

$$G(x) = F(x) + c. \quad (1)$$

Από την (1), για $x = a$, έχουμε $G(a) = F(a) + c = \int_a^a f(t)dt + c = c$, οπότε $c = G(a)$.

Επομένως, $G(x) = F(x) + G(a)$

οπότε, για $x = \beta$, έχουμε

$$G(\beta) = F(\beta) + G(a) = \int_a^\beta f(t)dt + G(a)$$

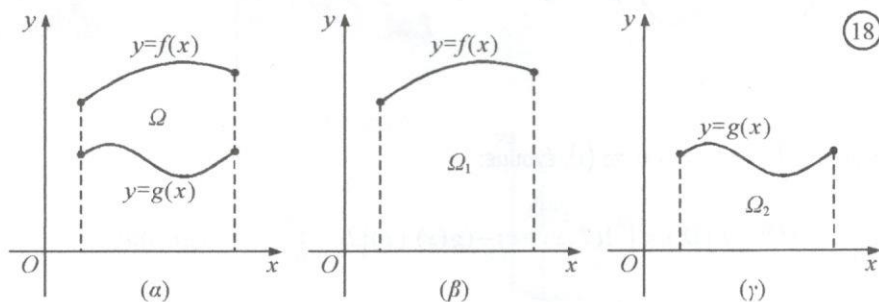
και άρα $\int_a^\beta f(t)dt = G(\beta) - G(a)$

ΕΜΒΑΔΟΝ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΧΩΡΙΟΥ

Απόδειξη 23 σχολικού Σελ 343

Έστω, δυο συναρτήσεις f και g , συνεχείς στο διάστημα $[a, \beta]$ με $f(x) \geq g(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$ και Ω το χωρίο που περιλαμβάνεται από τις γραφικές παραστάσεις των f, g και τις ευθείες $x = a$ και $x = \beta$ (Σχ. 18α). Να αποδείξετε ότι $E(\Omega) = \int_a^\beta (f(x) - g(x))dx$.

19



Παρατηρούμε ότι

$$E(\Omega) = E(\Omega_1) - E(\Omega_2) = \int_a^\beta f(x)dx - \int_a^\beta g(x)dx = \int_a^\beta (f(x) - g(x))dx.$$