Στην πρόσθεση ρητών αριθμών ισχύουν οι ιδιότητες: Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}$, τότε:

- **Αντιμεταθετική**

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

- **Προσεταιριστική**

$$\alpha + \beta + \gamma = (\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$

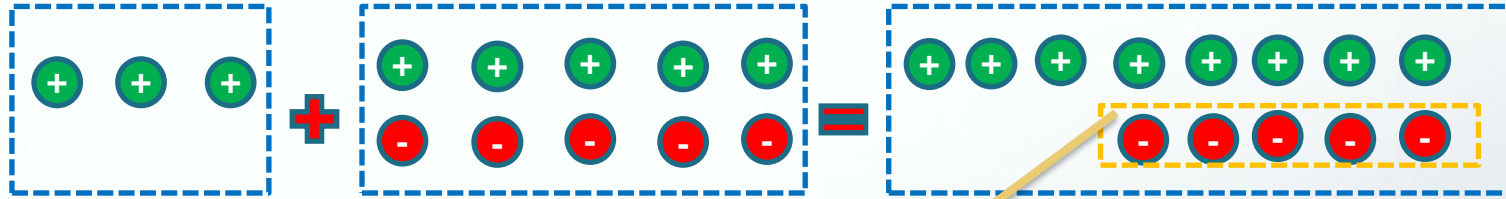
- Το μηδέν είναι το **ουδέτερο στοιχείο** στην πρόσθεση, γιατί σε όποιο αριθμό προστεθεί **δεν τον διαφοροποιεί**.

$$\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$

- **Αντίθετος** ενός **αριθμού α** είναι ο ρητός αριθμός $-\alpha$, που **όταν προστεθεί στο α** το **άθροισμα είναι μηδέν**.

