- Κάθε συνάρτηση της μορφής $G(x)=F(x)+c$, όπου $c\in\mathbb{R}$, είναι μια παράγουσα της f στο Δ, αφού

$$G'(x)=(F(x)+c)'=F'(x)=f(x)\text{, για κάθε } x\in\Delta.$$

- Έστω G είναι μια άλλη παράγουσα της f στο Δ. Τότε για κάθε $x\in\Delta$ ισχύουν $F'(x)=f(x)$ και $G'(x)=f(x)$, οπότε

$$G'(x)=F'(x)\text{, για κάθε } x\in\Delta.$$

Άρα, σύμφωνα με το πόρισμα της § 2.6, υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε

$$G(x)=F(x)+c\text{, για κάθε } x\in\Delta.$$

Θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού

Απόδειξη 22 σχολικού Σελ 334 – 335

Απολυτήριες 2002, Επαναληπτικές 2008, Απολυτήριες 2013

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$, να αποδείξετε ότι:

$$\int_\alpha^\beta f(t)dt=G(\beta)-G(\alpha)$$

Η συνάρτηση $F(x)=\int_\alpha^x f(t)dt$ είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$. Επειδή και η G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$, θα υπάρχει $c\in\mathbb{R}$ τέτοιο, ώστε