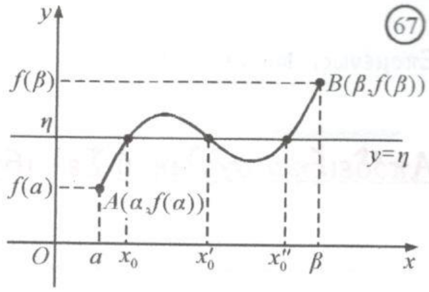
Ας υποθέσουμε ότι $f(\alpha)<f(\beta)$. Τότε θα ισχύει $f(\alpha)<\eta<f(\beta)$ (Σχ. 67). Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $g(x)=f(x)-\eta$, $x\in[\alpha,\beta]$, παρατηρούμε ότι:

- η g είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και
- $g(\alpha)g(\beta)<0$,



αφού

$g(\alpha)=f(\alpha)-\eta<0$ και

$g(\beta)=f(\beta)-\eta>0$.

Επομένως, σύμφωνα με το θεώρημα του Bolzano, υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $g(x_0)=f(x_0)-\eta=0$, οπότε $f(x_0)=\eta$.

Παράγωγος και συνέχεια

Απόδειξη 4 σχολικού Σελ 217

Απολυτήριες 2003, Επαναληπτικές 2007, Επαναληπτικές 2013

Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Για $x\neq x_0$ έχουμε

$$f(x)-f(x_0)=\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\cdot(x-x_0)$$

Οπότε,