$$\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$$

Αφαίρεση ρητών



$$+3 - (-5) =$$

δεν έχω

$$+5 + (-5) = 0$$

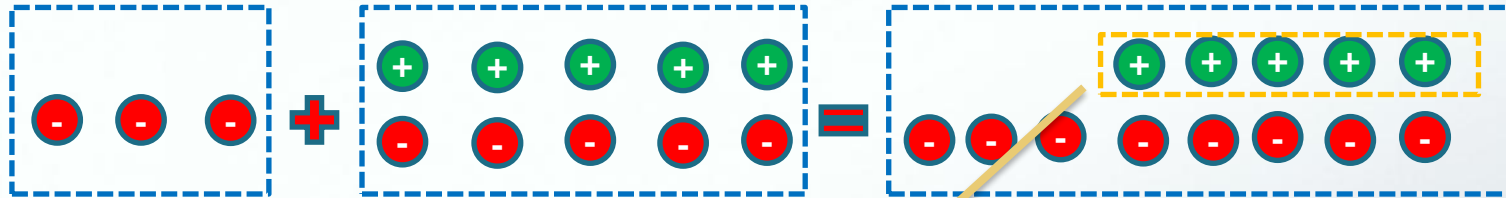
$$+3 - (-5) =$$

αφαιρώ τώρα έχω



$$+3 + (+5) = +8$$

Αφαίρεση ρητών



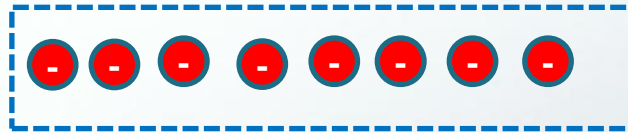
$$-3 - (+5) =$$

δεν έχω

$$+5 + (-5) = 0$$

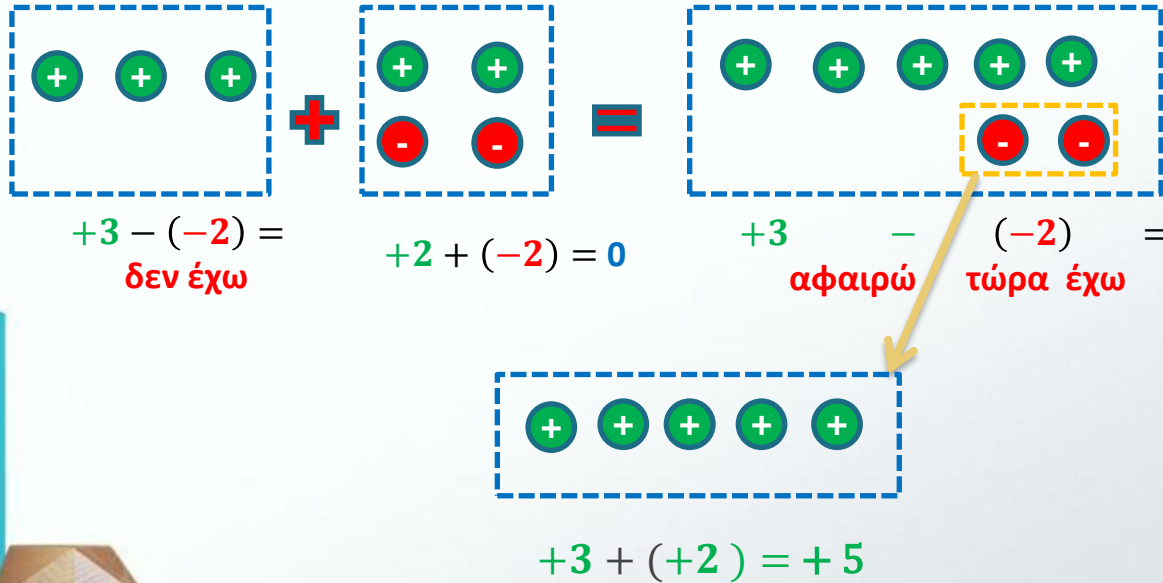
$$-3 - (+5) =$$

αφαιρώ τώρα έχω



$$-3 + (-5) = -8$$

Αφαίρεση ρητών





Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

Για να **αφαιρέσουμε** από τον ρητό αριθμό **α** τον ρητό αριθμό **β** **προσθέτουμε** στον αριθμό **α** τον **αντίθετο** αριθμό του **β** .

$$a - \beta = a + (-\beta)$$

Παραδείγματα

Υπολογίστε τις διαφορές :

$$\alpha) (+12) - (+15) \quad \beta) (+3) - (-4) \quad \gamma) +12,5 - (+2,3)$$

Λύση:

$$(+12) - (+15) = (+12) + (-15) = -3$$

$$(+3) - (-4) = (+3) + (+4) = +7$$

$$+12,5 - (+2,3) = +12,5 + (-2,3) = +10,2$$

Για να αφαιρέσουμε το +15,
προσθέτουμε τον αντίθετό του, δηλ. το -15

Για να αφαιρέσουμε το -4,
προσθέτουμε τον αντίθετό του, δηλ. το +4

Για να αφαιρέσουμε το +2,3,
προσθέτουμε τον αντίθετό του, δηλ. το -2,3



Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

Όταν μια **παρένθεση** έχει μπροστά της το «+» (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε γράφοντας τους όρους που περιέχει **με το ίδιο πρόσημο**.

Παράδειγμα: $+(-4 + 2 - 1) = -4 + 2 - 1 = -4 - 1 + 2 = -5 + 2 = -3$

Όταν μια **παρένθεση** έχει μπροστά της το «-», μπορούμε να την απαλείψουμε γράφοντας τους όρους που περιέχει **με αντίθετο πρόσημο**.

Παράδειγμα: $-(-4 + 2 - 1) = +4 - 2 + 1 = +4 + 1 - 2 = +5 - 2 = +3$

Παραδείγματα

Να κάνετε τις πράξεις:

$$(+3 - 4) - (-2 + 3 - 1)$$

Λύση:

Α' τρόπος

Απαλείφουμε τις παρενθέσεις και υπολογίζουμε το άθροισμα.

$$(+3 - 4) - (-2 + 3 - 1) = +\cancel{3} - 4 + 2 - \cancel{3} + 1 = -4 + 2 + 1 = -4 + 3 = -1$$

Β' τρόπος

Υπολογίζουμε το άθροισμα κάθε παρένθεσης.

$$(+3 - 4) - (-2 + 3 - 1) = (-1) - (-3 + 3) = (-1) - 0 = -1$$