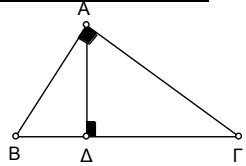
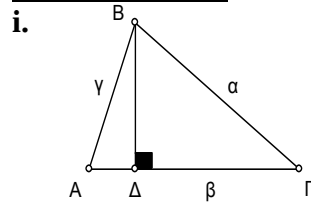


Ορθογώνιο τρίγωνο

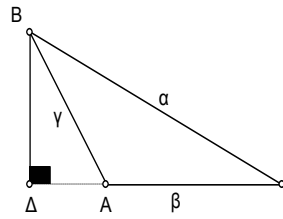


- i. $AB^2 = BG \cdot BA$, $AG^2 = BG \cdot GA$
 ii. $A = 90^\circ \Leftrightarrow AB^2 + AG^2 = BG^2$
 iii. $AA^2 = \Delta B \cdot \Delta \Gamma$

Τυχαίο τρίγωνο



ii.



$$A < 90^\circ \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\alpha\Delta \quad A > 90^\circ \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta \cdot A\Delta$$

Νόμος συνημιτόνων: $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot \gamma \cdot \sin A$

1. Είδος τριγώνου

$$A < 90^\circ \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$$

$$A = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

$$A > 90^\circ \Leftrightarrow \alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$$

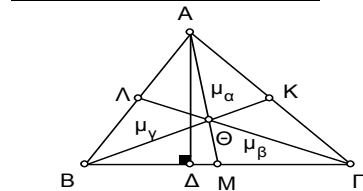
Θεωρήματα για τα εμβαδά

- Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας τους.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες ή παραπληρωματικές τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

Τύποι για το εμβαδόν τριγώνου: $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot u_\alpha = \frac{1}{2} \beta \cdot u_\beta = \frac{1}{2} \gamma \cdot u_\gamma$, $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu\Gamma = \frac{1}{2} \beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A = \frac{1}{2} \gamma \cdot \alpha \cdot \eta\mu B$

$$E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}, \quad E = \tau \cdot \rho, \quad E = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{4R}$$

Θεωρήματα Διαμέσων



1^ο θεώρημα:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2 + \frac{\alpha^2}{2}$$

2^ο θεώρημα:

$$\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha \cdot M\Delta, \quad \beta > \gamma$$

$$\mu_\alpha^2 = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{4}$$

$$\mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4}, \quad \mu_\gamma^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\beta^2 - \gamma^2}{4}$$

Κύκλος

Μήκος κύκλου: $L = \pi \cdot \delta = 2\pi R$

Μήκος τόξου: $\ell = \frac{\pi \cdot R \cdot \mu}{180^\circ} = \alpha \cdot R$

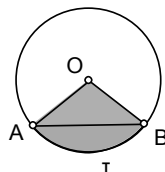
Εμβαδόν κυκλικού δίσκου:

$$E = \pi R^2$$

Εμβαδόν κυκλικού τομέα: $E = \frac{\pi R^2 \mu}{360^\circ} = \alpha R^2$

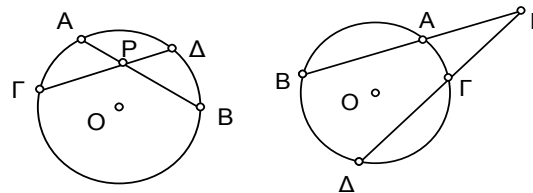
Εμβαδόν κυκλικού τμήματος:

$$(\tau) = (OAB) - (OAB)$$



Τέμνουσες κύκλου

i.



$$PA \cdot PB = PF \cdot PD$$

ii. **Δύναμη σημείου ως προς κύκλο**

$$\Delta_{(O,R)}^P = PA \cdot PB = PO^2 - R^2$$

- Αν το P είναι εξωτερικό του κύκλου

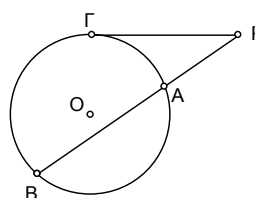
τότε: $\Delta_{(O,R)}^P > 0$

- Αν το P είναι εσωτερικό του κύκλου

τότε: $\Delta_{(O,R)}^P < 0$

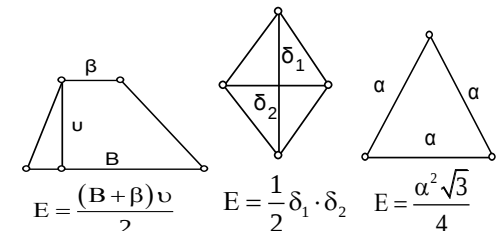
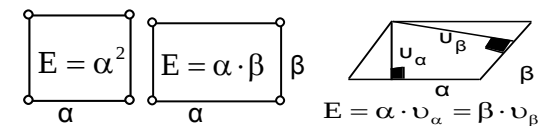
- Αν το P είναι σημείο του κύκλου τότε: $\Delta_{(O,R)}^P = 0$

iii.



$$PF^2 = PA \cdot PB$$

Εμβαδά βασικών σχημάτων



Κανονικά πολύγωνα

$$\phi_v = 180^\circ - \frac{360^\circ}{v}, \quad \omega_v = \frac{360^\circ}{v} \quad \phi_v + \omega_v = 180^\circ,$$

$$\alpha_v^2 + \frac{\lambda_v^2}{4} = R^2, \quad P_v = v \cdot \lambda_v, \quad E_v = \frac{1}{2} P_v \cdot \alpha_v$$

Βασικά κανονικά πολύγωνα

$$\lambda_4 = R\sqrt{2}, \quad \alpha_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}, \quad \lambda_6 = R, \quad \alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\lambda_3 = R\sqrt{3}, \quad \alpha_3 = \frac{R}{2}$$

Τύποι του Αρχιμήδη:

$$\lambda_{2v}^2 = 2R(R - \alpha_v), \quad \alpha_{2v}^2 = \frac{R}{2}(R + \alpha_v)$$