ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

- $\alpha^{\mu}\cdot\alpha^{\nu}=\alpha^{\mu+\nu}$
- $\dfrac{\alpha^{\mu}}{\alpha^{\nu}}=\alpha^{\mu-\nu}$
- $\alpha^{\nu}\cdot\beta^{\nu}=(\alpha\cdot\beta)^{\nu}$
- $\dfrac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}=\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}$, με $\beta\neq 0$
- $\left(\alpha^{\nu}\right)^{\mu}=\alpha^{\nu\mu}$
- $\alpha^{-\nu}=\dfrac{1}{\alpha^{\nu}}$
- $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}=\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$, με $\alpha\beta\neq 0$
- $\alpha^{0}=1$, με $\alpha\neq 0$

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

- $|\alpha|=\begin{cases}\alpha, & \text{αν } \alpha\geq 0\\ -\alpha, & \text{αν } \alpha<0\end{cases}$
- $|\alpha|=|-\alpha|$
- $|\alpha|^{2}=\alpha^{2}$
- $|\alpha\beta|=|\alpha|\cdot|\beta|$
- $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right|=\dfrac{|\alpha|}{|\beta|}$, $\beta\neq 0$
- $|\alpha|\geq\alpha$ και $|\alpha|\geq-\alpha$
- $\big||\alpha|-|\beta|\big|\leq|\alpha+\beta|\leq|\alpha|+|\beta|$
- $|x|=|\alpha|\Leftrightarrow x=\pm\alpha$

Επίλυση εξισώσεων

- Αν $\theta>0$, τότε $|x|=\theta\Leftrightarrow x=\pm\theta$
- Αν $\theta<0$, τότε $|x|=\theta$, αδύνατη
- Αν $\theta=0$, τότε $|x|=0\Leftrightarrow x=0$

Επίλυση ανισώσεων

- Αν $\theta>0$, τότε $|x|>\theta\Leftrightarrow(x>\theta$ ή $x<-\theta)$
- Αν $\theta=0$, τότε $|x|>\theta\Leftrightarrow x\neq 0$
- Αν $\theta<0$, τότε $|x|>\theta\Rightarrow x\in\mathbb{R}$
- Αν $\theta>0$, τότε $|x|<\theta\Leftrightarrow-\theta<x<\theta$
- Αν $\theta=0$, τότε $|x|<\theta$, αδύνατη
- Αν $\theta<0$, τότε $|x|<\theta$, αδύνατη

Ισχύει:

- $|x|\geq 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$
- $|x|\leq 0\Rightarrow x=0$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- $(\alpha+\beta)^{2}=\alpha^{2}+2\alpha\beta+\beta^{2}$
- $(\alpha-\beta)^{2}=\alpha^{2}-2\alpha\beta+\beta^{2}$
- $(\alpha+\beta)^{3}=\alpha^{3}+3\alpha^{2}\beta+3\alpha\beta^{2}+\beta^{3}$
- $(\alpha-\beta)^{3}=\alpha^{3}-3\alpha^{2}\beta+3\alpha\beta^{2}-\beta^{3}$
- $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^{2}-\beta^{2}$
- $\alpha^{3}+\beta^{3}=(\alpha+\beta)\left(\alpha^{2}-\alpha\beta+\beta^{2}\right)$
- $\alpha^{3}-\beta^{3}=(\alpha-\beta)\left(\alpha^{2}+\alpha\beta+\beta^{2}\right)$
- $(\alpha+\beta+\gamma)^{2}=\alpha^{2}+\beta^{2}+\gamma^{2}+$ $+2\alpha\beta+2\alpha\gamma+2\beta\gamma$

ΡΙΖΕΣ

- $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}}=|\alpha|$, για ν άρτιο θετικό
- $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}}=\alpha$, για $\alpha\geq 0$
- $\sqrt[\nu]{\alpha\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\nu]{\beta}$, για $\alpha,\ \beta\geq 0$
- $\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}=\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$, για $\alpha\geq 0$ και $\beta>0$
- $\alpha\sqrt[\nu]{\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}\beta}$, για $\alpha,\ \beta\geq 0$
- $\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$, για $\alpha\geq 0$
- $\sqrt[\nu]{\sqrt[\rho]{\alpha}}=\sqrt[\nu\rho]{\alpha}$, για $\alpha\geq 0$
- $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}=\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$, για $\alpha>0$, μ ακέραιο και ν θετικό ακέραιο

ΔΙΑΤΑΞΗ

- $\alpha>\beta\Leftrightarrow\alpha+\gamma>\beta+\gamma$
- $\alpha>\beta\overset{\gamma>0}{\Longleftrightarrow}\alpha\gamma>\beta\gamma$
- $\alpha>\beta\overset{\gamma<0}{\Longleftrightarrow}\alpha\gamma<\beta\gamma$
- $\alpha>\beta\Leftrightarrow\dfrac{1}{\alpha}<\dfrac{1}{\beta}$, για α, β ομόσημους
- $\alpha^{2}+\beta^{2}=0\Leftrightarrow(\alpha=0$ και $\beta=0)$
- $\alpha<\beta\Leftrightarrow\alpha^{\nu}<\beta^{\nu}$, για $\alpha,\ \beta\geq 0$ και ν θετικό ακέραιο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- $\alpha\beta=0\Leftrightarrow\alpha=0$ ή $\beta=0$
- $\alpha\beta\neq 0\Leftrightarrow\alpha\neq 0$ και $\beta\neq 0$

