

Απόδειξη 20 σχολικού Σελ 262 - 263

Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (a, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι **συνεχής**. Να αποδείξετε ότι:

i) Αν $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f . (Σχ. 35α) **Επαναληπτικές 2012**

ii) Αν $f'(x) < 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f . (Σχ. 35β)

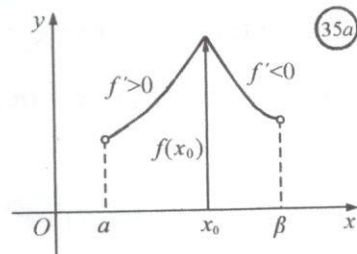
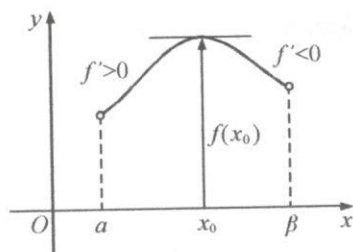
iii) Αν η $f'(x)$ διατηρεί πρόσημο στο $(a, x_0) \cup (x_0, \beta)$, τότε το $f(x_0)$ δεν είναι τοπικό ακρότατο και η f είναι γνησίως μονότονη στο (a, β) . (Σχ. 35γ) **Επαναληπτικές 2014**

i) Επειδή $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (a, x_0)$ και η f είναι συνεχής στο x_0 , η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(a, x_0]$. Έτσι έχουμε

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in (a, x_0]. \quad (1)$$

Επειδή $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (x_0, \beta)$ και η f είναι συνεχής στο x_0 , η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[x_0, \beta)$. Έτσι έχουμε:

$$f(x) \leq f(x_0), \text{ για κάθε } x \in [x_0, \beta). \quad (2)$$



Επομένως, λόγω των (1) και (2), ισχύει: