$$\boxed{(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}}$$

Πράγματι, αν $y = x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$ και θέσουμε $u = \alpha \ln x$, τότε έχουμε $y = e^{u}$. Επομένως,

$$y' = (e^{u})' = e^{u} \cdot u' = e^{\alpha \ln x} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{x} = x^{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{x} = \alpha x^{\alpha-1}.$$

Απόδειξη 14 σχολικού Σελ 234 - 235

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \alpha^{x}$, $\alpha > 0$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ισχύει $f'(x) = \alpha^{x} \ln \alpha$, δηλαδή

$$\boxed{(\alpha^{x})' = \alpha^{x} \ln \alpha}$$

Πράγματι, αν $y = \alpha^{x} = e^{x \ln \alpha}$ και θέσουμε $u = x \ln \alpha$, τότε έχουμε $y = e^{u}$. Επομένως,

$$y' = (e^{u})' = e^{u} \cdot u' = e^{x \ln \alpha} \cdot \ln \alpha = \alpha^{x} \ln \alpha.$$

Απόδειξη 15 σχολικού Σελ 235

Απολυτήριες 2008

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \ln|x|$, $x \in \mathbb{R}^*$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ και ισχύει

$$\boxed{(\ln|x|)' = \frac{1}{x}}$$

Πράγματι,

— αν $x > 0$, τότε $(\ln|x|)' = (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$, ενώ