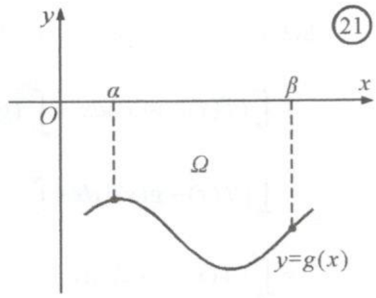
Άρα, $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx$

Απόδειξη 25 σχολικού Σελ 344



Με τη βοήθεια του τύπου $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τον άξονα $x'x$, τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης g, με $g(x)\leq 0$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$ και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$ (Σχ. 21).

Πράγματι, επειδή ο άξονας $x'x$ είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=0$, έχουμε

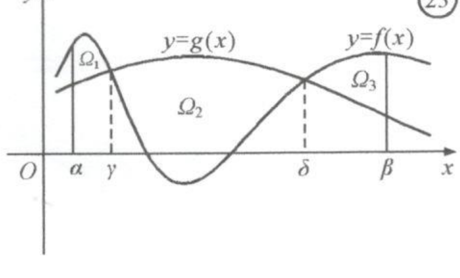
$$E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx$$

$$=\int_{\alpha}^{\beta}[-g(x)]dx=-\int_{\alpha}^{\beta}g(x)dx.$$

Επομένως, αν για μια συνάρτηση g ισχύει $g(x)\leq 0$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$, τότε

$$\boxed{E(\Omega)=-\int_{\alpha}^{\beta}g(x)dx}$$

Απόδειξη 26 σχολικού Σελ 345



Να αποδείξετε ότι όταν η διαφορά $f(x)-g(x)$ δεν διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $[\alpha,\beta]$, όπως στο Σχήμα 23, τότε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f,g και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$ είναι ίσο