

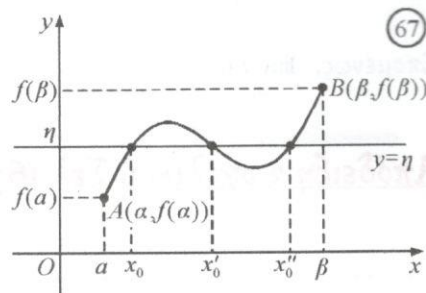
Ας υποθέσουμε ότι $f(a) < f(\beta)$. Τότε θα ισχύει $f(a) < \eta < f(\beta)$ (Σχ. 67). Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $g(x) = f(x) - \eta$, $x \in [a, \beta]$, παρατηρούμε ότι:

- η g είναι συνεχής στο $[a, \beta]$ και
- $g(a)g(\beta) < 0$,

αφού

$$g(a) = f(a) - \eta < 0 \quad \text{και}$$

$$g(\beta) = f(\beta) - \eta > 0.$$



Επομένως, σύμφωνα με το θεώρημα του Bolzano, υπάρχει $x_0 \in (a, \beta)$ τέτοιο, ώστε $g(x_0) = f(x_0) - \eta = 0$, οπότε $f(x_0) = \eta$.

Παράγωγος και συνέχεια

4

Απόδειξη 4 σχολικού Σελ 217

Απολυτήριες 2003, Επαναληπτικές 2007, Επαναληπτικές 2013

Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 , τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Για $x \neq x_0$ έχουμε

$$f(x) - f(x_0) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0)$$

Οπότε,