$$= \alpha_\nu \lim_{x \to x_0} x^\nu + \alpha_{\nu-1} \lim_{x \to x_0} x^{\nu-1} + \cdots + \lim_{x \to x_0} \alpha_0$$

$$= \alpha_\nu x_0^\nu + \alpha_{\nu-1} x_0^{\nu-1} + \cdots + \alpha_0 = P(x_0)\,.$$

Επομένως, $\lim_{x \to x_0} P(x) = P(x_0)$

Απόδειξη 3 σχολικού Σελ 167

> Έστω η ρητή συνάρτηση $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$, όπου $P(x)$, $Q(x)$ πολυώνυμα του x και $x_0 \in \mathbb{R}$ με $Q(x_0) \neq 0$. Να αποδείξετε ότι
>
> $$\lim_{x \to x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} \text{ εφόσον } Q(x_0) \neq 0$$

Έστω η ρητή συνάρτηση $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$, όπου $P(x)$, $Q(x)$ πολυώνυμα του x και

$x_0 \in \mathbb{R}$ με $Q(x_0) \neq 0$. Τότε,

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\lim_{x \to x_0} P(x)}{\lim_{x \to x_0} Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)}\,.$$

Επομένως, $\lim_{x \to x_0} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{P(x_0)}{Q(x_0)}$, εφόσον $Q(x_0) \neq 0$

+ σελ 171

Απόδειξη 4 σχολικού Σελ 194

Θεώρημα ενδιαμέσων τιμών *Απολυτήριες 2005 - 2015*

> Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$. Να αποδείξετε ότι Αν:
>
> - η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και
> - $f(\alpha) \neq f(\beta)$
>
> τότε, για κάθε αριθμό η μεταξύ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ υπάρχει ένας, τουλάχιστον $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιος, ώστε