

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

#### ΚΥΚΛΟΣ

- 1) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου ο οποίος έχει κέντρο την αρχή των αξόνων, σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις :
  - i. Όταν διέρχεται από το σημείο  $A(4,-3)$ .
  - ii. Όταν εφάπτεται στην ευθεία (ε) με εξίσωση  $12x + 5y - 26 = 0$ .
- 2) Δίνεται ο κύκλος (c) με εξίσωση  $x^2 + y^2 = 10$ . Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου (c) σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις :
  - i. Όταν είναι παράλληλη στην ευθεία (ε):  $y = 3x + 7$ .
  - ii. Όταν διέρχεται από το σημείο  $A(10,0)$ .
- 3) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου (c) σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις :
  - i. Όταν έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα με άκρα  $A(5,-1)$  και  $B(-1,7)$ .
  - ii. Όταν έχει κέντρο  $K(1,2)$  και εφάπτεται στην ευθεία (ε) με εξίσωση  $4x + 3y + 5 = 0$ .
- 4) Δίνονται οι ευθείες (ε):  $3x - 4y - 1 = 0$  και (η):  $3x - 4y - 31 = 0$ . Να βρείτε :
  - i. την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας (ζ) των παραπάνω ευθειών
  - ii. το σημείο τομής K της (ζ) με την ευθεία  $y = -1$
  - iii. την απόσταση του σημείου K από την (ε)
  - iv. την εξίσωση του κύκλου ο οποίος έχει κέντρο το K και αποκόπτει από την (ε) χορδή μήκους 8 μονάδων.
- 5) Να βρείτε τη σχετική θέση των κύκλων :
  - i.  $c_1: x^2 + y^2 = 1$  και  $c_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$
  - ii.  $c_1: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$  και  $c_2: (x-4)^2 + (y-6)^2 = 1$
  - iii.  $c_1: x^2 + (y+1)^2 = 9$  και  $c_2: (x-2)^2 + y^2 = 1$
- 6) Ένας κύκλος (c) διέρχεται από τα σημεία  $A(-2,0)$ ,  $B(1,-1)$  και  $\Gamma(6,4)$ . Να βρείτε :
  - i. την εξίσωση του κύκλου (c)
  - ii. το αντιδιαμετρικό A' του σημείου A
  - iii. την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο A'.
- 7) Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  (1).
  - i. Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο (c).
  - ii. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου (c)
  - iii. Αν το σημείο  $A(\mu,3)$  με  $\mu < 0$  ανήκει στον κύκλο (c), τότε να υπολογίσετε την τιμή του  $\mu$  και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο A.
- 8) Ένας κύκλος εφάπτεται στην ευθεία (ε):  $x + y - 3 = 0$  στο σημείο  $A(1,2)$  και διέρχεται από το σημείο  $B(-1,0)$ . Να βρείτε :
  - i. την εξίσωση του κύκλου (c)
  - ii. την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου (c) στο σημείο B
  - iii. τα σημεία τομής  $\Gamma$  και  $\Delta$  του κύκλου με τον άξονα  $y'y$
  - iv. το εμβαδόν του τριγώνου  $B\Gamma\Delta$ .
- 9) Ένας κύκλος (c) διέρχεται από τα σημεία  $A(0,3)$  και  $B(1,6)$  και έχει το κέντρο του στην ευθεία (ε):  $y = 2x$ .
  - i. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου (c).
  - ii. Να αποδείξετε ότι η αρχή των αξόνων είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου (c).
  - iii. Να βρείτε τα σημεία του κύκλου που απέχουν από το  $O(0,0)$  ελάχιστη και μέγιστη απόσταση.
- 10) Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 4\lambda^2 = 4\lambda(x+y)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . (1)
  - i. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η (1) να παριστάνει κύκλο (c). Ποιο είναι το κέντρο και ποιά η ακτίνα του κύκλου.
  - ii. Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων ανήκουν στην ίδια ευθεία. Ποιά είναι η εξίσωση αυτής της ευθείας;
  - iii. Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω κύκλοι εφάπτονται στους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

Επιμέλεια : Χαλιαμπάλιας Στέφανος