ΕΞΙΣΩΣΗ $x^{\nu}=\alpha$

- Αν $\alpha>0$ και ν περιττός, τότε $x=\sqrt[\nu]{\alpha}$
- Αν $\alpha>0$ και ν άρτιος, τότε $x=\sqrt[\nu]{\alpha}$ ή $x=-\sqrt[\nu]{\alpha}$
- Αν $\alpha<0$ και ν περιττός, τότε $x=-\sqrt[\nu]{|\alpha|}$
- Αν $\alpha<0$ και ν άρτιος, τότε αδύνατη

ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $\alpha x^{2}+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$

$\rightarrow\Delta=\beta^{2}-4\alpha\gamma$

- Αν $\Delta>0$, τότε $x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ (δύο ρίζες άνισες)
- Αν $\Delta=0$, τότε $x_{0}=\dfrac{-\beta}{2\alpha}$ (μια ρίζα διπλή)
- Αν $\Delta<0$, τότε η εξίσωση είναι αδύνατη

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΙΖΩΝ (S, P)

- $S=x_{1}+x_{2}=-\dfrac{\beta}{\alpha}$
- $P=x_{1}x_{2}=\dfrac{\gamma}{\alpha}$
- $x_{1}^{2}+x_{2}^{2}=(x_{1}+x_{2})^{2}-2x_{1}x_{2}=S^{2}-2P$
- $x_{1}^{3}+x_{2}^{3}=(x_{1}+x_{2})^{3}-3x_{1}x_{2}(x_{1}+x_{2})=S^{3}-3PS$
- Οι αριθμοί x_{1} και x_{2} είναι ρίζες της εξίσωσης $x^{2}-Sx+P=0$, όπου $S=x_{1}+x_{2}$ και $P=x_{1}x_{2}$

ΕΙΔΟΣ ΡΙΖΩΝ

- Ομόσημες: $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ P>0\end{cases}$
- Αντίστροφες: $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ P=1\end{cases}$
- Ετερόσημες: $\begin{cases}\Delta>0\\ P<0\end{cases}$
- Αντίθετες: $\begin{cases}\Delta>0\\ S=0\end{cases}$
- Θετικές: $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ P>0\\ S>0\end{cases}$
- Αρνητικές: $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ P>0\\ S<0\end{cases}$

ΠΡΟΟΔΟΙ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ (Α.Π.)

- $\alpha_{\nu}=\alpha_{1}+(\nu-1)\omega$ (ν-οστός όρος)
- $\omega=\alpha_{\nu}-\alpha_{\nu-1}$ (διαφορά προόδου)
- $\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$ (αριθμητικός μέσος)
- $\left.\begin{array}{l}S_{\nu}=\dfrac{\nu}{2}(\alpha_{1}+\alpha_{\nu})\\ S_{\nu}=\dfrac{\nu}{2}\left[2\alpha_{1}+(\nu-1)\omega\right]\end{array}\right\}$ (άθροισμα ν πρώτων όρων Α.Π.)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ (Γ.Π.)

- $\alpha_{\nu}=\alpha_{1}\lambda^{\nu-1}$ (ν-οστός όρος)
- $\lambda=\dfrac{\alpha_{\nu+1}}{\alpha_{\nu}}$ (λόγος προόδου)
- $\beta=\sqrt{\alpha\gamma}$ (γεωμετρικός μέσος)
- $S_{\nu}=\alpha_{1}\cdot\dfrac{\lambda^{\nu}-1}{\lambda-1}$ (άθροισμα ν πρώτων όρων Γ.Π.)

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

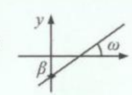
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$, αν $A\cap B=\varnothing$
- $P(A')=1-P(A)$
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$
- $A\subseteq B\Rightarrow P(A)\leq P(B)$

ΠΑΡΑΒΟΛΗ $f(x)=\alpha x^{2}+\beta x+\gamma$

- Κορυφή: $K\left(-\dfrac{\beta}{2\alpha},\ -\dfrac{\Delta}{4\alpha}\right)$
- Άξονας συμμετρίας: $x=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$

ΕΥΘΕΙΑ $y=\alpha x+\beta$

- $\alpha=\varepsilon\varphi\omega$



- Αν $y=\alpha_{1}x+\beta_{1}\ (\varepsilon_{1})$ και $y=\alpha_{2}x+\beta_{2}\ (\varepsilon_{2})$, τότε:
  - $\varepsilon_{1}\,/\!/\,\varepsilon_{2}\Leftrightarrow\alpha_{1}=\alpha_{2}$
  - $\varepsilon_{1}\perp\varepsilon_{2}\Leftrightarrow\alpha_{1}\alpha_{2}=-1$
- $A(x_{1},\ y_{1})$ και $B(x_{2},\ y_{2})$ σημεία της ευθείας, τότε $\alpha=\dfrac{y_{2}-y_{1}}{x_{2}-x_{1}}$