

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ – ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ &
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ x_0

1. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^3 - x}$ β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^3 - 1}$

2. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

3. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ β. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{2 - \sqrt{3x - 2}}$

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{3x - 2}}{x - 1}, & \text{αν } x > 1 \\ 2\alpha + 1, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$. Να βρείτε το α ώστε

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

5. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - x - 2| - 3x - 1}{|x^2 - 3x - 8| - 10}$ β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 1| + x^2 - x}{|x^2 + 2x - 3| - x + 1}$

6. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^3 x}{x}$ β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\eta\mu x - x}{3\eta\mu x + x}$ γ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\eta\mu^2 x}$

7. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x}{x}$ β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{\epsilon\phi 5x}$

8. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\eta\mu x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right)$

9. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει ότι
 $x^2 + 2x \leq f(x) \leq 2x^2 + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1}$

10. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $|x^2 f(x) - \eta \mu^2 x| \leq 2x^4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - \eta \mu 2x}{x + \eta \mu x}$

11. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x)}{x + \eta \mu x} = 3$. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + \eta \mu 3x}{x^2 - \eta \mu x}$

12. Δίνεται άρτια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - x}{x^2 - 9} = 2$. Να βρείτε τα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ β. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ γ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{\eta \mu(x - 3)}$ δ. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - 3}{x + 3}$

13. Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $xf(x) \leq x^2 + x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Με την προϋπόθεση ότι το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός:

α. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

β. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^2(x) + 2f(x) - 4 + |f(x) - 2|}{\sqrt{f(x)} + 3 - 2}$