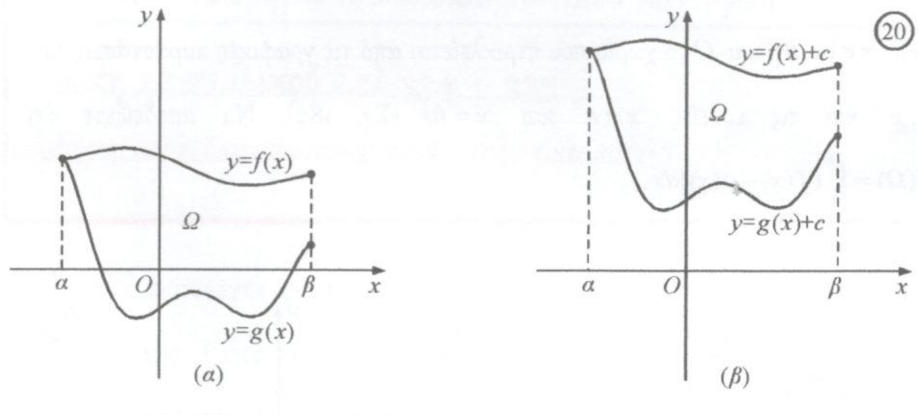
Επομένως,

$$\boxed{E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx} \qquad (1)$$

Απόδειξη 24 σχολικού Σελ 344

Έστω, δυο συναρτήσεις f και g, συνεχείς στο διάστημα $[\alpha,\beta]$ με $f(x)\geq g(x)$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$ και Ω το χωρίο που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f,g και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$. Να αποδείξετε ότι $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx$.

Πράγματι, επειδή οι συναρτήσεις f,g είναι συνεχείς στο $[\alpha,\beta]$, θα υπάρχει αριθμός $c\in\mathbb{R}$ τέτοιος ώστε $f(x)+c\geq g(x)+c\geq 0$, για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$. Είναι φανερό ότι το χωρίο Ω (Σχ. 20α) έχει το ίδιο εμβαδόν με το χωρίο Ω' (Σχ. 20β).



Επομένως, σύμφωνα με τον τύπο (1), έχουμε:

$$E(\Omega)=E(\Omega')=\int_{\alpha}^{\beta}[(f(x)+c)-(g(x)+c)]dx=\int_{\alpha}^{\beta}(f(x)-g(x))dx.$$